FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

Bound at
A.M.N.H.
1926

JORNAL DE SCIÊNCIAS

MATEMÁTICAS, FÍSICAS E NATURAIS

JORNAL DE SCIÊNCIAS

MATEMÁTICAS, FÍSICAS E NATURAIS

5.06(469)L

PUBLICADO SOB OS AUSPÍCIOS

DA

ACADEMIA DAS SCIÊNCIAS DE LISBOA

TERCEIRA SÉRIE

TÔMO III

(Tômo XXII da colecção)

Janeiro de 1922 a Janeiro de 1923

LISBOA

IMPRENSA NACIONAL

1923

26 102621

OS CRITÉRIOS DA VERDADE — RACIONALISMO E DOGMATISMO

PELO

PROF. J. M. ALMEIDA LIMA

I — Considerações gerais

Ao iniciar êste trabalho devo dizer quais as razões que me levaram a empreendê-lo.

Pelo que respeita à sua oportunidade julgo-a evidente.

Salta à vista do mais inconsciente que a humanidade se encontra num período de transição, que tanto pode ser redentora como aniquiladora, conforme o sentido em que evolucionar; todo aquele, pois, que se julgue de posse de elementos de apreciação da situação que possam concorrer para a sua boa orientação tem o dever de os denunciar, de maneira que dêles possa dispor quem deva aproveitá-los.

Ora eu considero-me nessas condições, embora a outros convenha averiguar se a minha convicção é ou não fundamentada.

É esta a minha primeira justificação.

Em segundo lugar julgo ser hoje o sentimento de qualquer homem medianamente ilustrado que a Sciência é a nova Providência de quem há a esperar, confiadamente, a resolução de todas as dificuldades presentes.

Efectivamente tem sido tam portentosa a sua acção, especialmente desde os tempos que denominarei da *Renascença Scientífica*, em que brilharam mentalidades que quási lhe atribuímos uma admiração religiosa, e se chamaram Descartes, Newton, Galileu, Huyghens, e tantos outros, que somos levados a acreditar que não há dificuldades que estejam acima das suas fôrças.

Não é, pois, uma ingenuidade êsse *acto de fé* que muitos tributam à Sciência. Pelo que me respeita estou convencido, depois de meio século de estudo, de que não há problema de ordem material que a Sciência mais tarde ou mais cedo não venha a resolver.

E os de ordem moral?

Eis a grave objecção que há a opor àqueles que excessivamente confiam na Sciência, como traduzindo dum modo seguro e eficaz as *aspirações messiânicas*.

Quem efectivamente comparar o estado moral, e talvez mental, das sociedades modernas com o que foram nos tempos áureos da Grécia e mesmo nos bons tempos de Roma, reconhecerá que, sob tal aspecto, longe de ter havido progresso em tam longo período, se tem manifestado um acentuado retrocesso.

Parece, pois, e essa tem sido a opinião de muitos, que a Sciência, factor de incontestável poder no progresso material, tem sido impotente, senão contraproducente, pelo que respeita à elevação moral.

Efectivamente, quer moral quer mentalmente, o homem *médio* da velha Grécia era superior ao homem *médio* dos nossos dias.

Na Grécia houve uma Democracia de facto; hoje, quando muito, ela apenas existe de direito.

Por outro lado, analisando as cousas de perto, tem-se a impressão de que os grandes recursos que a Sciência tem fornecido pouco têm aproveitado à Humanidade, mas apenas a uma classe restrita de pessoas, que os utilizam dum modo que nada tem de superior.

Assim, por exemplo, a invenção do automobilismo, que deveria representar para o homem activo, para a unidade social útil, uma maneira de economizar êsse factor precioso que se chama o *tempo,* quási sempre apenas serve para lisonjear a vaidade de parasitas inúteis, que se podem classificar no tipo que designarei por *homem-pavão.*

¿Para que tem servido a conquista do ar e da navegação submarina?

¡Que o digam os que assistiram aos horrores da Grande Guerra, de cujas tremendas *réplicas* ainda hoje sofremos!

Devemos confessá-lo, porque para nada serve ocultar a verdade; quem maior partido tem tirado das grandes descobertas da Sciência tem sido essa variedade da espécie humana que denominarei *homem-fera* e que bem mereceria uma etiqueta latina, que certamente não seria a de *homo-sapiens.*

E a respeito do homem uma consideração essencial convém que de começo seja feita; no homem há a considerar dois seres distintos. O primeiro é o *animal,* que em nada se distingue em comparação com as outras espécies, onde muitas se encontram que lhe são incontestàvelmente superiores, na fôrça, na coragem, na acuïdade dos sentidos, na fecundidade.

Se o homem conseguiu dominar irresistìvelmente todas as outras espécies é porque dispõe, em incomparável e favorável proporção, de agentes superiores de ordem mental e da preciosa faculdade de transmitir, por meio dos *costumes* ou da *moral,* aos seus vindouros os conhecimentos que conseguiu apreender.

Portanto, quando falo em *homem* não me refiro ao *animal,* mas ao ser inteligente e moral que nele reside.

Feita esta observação, posso tornar mais explícito o que anteriormente disse a respeito da acção da Sciência, afirmando que, pelo

que respeita à Humanidade, ela tem beneficiado mais o *animalismo* do que o *humanismo*.

Ora isso é evidentemente grave, por isso que o que exactamente convém aperfeiçoar não é o animal, mas o homem.

Aquele facto fortalece a argumentação daqueles que, impulsionados por um ou outro sentimento, tentam, felizmente debalde, desacreditar a Sciência.

Quero destas considerações, às quais muitas outras se poderiam juntar, concluir que urge que se tente dirigir a Sciência no sentido mais elevado, e que seria o do aperfeiçoamento da espécie no que ela tem de verdadeiramente superior, humano.

Por outras palavras, torna-se urgente que a Sciência procure proceder de modo que as suas conquistas aproveitem principalmente à mentalidade e moralidade humana.

¿Como conseguir tam desejável objectivo?

Um ensaio sôbre o modo de o atingir é o que no fundo representa o presente esfôrço, certamente pouco valioso em si, mas que talvez, por um efeito de sugestão, tenha o feliz destino de provocar outros mais eficazes.

Não há dúvida que qualquer tentativa nesse sentido apresenta dificuldades graves, e as circunstâncias que as levantam julgo poder, em parte, apontá-las; tentemos esclarecer um pouco essa importante questão.

O *homem de sciência* é quási sempre o que se pode chamar um ser abstracto; *vicioso* da verdade, ou ansioso de desvendar o que a *Natureza* encerra em si de sublime, abstrai de quaisquer outros interêsses, que mesmo não está em condições de apreciar, dada a sua excessiva especialização.

É isso que os homens de frases exprimem dizendo que êles se encerram em *tôrres de marfim;* não sei dizer porque foi escolhido êsse material de construção, porque só o tenho visto utilizar nos arrendados modelos dos pagodes chineses.

Que o verdadeiro sábio vive num mundo diferente daquele em que se agita o vulgo isso é indubitável, e mesmo até se pode dizer que o *homo-sapiens* genuíno não pertence à mesma espécie que o *homo-vulgaris*, que nas suas variedades inferiores muito se aproxima (não sei se, por vezes, *para menos*) de um *antropóide*.

Dada, pois, a sua psicologia *sui generis*, os agentes da Sciência não se encontram nas condições de fazer o estudo das grandes questões sociais, e que essencialmente se resumem nas de ordem moral e mental.

É por isso que essas questões caíram nas mãos de romancistas mal preparados, ou, o que é pior ainda, nas mãos de especuladores e aventureiros ambiciosos, que, em vez de as tratarem num sentido progressivo, se esforçam em as fazer retrogradar; os exemplos dêstes factos abundam, e se não cito alguns é para evitar o tom de polémica que seria destoante com a atitude que desejo e convém manter.

Quero, pois, dizer que a razão da crise moral que neste momento aflige a Humanidade e prejudica o seu normal desenvolvimento reside na falta de competências orientadoras.

Vê-se, pois, que o que urge é organizar uma *élite* de homens de sciência que tenaz e persistentemente dela se ocupem no sentido que ficou apontado.

Não quero com isto afirmar que não tenha havido, já nos tempos antigos, já nos tempos modernos, homens de Sciência que tenham dedicado uma boa parte da sua actividade a questões de natureza social; contudo fizeram-no por um modo que considero defeituoso e em que se evidencia claramente a sua psicologia de especialidades.

Entre os esforços mais valiosos que modernamente se têm feito nesse sentido destaca-se o de Augusto Comte ao publicar a sua monumental obra intitulada *Filosofia positiva*, que na verdade provocou uma acentuada influência mental, dando lugar à uma *Escola positivista* e até a uma *Religião positivista.*

Confesso que a leitura dêsse importante trabalho influiu inicialmente sôbre a minha orientação scientífica, embora hoje reconheça que êle se encontra eivado de numerosas deficiências e até de erros pouco desculpáveis, como de resto não seria difícil prever.

Quanto a mim, e dum modo geral, o principal defeito da Filosofia Positiva foi o de pretender tratar, até detalhadamente, de todos os ramos da Sciência.

Ora o evidente defeito dum tal programa é que êle só pode ser aproveitado por uma *élite* extremamente restrita, e para essa o trabalho de Comte é deficiente e direi mesmo defeituoso.

Não sei se foi a vaidade de exibir a sua vasta erudição, ou talvez o desejo de autorizar a sua acção no momento de tratar a *Questão social*, que parece ser o seu principal objectivo, que o levou a explicar tam minuciosamente o seu método; o certo é que a sua tentativa se me afigura uma *audácia*, que a realização não justificou.

Na antiguidade compreende-se a existência de um *enciclopedista;* nos tempos modernos tal facto é irrealizável.

E há que notar que o estudo filosófico dum ramo qualquer da Sciência exige que se tenha dêle o mais amplo e fundo conhecimento, visto que a sua filosofia é, por assim dizer, o *extracto da verdade* que encerra.

Resulta desta incontestável verdade que a minudência com que Comte pretendeu estudar os diversos ramos da Sciência o levou a cometer numerosíssimos erros.

É certo que muitos dêles se destacam hoje violentamente, em conseqüência dos grandes progressos da Sciência nestes últimos tempos.

E nessa circunstância é que consiste a principal imprudência de quem num momento dado se julga habilitado a fazer afirmações categóricas, que, sem se ser profeta, se pode prever que em breve

lapso serão desmentidas. E essa imprudência é tanto maior quando se pretende fazer afirmativas a propósito de ramos de Sciência que se encontram nas primeiras fases da sua evolução.

O que acabo de dizer mostra suficientemente que a obra de Comte, e outras que provocou, não atingem o objectivo urgente de influir imediata e eficazmente sôbre a evolução da humanidade, a fim de evitar que ela se precipite numa catástrofe que venha retardar, como o fez a invasão dos bárbaros, o progresso da humanidade, que a deve conduzir a uma situação superior, quer mental quer moral.

Julgo, pois, que convém organizar trabalhos de vulgarização, mantendo a *intenção* de Comte, mas modificando radicalmente o seu modo de realização; é essa idea que provocou a elaboração desta primeira *tentativa*.

Mas, convém explicar o facto de eu tam tarde vir aqui realizar uma intenção de tam longe formada; efectivamente de há muitos anos pressenti, e comigo muitos, a crise que se está desenvolvendo no mundo civilizado; mas em duas circunstâncias me iludi: supus, em primeiro lugar, que a crise só explodiria muito mais tarde, e, em segundo lugar, que revestiria um carácter de extrema violência.

O facto da sua prematura manifestação é atribuível ao desencadeamento da Grande Guerra, e o facto da sua relativa moderação, exceptuando na Rússia, explica-se exactamente pela sua antecipação, por não terem penetrado com suficiente profundidade nas camadas populares os efeitos da nefanda propaganda de agitadores, alguns, talvez, de boa fé, mas a maioria pertencentes a essa temível variedade da espécie humana que já denominei *homem-fera*.

Mas uma grave dificuldade se levanta à minha tentativa, é de não ter os predicados necessários à sua realização, por isso que, como já disse, ela só pode ser tratada com probabilidades de êxito para um *homem de sciência* que seja ao mesmo tempo um sociólogo.

Ora, em minha consciência, não me julgo em tais circunstâncias; contudo anima-me a idea de que, no decurso duma longa carreira scientífica, algumas ideas úteis tenho provàvelmente adquirido, como naturalmente terá sucedido a quantos se tenham encontrado em identidade de circunstâncias; e, por isso, neste último quartel da vida, no meu espírito se levanta a dúvida se devo ou não, ao cessar da vida, arrastar comigo essas ideas, tam laboriosamente adquiridas, se as devo legar, como em testamento, aos vindouros que, como eu, se interessem pelo futuro da raça e da espécie.

Quero, pois, dizer que o trabalho que neste momento inicio representa como que uma parte do meu testamento mental.

E, assim, ilude-me a esperança que o meu exemplo possa prestar um serviço; porque as grandes questões que agitam a humanidade, e que por todos os motivos convém esclarecer, são de entre todas as mais complexas da Sciência, e que, por isso, só poderão ser estudadas pelo *método estatístico*, cujos elementos de observação serão as *ideas*.

Seria, portanto, muito desejável, para que se pudessem lançar as bases do estudo scientífico das grandes questões sociais, que todos aqueles que se encontrassem em condições comparáveis às minhas fizessem como eu o seu testamento scientífico.

¡Por falta dessa prática quantas generosas e profundas ideas se não têm aniquilado no silêncio do túmulo!

Explicadas as razões determinantes da minha resolução, resta fazer um esbôço sôbre a orientação a dar-lhe.

A minha intenção é, como já disse, fazer o estudo pelo *método scientífico* das grandes questões sociais; e note-se que não digo *scientìficamente*, mas sim pelo método scientífico, distinção muito importante e que julgo não ter sido suficientemente compreendida, e que, por isso mesmo, convém esclarecer.

É uma cousa bem conhecida dos competentes que, logo que uma questão reveste determinadas complicações, se torna impossível fazer o seu estudo dum modo rigorosamente scientífico, e êste é o caso mais geral.

Recorre-se, então, a expedientes de diversa ordem tendentes a obter soluções aproximadas e, por isso mesmo, de carácter provisório, e que serão sucessivamente aperfeiçoadas de modo a aproximar-se da solução rigorosamente scientífica, e de maneira que as suas sucessivas soluções provisórias sejam utilizáveis nas aplicações.

Não é necessário ser um erudito para verificar a exactidão do que acabo de afirmar, no desenvolvimento de qualquer sciência, por mais elevado que seja o grau de racionalismo que tenha atingido.

Um pensador, por cuja obra eu tenho a mais sincera admiração, P. Duhem, caracteriza o facto a que venho aludindo, dizendo que ao esfôrço humano só é acessível o *pouco mais ou menos*; os limites entre os quais se encerra a medida *rigorosamente scientífica* é que se vão apertando cada vez mais, à medida que o *método scientífico* se vai aperfeiçoando.

Mas se é impossível, na grande maioria dos casos que se apresentam na realidade (senão em *todos* êles), aplicar os principios scientíficos no seu estrito rigor, o que é sempre possível, seja qual fôr o problema que se pretenda resolver, é aplicar-lhe os *métodos scientíficos*.

Assim, por exemplo, os métodos scientíficos são aplicáveis ao ramo mais complexo das sciências, que é, sem dúvida, a Sociologia; e, se disso não estivesse convencido, certamente não emprenderia êste trabalho, que é um simples preliminar, um preparatório, para o estudo da Sociologia pelos métodos scientíficos.

É possível que por um ou outro motivo eu não atinja o meu objectivo; mas nem por isso êste preliminar resultará inútil, porque ao menos esclarecerá a crítica de importantes trabalhos já realizados sôbre Sociologia na orientação que pretendo imprimir-lhe. Refiro-me aos trabalhos realizados e a realizar no importante Centro de Estudos Sociais, ou Instituto de Sciências Sociais, generosa e inteligentemente fundado por Solvay.

Seguir-se-ia agora, naturalmente, fazer uma exposição suficientemente explícita do que seja o método ou *métodos scientíficos*, a que me tenho referido.

Ora isso é que não é possível fazer, porque a primeira parte do meu trabalho trata exactamente de procurar salientar por que processo se tem até hoje adquirido o *sentimento*, senão a *consciência* do que se tem chamado a *verdade*.

Ora tendo o método scientífico por objectivo atingir a verdade, nos limites de aproximação a que acima me referi, é claro que, quando se não tenha conseguido esclarecer aquela fundamental noção, ociosas serão quaisquer conclusões que nela se fundamentam.

Para dar um exemplo da importância dessa questão eu citarei o trabalho de Augusto Comte a que me já tenho referido; a meu ver o principal resultado dêsse trabalho foi criar e vulgarizar uma expressão — *positivismo*.

Todos falam em conhecimentos positivos, em métodos positivos, etc., mas certamente se encontrariam embaraçados se lhes preguntassem o que isso significa.

O que se depreende da obra de Comte é que é positivo tudo quanto não seja *teológico* ou *metafísico*.

Ora êsse método de exclusão, para ser perfeito, é preciso, em primeiro lugar, que seja *exaustivo* e em segundo lugar que se admita que é conhecido o que se exclui, o que não é certamente o caso.

Segundo a minha ordem de ideas, *método positivo* é aquele que exclui as investigações sôbre as grandezas *absolutas*, e sôbre a *origem das cousas*, e que rejeita o *dogmatismo*.

Mas, o que é indispensável averiguar, é se êle é viável e até que ponto o é; ora essa crítica é impossível uma vez que se não tenham fixado ideas sôbre a noção que se exprime pela palavra *verdade*.

Atingido, o melhor que me seja possível, êsse objectivo, tornar-se há ainda indispensável expor e dar o significado das grandes *ideas mães*, ou *princípios fundamentais* que servem de base ao edifício scientífico da actualidade, pelo menos na parte que possa interessar ao objectivo final.

Resulta daqui a necessidade da elaboração dum segundo trabalho preliminar, em que serão tratadas as *Bases da Sciência actual*.

Nisto estou conforme com as ideas de A. Comte e de Solvay, que consideram a Física como a base das Sciências Sociais, como, de resto, sucede a qualquer outro ramo das Sciências Naturais.

Assim fica esboçado a largos traços o programa da realização do meu plano, que, possìvelmente, não chegará a ser integralmente executado, por isso que o meu objectivo *imediato* é tomar essa iniciativa, visto ter esperado baldadamente que outros de maior competência se abalançassem a arcar com as suas evidentes dificuldades.

II — Relativismo

Uma questão fundamental se levanta quando se pretende fazer o estudo scientífico de qualquer problema, cujo objectivo deve ser o conhecimento da *verdade* que lhe respeita, é claro que naquele grau de *pouco mais ou menos* a que já me tenho referido, na hipótese de que se trata de circunstâncias que apenas podem ser reveladas pela observação.

A dúvida que neste caso se levanta poderá parecer desrazoável, ou pelo menos sofística, a quem considere a *verdade* como uma noção intuïtiva.

Contudo é fácil de ver que não é assim, porque o conceito da verdade tem evolucionado com o tempo, e isso até se verifica para o mesmo indivíduo.

Analisemos, pois, um tanto detidamente essa noção, que é, evidentemente, fundamental na Sciência.

Observaremos, em primeiro lugar, que, se algum característico essencial podemos atribuir à verdade é ser *una*, circunstância que suponho merecer o consenso universal.

Mentalmente admitir o contrário seria conduzir ao absurdo, ou pelo menos ao arbitrário; mas isso só respeita ao que se deve denominar a *verdade absoluta*.

Mas sucede que, embora se possa, creio eu, ter a intuïção da existência duma verdade absoluta, e portanto *una*, o que não há dúvida é de que não podemos tomar conhecimento dela, e nos temos de resignar ao simples conhecimento da *verdade relativa*.

Esta questão do relativismo, muito insistentemente posta por A. Comte, como basilar do positivismo, constitui um dos mais emocionantes problemas sôbre que converge a apaixonada meditação das mais eminentes capacidades da Sciência.

Obter a *verdade absoluta*, digamos a *verdadeira verdade*, êsse *Polo* da Sciência, e sem a qual não pode existir a *verdadeira Sciência*, eis a máxima ambição, ardentemente prosseguida, com um poder de análise e uma elevação moral que talvez não tenha digno confronto em qualquer outro período da História da Sciência.

¿Será um tal empreendimento uma loucura?

Não é crível, dada a superioridade mental dos que o têm tentado.

Uma circunstância se verifica que, à primeira vista, pode dar a ilusão duma singular facilidade na resolução de tam formidável problema, ¡visto que para o conseguir bastaria determinar a *extensão linear* absoluta dum simples segmento de recta!

Efectivamente o admirável encadeamento lógico que constitui o imponente sistema da Sciência permitiria que, achado o valor absoluto duma grandeza qualquer, se pudesse, mais tarde ou mais cedo, obter o valor absoluto de qualquer outra.

¡Mas, em verdade, o grande Edifício da Sciência é um *castelo no ar!*

Antes, porém, de brevemente me referir ao interessante esfôrço modernamente feito para alcançar aquele objectivo supremo da Sciência, frisemos um pouco, com o fim de esclarecer o conceito da verdade, o que há de torturante para o espírito scientífico, nessa fatal imposição do relativismo.

A situação a que me refiro pode resumir-se na seguinte afirmação: *perante o relativismo das cousas não há grandezas nem formas definidas, porque todas dependem do ponto de vista.*

Para esclarecer a idea que envolve esta afirmativa escolherei um exemplo bem simples e bem vulgar.

A observação, quer vulgar, quer scientífica, mostra, sem sombra de dúvida, que, quando se abandona uma pedra no espaço, ela desce *em linha recta*, e na direcção da chamada *vertical*.

Sob o ponto de vista relativo à Terra, nada de menos contestável; mas sob o aspecto do absoluto, ou simplesmente do que desde já denominarei *grau de relatividade*, aquela conclusão é manifestamente falsa.

Efectivamente está provado, sem contestação hoje admissível, que a Terra tem *relativamente* ao Sol um movimento de rotação diurno e um movimento de translação anual.

Portanto, tudo quanto nos parece imóvel relativamente à Terra, está, de facto, animado duma velocidade vertiginosa, perante a qual é nada a maior das velocidades que até hoje se tem conseguido dar aos projécteis de artilharia.

Quere, pois, dizer que, se colocássemos o nosso ponto de vista, por exemplo, no Sol, o movimento dum grave durante a queda não poderia ser considerado, de modo algum, rectilíneo.

O mesmo se pode repetir quanto à lei do seu movimento sôbre a trajectória.

Como se sabe, é um dos factos mais culminantes da História Moderna da Sciência a descoberta feita pelo grande Galileu da lei do movimento da queda dos graves, já se vê com aquela aproximação a que tanta vez se tem aludido.

Essa lei tam importante, tam cheia de conseqüências e tam laboriosamente conquistada, é afinal uma pura ilusão, ou, se melhor quisermos, um simples caso particular entre o número de leis que podíamos *arbitrar* a êsse movimento, escolhendo em conformidade o respectivo *ponto de vista*.

A lei de Galileu só seria, pois, sensìvelmente exacta, se fôsse possível admitir que a Terra, o Sol, etc., estão imóveis; ora, como isso é inteiramente inadmissível, ¡segue-se que a lei de Galileu se *esvai* numa simples convenção!

Chega-se, pois, à seguinte desconsoladora conclusão: *¡as verdades relativas, únicas acessíveis ao saber humano, resolvem-se em definitivo em simples convenções!*

Esta impressionante conclusão, que afinal equivale a dizer que a inteligência humana é impotente para atingir uma *verdadeira verdade*, provocou nos tempos modernos, como já disse, uma potente

reacção, tendente a libertar o homem duma tam humilhante situação.

E de todo êsse insano labutar do homem, através dos séculos, num continuado esfôrço de adquirir a verdade, ¿o que é que afinal se tem com segurança conseguido?

1.º Que o homem é um infinitésimo, desprezível, átomo em presença do Universo Infinito;

2.º ¡Que a mais insignificante parcela da verdade que êsse Universo contém lhe é terminantemente vedada!

Mas esclareçamos um pouco o que há a respeito da recente tentativa de escapar a essa tam deprimente situação. Primeiro que tudo é indispensável, evidentemente, ir buscar o seu fundamento.

É um facto que, por banal, não impressiona o vulgo, mas que, além de maravilhoso, é essencial à vida sôbre a Terra, o de os astros terem a faculdade de nos enviarem luz, própria ou reflexa.

No nosso sistema planetário, ínfimo *microcosmos* fazendo parte de inúmeras multidões doutros sistemas, só o Sol, astro central e dominante, e mantendo sob o seu domínio os planetas, que são como o seu séquito, é que emite luz e calor próprios.

É dêsse calor e dessa luz que vivemos.

Mas, além dêsse foco, outros existem espalhados pelo infinito e em número que parece ilimitado, provàvelmente desempenhando para com os seus sistemas planetários um papel análogo ao que o Sol desempenha para com o nosso.

Alguns dêsses astros, que são as estrêlas, distam de nós um número tam colossalmente grande de quilómetros, que seria perfeitamente inútil citá-lo, porque não poderia ser compreendido.

¡Pràticamente é como se essa distância fôsse infinita!

Pois bem, apesar de tam formidável distância, a sua luz chega até nós, como que para nos prevenir da sua existência.

Um tal facto não poderia deixar de despertar a atenção dos pensadores.

¿Que agente é êsse que assim transpõe com a maior facilidade, não só as distâncias entre os astros do sistema solar, como entre as estrêlas, separadas por tam fabulosas distâncias?

Uma primeira hipótese poderia ser sugerida, e que corresponde a uma das mais perturbantes sugestões do espírito humano, que é a — *acção a distância.*

Alguns filósofos consideram essa hipótese absurda, alegando que *um corpo não pode actuar onde não existe.*

Mas, sob o ponto de vista experimental, e que é, legitimamente, aquele sob que deve ser apreciada a realidade, o absurdo não se confirma.

Assim, por exemplo, na Sciência Astronómica admite-se que o Sol atrai a distância todos os astros do seu sistema planetário, bem como estes se atraem entre si, e até, dum modo geral, afirmou Newton que, pelo menos, as cousas se passam como se a matéria

atraísse a matéria, e todos sabem as importantes conseqüências que derivam dessa lei, constantemente comprovadas pela experiência.

De mesmo modo a electricidade atrai, ou repele, aparentemente a distância, a electricidade, quer sob o modo chamado *estático*, quer sob a forma de corrente; o mesmo sucede ao magnetismo.

Mas, apesar de todos êsses factos denunciados pela experiência, o certo é que ninguém aceita a possibilidade duma verdadeira acção a distância, e todos estão convencidos (não porque a experiência o imponha) de que o transporte da energia dum para outro lugar tem de fazer-se por intermédio de veículos materiais.

Temos, pois, de excluir para a luz a transmissão a distância.

Restam apenas, nesse caso, dois processos imagináveis de transmissão da luz, harmónicos com a natureza dêsse agente.

O primeiro fundamenta-se na idea de que a luz não é outra cousa senão um *fluxo material* de pequeníssimas partículas, emitidas pelos corpos logo que a sua temperatura atinge um determinado grau; o segundo fundamenta-se em que a luz, anàlogamente ao que sucede para o som, é devida a um movimento vibratório, extremamente rápido, ou de *altíssima freqüência*, provocado em certas partículas dos corpos, quando a sua temperatura tem atingido um dado grau.

A primeira hipótese sôbre a natureza da luz foi adoptada por Newton por motivos que seria inoportuno considerar aqui, mas, evidentemente, dum valor proporcionado à mentalidade dêsse sábio genial, que sôbre ela soube construir com inexcedível engenho uma teoria dentro da qual cabiam todos os factos, então conhecidos, relativos à luz.

Essa célebre teoria ficou conhecida na História sob o nome de *teoria da emissão*.

¡Atentando nessa teoria, não podemos deixar de ter a impressão da sua inverosimilhança, logo que saibamos, e sem dúvida possível, que a luz se propaga com a velocidade de

300:000 quilómetros por segundo!

É, portanto, com essa velocidade que os pequenos projectóis luminosos percorreriam, segundo a teoria da emissão, a distância enorme que nos separa das estrêlas, que, ainda assim, levaria anos e séculos a percorrer[1].

---

[1] Convém notar que experiências muito modernas têm conduzido à convicção de que certos corpos, e todos em dadas circunstâncias, são capazes de emitir pequeníssimas partículas, com velocidades que se não afastam muito da determinada para a luz; estão nesse caso as que constituem o *fluxo catódico* das ampolas de Roentgen, e os raios β espontâneamente emitidos pelos corpos radioactivos.

Quere, pois, dizer que a inverosimilhança da hipótese de Newton se encontra muito atenuada em presença de tais conclusões.

Ora, para que tal pudesse suceder, seria necessário que as partículas, no seu trajecto, não encontrassem qualquer obstáculo e, portanto, que os espaços interplanetários se encontrassem completamente livres de qualquer obstáculo inerte; portanto, a hipótese de Newton tem como conseqüência o *vácuo interestelar*, que, de resto, por outros motivos se impõe.

Contudo, essas partículas, ainda animadas da sua formidável velocidade, atravessam espessuras muito consideráveis de substâncias inertes, gases, líquidos e sólidos *transparentes*, tais como o vidro.

¡ Que de hipóteses auxiliares não será necessário imaginar para explicar satisfatòriamente tais factos!

Não insistiremos sôbre tal assunto, por isso que a teoria de Newton foi abandonada desde os meados do século passado.

A segunda hipótese das que acima referimos foi enunciada por Huyghens, o grande émulo de Newton.

Como foi dito, segundo essa hipótese a luz é constituída nos corpos luminosos por um movimento vibratório dalgumas das suas partículas, e êsse movimento transmite-se a distância, provocando perturbações, ou *ondas luminosas*, a um meio especial, denominado éter, onde se supõem mergulhados todos os corpos, quer luminosos, quer iluminados.

Êsse mecanismo foi sugerido pela analogia que se observa entre os fenómenos sonoros e luminosos, e ainda por êsse banalíssimo facto que se manifesta quando a queda dum corpo perturba a tranqüilidade duma superfície de agua suficientemente extensa.

Formam-se então *ondas*, e essas ondas é que se encarregam de transmitir a distância as perturbações provocadas num certo lugar: é o que sucede relativamente às perturbações produzidas pelo movimento vibratório dos corpos luminosos.

Por isso essa teoria se tem chamado — das *ondulações*.

É uma circunstância incontestável, mas que me não demorarei a analisar aqui, que, na sua origem, a teoria das ondulações se apresentava tam contraditória, com numerosos factos bem averiguados, que isso justifica o facto de Newton lhe ter preferido a teoria da emissão.

Só muito mais tarde é que, graças à descoberta do notável fenómeno das *interferências da luz*, que veio evidenciar que a *luz pode destruir a luz*, e ao genial esfôrço de Fresnel, que tam notável partido soube tirar dessa fundamental descoberta, dum modo verdadeiramente lógico se organizou essa esplêndida manifestação do génio humano a que se deu o nome de teoria das ondulações.

Mas, por bela que seja essa teoria, por harmonioso que seja o seu encadeamento lógico, por valioso que seja o facto de ela ter conduzido à descoberta de fenómenos novos, que, provàvelmente, sem ela a simples experiência não teria conseguido revelar, não há dúvida que ela enferma dum grave defeito *original*.

Efectivamente para que a perturbação da luz se possa transmi-

tir a distância, e sabemos que essa transmissão se produz para distâncias incomensuràvelmente grandes, e se, de facto, essa transmissão se faz por ondas, é evidentemente necessário que *alguma cousa ondule*.

Ora, êsse quer que seja, que deve constituir o *meio transmissor*, não pode ser a matéria usual, dotada de sensível *inércia*, ou de *massa*, por isso que está mais do que provado que uma tal matéria não existe no nosso sistema planetário, e seguramente também não existe no espaço interestelar.

Tornou-se, pois, indispensável *inventar* um meio que se adaptasse às necessidades da teoria, embora as suas propriedades *teóricas* nunca tenham sido precisamente definidas, porque, seria fácil de verificar, seriam entre si contraditórias.

Portanto, em boa verdade, o que apenas se inventou foi um nome: *o éter!*

Deitou-se um tanto o coração à larga, como vulgarmente se diz, sôbre as extravagantes propriedades dêsse suposto meio, e, como disse, essa invenção, boa ou má, teve pelo menos a vantagem de permitir uma sistematização dos conhecimentos sôbre êsse importante modo de energia que se chama a luz, e tam fecundo que, como já disse, graças a ela se obtiveram informações sôbre êsse agente que se não alcançariam pela pura observação.

Em todo o caso é lamentável que tam belo edifício assente sôbre tam contingente alicerce, que faz lembrar o recurso das *causas ocultas*, que tanto desacreditaram os resultados da velha escolástica.

Mas, fenómeno curioso na história do pensamento humano, a Sciência, como que caindo no próprio lôgro, por tal modo foi nele confiando, que se tem chegado a admitir que a única realidade do *Mundo* [1], senão do Universo, é... o éter!

Ora esta *fé no éter* veio, de nossos dias, fornecer um vislumbre de esperança àqueles que tentavam derrubar as muralhas do cárcere do relativismo. Vejamos como.

O facto de vermos as estrêlas a formidáveis distâncias, e ainda, que por mais poderosos que tenham sido os sucessivos instrumentos de observação, sempre novos astros se oferecerem à visão, conduz à conclusão de que a luz se espalha por um espaço incomensuràvelmente grande, e, muito provàvelmente, em todo o Universo.

Ora, se assim é, a hipótese mais plausível que há a formular a respeito do éter é que êle se mantém imóvel.

Efectivamente, se todo o Universo estivesse repleto de *Éter*, ¿para onde poderia êle deslocar-se?

Por outro lado, o supor-se que o éter tem um movimento numa determinada direcção equivaleria a admitir uma *heterogeneidade* no

---

[1] Adopto aqui a distinção fixada por A. Comte, considerando *Mundo* o que está subordinado, pelo menos, á observação, e Universo o conjunto indeterminando de tudo que existe.

Universo, extremamente pouco plausível e que a existir certamente não teria escapado à observação.

Mas, emfim, se por impossível o éter se movesse, creio *quasi* absurdo admitir que êsse movimento não seja uniforme no espaço e no tempo.

Admitindo a hipótese, evidentemente a mais plausível, de que o éter é imóvel, a determinação do movimento de qualquer corpo em relação a êle, daria, emfim, uma *medida absoluta*, e a *Verdadeira Sciência*, a *Sciência do Absoluto*, teria encontrado a sua base.

Na hipótese, mais modesta, de o éter ter um movimento uniforme, o conhecimento do movimento em relação ao éter daria uma base à Sciência, que, embora não fornecesse valores absolutos, lhe evitaria o insuportável carácter da arbitrariedade que hoje a desautoriza.

Lorentz, nosso contemporâneo, dum altíssimo valor, pelo seu engenho e profunda cultura matemática, organizou uma teoria, partindo da hipótese, que já mostrámos ser a mais plausível, da imobilidade do éter, teoria que não só abrange todos os conhecimentos adquiridos até a sua elaboração, mas que até permitiu a previsão de factos transcendentes, e que foram confirmados pela observação.

Nestas condições essa teoria mereceu um aplauso unânime, e, portanto, consagrou e de algum modo demonstrou, indirectamente, a hipótese da imobilidade do éter.

Mas, se o éter é, de facto, imóvel, não é impossível, e é mesmo relativamente fácil, medir a *velocidade da Terra* em relação ao éter, ou pelo menos denunciar êsse movimento; basta para isso fazer intervir a velocidade da luz, recorrendo a um princípio muito conhecido e inúmeras vezes confirmado, e que é devido a *Doeper*.

Em presença disto, dois habilíssimos experimentadores, Michelson e Morley, indiscutìvelmente os mais competentes em tal ordem de experiências, procuraram fazer a medida, ou, pelo menos obter a *revelação* do movimento da Terra em relação ao éter.

Não descreverei essa memorável experiência, mas, para os competentes, ela é, em princípio, tam lúcida que não pode haver a menor dúvida sôbre o método empregado, como não a pode haver sôbre a competência dos experimentadores.

Pois bem, ¡o resultado da experiência foi nulo!

Os experimentadores não puderam descortinar o menor indício, o mínimo vestígio do movimento que procuravam.

Isto parece provar que a hipótese da imobilidade do éter, proposta por Lorentz, não é admissível.

¡Daí resultou a afirmativa do célebre Einsten[1] de que o éter não existe!

---

[1] Sôbre as conseqüências desta afirmativa, que tam funda impressão causou no mundo scientífico, pode ler-se o que a tal respeito publiquei no *Jornal das Sciências Matemáticas, Físicas e Naturais*, da Academia das Sciências de Lisboa, n.º 9 da 3.ª série, sob o título: «A Física perante as teorias de Einsten».

Vê-se, pois, em resumo, que Ícaro mais uma vez queimou as asas, caindo no barranco da relatividade.

Mas, do mal o menos; vejamos, pois, o que é possível salvar da verdade.

Não há dúvida de que só a verdade absoluta, ou, pelo menos, a verdade não contingente, poderia satisfazer inteiramente as aspirações de espíritos superiores; mas êsses são raros e compreendem que no momento actual é forçoso resignar ao que invencìvelmente impõe a natureza das cousas.

Logo, não há remédio senão resignarmo-nos ao relativo; e essa forçada atitude tem ainda assim muito de bom, e tanto mais que pode ser considerada a única que ainda pode vir a conduzir ao absoluto, ainda que êste deva considerar-se um limite inatingível.

Começaremos, pois, pelo primeiro degrau da *escada* que conduz ao infinito.

Êsse primeiro degrau, para a humanidade, é o *relativo à Terra*, e para nele nos mantermos temos de *convencionar* que a *Terra é imóvel*.

Bem sabemos que essa ilusão, que por tantos anos persistiu, é hoje inadmissível, depois do *per se muove* de Galileu; mas dêsse êrro voluntário que pode resultar? Que tudo quanto alcançarmos da verdade só tem valor, só tem curso, em relação à Terra.

Ora, creio que isso nos deve contentar a todos, porque não será fácil conseguir alguma vez viajar no *Estrangeiro*, que, para o caso seria um astro exterior à Terra.

Se algum dia, o que não é impossível, tam extraordinárias viagens se empreendam, então se providenciará, e para isso não será necessário vencer dificuldades de maior.

Temos, pois, a possibilidade de organizar uma *Sciência Terrestre*, e, como a experiência bem frisantemente o tem demonstrado, o seu campo é suficientemente vasto para ocupar a actividade humana por largos séculos, senão indefinidamente, visto que, após tantos milhares de anos de intenso esfôrço, pouco mais do que nada sabemos da verdade terrestre!

O único ramo das Sciências cultivadas pelo homem que poderia sofrer com a hipótese formulada da imobilidade da Terra seria a Astronomia e suas imediatas afins; mas nada impõe que a respeite, e que, por exemplo, adopte a convenção da *imobilidade do Sol*, e já então a Terra se considerará animada dum vertiginoso movimento.

Feito isto, não seria muito difícil, mas talvez inútil, construída a *Sciência relativa à Terra, transferi-la para o Sol;* quere dizer, por uma simples mudança de eixos coordenados, atingir a *Sciência Solar*, ou no segundo grau de relatividade.

É, porém, evidente que, ainda assim, não teríamos alcançado a Sciência absoluta, porque, mesmo abstraindo do movimento de rotação do Sol, está hoje provado que êle se desloca, arrastando o seu séquito de planetas, satélites e cometas, e mesmo com uma velocidade provàvelmente colossal.

Mas, uma vez determinado, como parece possível, o movimento exacto do Sol em relação a uma dada referência, considerada imóvel, *Sirius*, por exemplo, poderíamos atingir um *relativo do 3.º grau*, e assim sucessivamente.

Ora o facto de estudarmos a verdade terrestre nada prejudica, pelo contrário, essa ascensão em busca do absoluto; portanto é fora de dúvida que a pouca Sciência que temos adquirido, embora apenas terrestre, não é vã ou ilusória; será, sim, um primeiro passo, mas os outros encarregar-se hão de o dar os astrónomos e matemáticos do futuro, visto que, como ficou dito, tudo se resumirá a transferências de eixos coordenados.

E note-se ainda que a verdade terrestre não é tam contingente quanto o poderia levar a supor a noção abstracta do relativismo; efectivamente a Terra move-se, mas não de um modo irregular e, por assim dizer, caprichoso, visto que, pelo menos em *média periódica*, o movimento da Terra se pode considerar uniforme, tanto pelo que respeita à sua traslação como à sua rotação.

É extremamente possível que o mesmo suceda pelo que respeita aos movimentos do Sol.

Nos seus *grandes gestos* a Natureza é muito inclinada à *regularidade periódica*, embora *no miúdo* se nos afigure, por vezes, desagradàvelmente caprichosa.

De todas as considerações feitas parece ter ficado assente que o homem se deve contentar com o belo quinhão que se lhe oferece: a verdade terrestre.

É, pois, essa verdade, salvo aviso em contrário, que consideraremos no decurso dêste esbôço.

III — ¿Pode obter-se a verdade?

Posta a questão, tal como anteriormente o fizemos, isto é, considerada a verdade no seu primeiro grau de relatividade, a que chamámos *verdade terrestre*, ¿será ela, pelo menos em princípio, atingível?

Ora, apresenta-se, na resposta a dar a esta pregunta, uma questão prévia que envolve um círculo vicioso.

¿O que quere dizer o facto de se ter adquirido um conhecimento novo?

Quere dizer que nesse facto se verificaram circunstâncias já supostas conhecidas; por isso se diz que *conhecer é reconhecer*.

Assim, por exemplo, se, quando me apresentam um objecto, eu digo que é um vegetal, é porque nesse objecto reconheço muitas circunstâncias que anteriormente já tinha verificado existirem nas plantas.

O mesmo se repete quando digo que tal objecto é um mineral ou animal, e até especifico que mineral ou animal é.

Ora, se assim é, não é possível atingir a verdade, sem a sua

posse prévia. Não há, pois, dúvida que nos encontramos em presença dum inegável círculo vicioso.

Pode objectar-se a esta conclusão que, se conhecer é reconhecer, não é possível aumentar o número dos nossos conhecimentos, o que é contraditório com os factos.

Essa conclusão, é, segundo creio, apenas parcialmente exacta, porque, para tomarmos conhecimento dum facto *novo*, ou para assim o caracterizarmos, basta que parcialmente haja coincidência entre dadas circunstâncias e outras já conhecidas, mas não coincidência exacta entre um *grupo* de circunstâncias e outro *grupo* já conhecido.

Assim, por exemplo, podem apresentar-me uma espécie animal que eu considere *nova*; porque o *grupo* de circunstâncias que o caracterizam não coincide com outro grupo que me seja conhecido; isso não obsta, porém, em que no grupo que me apresentam eu reconheça determinadas circunstâncias que, sem hesitação, me permitam classificar o corpo entre os animais.

Isto justifica também uma outra forma de definir o conhecimento, dizendo: *conhecer é classificar*.

Mas o que não merece também dúvida é que há um certo *fundo* de conhecimentos sem os quais é impossível *reconhecer* ou *classificar*: chamemo-lhes *primeiros conhecimentos* ou *conhecimentos fundamentos*.

É esta, sem dúvida, a questão mais transcendente pelo que respeita ao critério da verdade; aqueles conhecimentos são para toda a sciência humana o que são para a mecânica os seus quatro principios fundamentais, e para a geometria os postulados do Euclides.

O que valerem essas *verdades fundamentais* assim valerão as classificações que delas derivarem.

¿Já alguém pôde destrinçar quantos e quais sejam êsses conhecimentos fundamentais?

¿Houve quem discutisse se êles constituem uma base sólida sôbre a qual se desenvolva a verdade?

Ignoro-o, mas não creio que em tal assunto se tenham atingido conclusões tam *conscientes* como as que se referem à Mecânica e a alguns outros capítulos da Física e da Química, e até mesmo das Sciências Biológicas.

Destas considerações parece dever concluir-se que são desconhecidos os fundamentos da verdade, e que ela, por mais de um motivo, apresenta o carácter de contingência, senão de arbitrariedade.

Efectivamente compreende-se que, de indivíduo para indivíduo, à verdade se pode manifestar de diversa maneira, e, portanto, que ainda na verdade há a considerar uma nova espécie de relatividade, que, se não a torna inteiramente arbitrária, lhe imprime um acentuado carácter de contingência.

De resto, julgo que ninguém ignora que de facto assim sucede, e as suas nefastas conseqüências.

É da diferença das *mentalidades* que resulta a principal diferença entre os indivíduos, e os graves conflitos que se têm levantado entre as diferentes raças e as diferentes crenças humanas, que certamente se não produziriam se todos conhecessem a mesma verdade.

Contudo, há factos que são conhecidos geralmente por todos os homens, e sôbre os quais não há discrepância, salvo desarranjo mental.

São essas diversas circunstâncias que influem no conhecimento que cumpre analisar.

Mas o que desde já parece poder concluir-se é que, além da *relatividade física*, já considerada, nos vemos forçados a considerar uma *relatividade mental*, incomparàvelmente mais complexa que a primeira.

Considerada ela sob êsse aspecto, reaparece o carácter de contingência ao considerar a verdade relativa ao espaço; contudo, não creio difícil, senão eliminar, pelo menos restringir o grau de contingência.

É efectivamente um facto irrecusável que conhecimentos há que parecem universalmente admitidos, independente da raça e até da espécie.

Sôbre êsses conhecimentos não há, pois, a considerar qualquer carácter de contingência, não considerando, é claro, os casos em que se manifestam anomalias mentais, e até sucede que a discordância entre certas mentalidades e os conhecimentos a que aludimos é um sintoma seguro de alienação mental.

Outros conhecimentos há que, embora não sejam universais, são unânimemente admitidos por indivíduos da mesma capacidade mental, isto é, tendo atingido o mesmo grau de ilustração.

Assim sucede, por exemplo, em certos ramos suficientemente avançados da Sciência, como a Matemática, e possìvelmente em outros, como na Astronomia, etc.

Mas aí já aparece bem manifestamente o carácter de contingência, muito especialmente nas Sciências em que a observação desempenha um papel dominante: di-lo bem eloqüentemente a História das Sciências, sem exceptuarmos a da Astronomia, de entre todas a mais perfeita.

Êste novo carácter de relatividade, que se traduz por uma espécie de evolução no decorrer do tempo, e que, como a relatividade no espaço, também tende para um certo limite, por isso que a educação e a ilustração tendem a transformar toda a *verdade particular* numa verdade universal.

Assim sucedeu, por exemplo, com o movimento da Terra; que ainda hoje se não pode considerar uma verdade universal, mas que, sem dúvida, o será um dia.

Destas considerações parece poder tirar-se a conclusão que não deve considerar-se como uma *verdade* definitivamente adquirida senão aquela que seja unânimemente aceita por todos quantos têm a preparação mental suficiente para a apreenderem.

Será, pois, mais êste um dos critérios da verdade relativa, que dêsse modo não será eivada do carácter de contingência.

Deduz-se daqui uma consequência que considero importante; a Sciência não atingirá o carácter de estabilidade, que deve ser uma das suas características, emquanto não perder a sua feição actual do *particularismo*, visto ser apanágio duma limitadíssima fracção da humanidade.

Em benefício, pois, da Sciência, torna-se essencial a sua vulgarização, tam larga e profunda quanto possível.

IV — Observações sôbre o modo de adquirir e transmitir a verdade

a) Racionalismo

Esforçámo-nos, nas páginas anteriores, em fixar os critérios da verdade, e, portanto, com as restrições postas, temos ideas fixas a seu respeito, podendo, portanto, tentar a averiguação do modo como se adquire.

Suponhamos que alguém de posse de *conhecimentos fundamentais*, adquiridos por processos que mais tarde consideraremos, se propõe a descobrir novas verdades; já foi dito o que isto significa.

Ora, é evidente que não é natural nem recomendável que se trate da aquisição duma verdade inútil; partimos, portanto, da suposição que o nosso investigador tenta adquirir uma verdade *útil*.

Não farei, pelo menos por agora, uma análise insistente sôbre o conceito que encerra a palavra *útil*, que tem um evidente carácter de *particularismo*.

Para eliminar qualquer dificuldade que daí derive, admitamos que se trata duma descoberta *universalmente útil*.

Suponhamos, por exemplo, que se trata de conhecer uma verdade *natural*, isto é, emanente da Natureza.

Os meios que então devem ser postos em prática são a *observação* e o *raciocínio*.

Para fixar ideas, tomemos para exemplo um caso histórico: a queda dum grave.

A primeira fase da observação tem uma feição, que chamarei *qualitativa* ou *simples*; é a observação imediata, despida de qualquer artifício ou de quaisquer antecedentes, e que, portanto, pode ser feita por qualquer pessoa, seja qual fôr o seu grau de ilustração, e até, provàvelmente, por qualquer animal, o que lhe imprime um precioso carácter de universalidade, e, portanto, de autoridade Scientífica.

No nosso caso todos vêem que qualquer corpo, por exemplo, uma pedra, não retida por uma ligação, *cai*. Além disso, todos verificam que a queda se efectua *de cima para baixo*, ou seja para o *lado de dentro* da Terra.

Aí temos, pois, duas *verdades*, universalmente aceitas, e, portanto, basilares.

Mas essas verdades não incluem evidentemente todas quantas estão contidas na queda dum grave.

Assim, por exemplo, a pedra segue um certo caminho na sua queda; ¿que caminho é êsse?

Esta questão é, evidentemente, muito mais complexa do que as anteriores, e não pode ser satisfatòriamente resolvida por qualquer pessoa.

É certo que a observação simples pode fornecer uma primeira solução *contingente* do problema, porque para um homem convenientemente educado o movimento lhe pareceria *rectilíneo*; contudo, se êsse observador fôsse consciencioso, não poderia fazer a tal respeito uma afirmativa categórica, e naturalmente, se nisso tivesse interêsse, recorreria ao auxílio de quaisquer dispositivos que confirmassem ou infirmassem a sua presunção.

A verdade assim conquistada poderia ser admitida por um número muito grande de homens, mas não por todos; não teria, pois, o carácter de universalidade.

Não insistirei sôbre a justificação desta afirmativa, por me parecer evidente.

Mas, ainda sôbre o problema da queda dum grave, uma outra circunstância de incontestável interêsse se apresenta; ¿como é que o corpo se move na sua queda rectilínea?

A *lei do movimento* na queda dos graves, eis uma questão que preocupou, durante séculos, a atenção de muitos observadores perspicazes; mas só Galileu conseguiu resolver pela primeira vez êsse problema, decerto um dos mais simples da mecânica moderna, embora incompletamente.

Ora, dito isto, não é difícil constatar que problemas de superior dificuldade não podem ser resolvidos por observação simples, e exigem o emprêgo dum método que denominarei *racionalista*.

Tratemos de averiguar em que consiste êsse mêtodo, pelo menos nos seus traços gerais.

Neste método de aquisição da verdade, que talvez se possa considerar o único, sendo todos os outros seus subsidiários, torna-se necessário partir de dados conhecimentos ou verdades fundamentais, que se presumem ser de *consenso universal*, ou pelo menos *unânime* num grupo de mentalidades de igual capacidade.

Poderíamos supor, por exemplo, verdades nessas condições aquelas que verificámos produzirem-se na queda dos graves; isto é, que todos os corpos caem e que a queda se efectua de cima para baixo.

Partindo disto podem *imaginar-se* diversos factos ou circunstâncias; se êsses factos são conformes com as verdades fundamentais, diremos que são verdadeiros, ou pelo menos possíveis; se forem contraditórios com aquelas verdades, diremos que os factos imaginados não são realizáveis.

Suponhamos que a nossa observação denunciou um facto contrário a uma das verdades fundamentais, por exemplo, que um certo corpo *subiu;* ora, sendo uma verdade fundamental que todo o corpo cai de cima para baixo, estamos na presença duma contradição flagrante, que temos de explicar.

Ora, em tais condições é evidente que para explicar a contradição é necessário *imaginar* que o corpo recebe uma acção que o faz subir e de tal forma que não só compense a *descida* devida à queda, mas que a exceda; assim, pelo *racionalismo* ou por *dedução,* concluímos que o corpo é solicitado por um esfôrço *ascensional* que prepondera sôbre aquele que o faz cair.

Efectivamente de há muito que se sabe que êsse esfôrço é a *impulsão do ar*, como do mesmo modo a *impulsão da água* impede a queda dum barco, etc.

Segue-se pois que o método racionalista ou dedutivo exige o conhecimento de *verdades fundamentais,* cuja conformidade ou desconformidade com factos passados levam a concluir que êles são admissíveis ou inadmissíveis.

Démos exemplos de verdades fundamentais ao considerar a queda dos graves que poderiam servir de base a numerosas deduções; mas como o exemplo que apresentámos é muito particular, as respectivas deduções também viriam afectadas do mesmo carácter; por isso será de grande conveniência para a ampla aplicação do método dedutivo estudar cuidadosamente quais os princípios ou factos que devemos considerar fundamentais de modo que dêles se possa deduzir o maior número possível de conseqüências, senão todos os factos de um dado capítulo da Sciência, como por exemplo aquele que se refere ao movimento dos corpos e que recebeu o nome de Mecânica.

À primeira vista, dado o número infinito de factos que se podem apresentar no movimento dos corpos, parece que o número de verdades fundamentais que devem servir, digamos assim, de *padrões* ao método dedutivo, deveria ser muito grande.

Contudo, graças ao génio analítico dos fundadores da mecânica moderna, Newton e Galileu, essas verdades fundamentais reduzem-se a *quatro,* conhecidas sob o nome de *princípios fundamentais de Mecânica.*

É claro que êsse número, sem *êrro lógico*, quere dizer, sem contradição com aqueles quatro, pode ser aumentado; é minha opinião, mais de uma vez manifestada, que pode ser reduzido; mas isso tem uma importância secundária no desenvolvimento do método dedutivo.

Dito isto e voltando ao nosso problema da *lei do movimento da queda dos graves*, repetiremos que a simples observação seria incapaz de a revelar, como o demonstra a História da Sciência, prolongada por muitos séculos.

¡Partindo, porém, dos princípios fundamentais da mecânica, um principiante nesse ramo da sciência a poderá deduzir em alguns minutos!

Trata-se, é claro, daquele resultado aproximado a que mais de uma vez nos temos referido.

E, ainda, consideramos o movimento dos graves no caso mais simples do movimento ser, por assim dizer, *espontâneo;* isto é, quando não é complicado com qualquer outro que não seja devido à gravidade.

Mas no *caso geral* é manifesto que, com mais forte razão, a simples observação seria impotente, não só para revelar a forma da linha descrita pelo móvel e ainda mais a lei do seu movimento.

Do que acaba de dizer-se é fácil depreender a enorme importância do racionalismo na descoberta de verdades que seria impossível conquistar por simples observação ou pelo método puramente empírico[1].

É esta uma conclusão que para muitos parecerá pouco justificada, por isso que admitem que só na observação reside a verdade; como *ponto de partida* e como *prova real* não há dúvida, como não a há de que ela só por si é impotente para organizar a Sciência, e infecunda na sua formação.

Também não deve esquecer que a observação tem alguma cousa de contingente e pessoal, por isso que, se há quem observe bem, também não falta quem observe mal, e até um mesmo observador pode estar bem ou mal disposto para a observação.

Há, efectivamente, exemplos numerosos e históricos de falsas observações que travaram a descoberta da verdade; por exemplo, a lei das *proporções múltiplas* em Química, a lei da *gravitação universal,* etc.

Mas, notemos ainda que o próprio método racionalista ou dedutivo é impotente para revelar a *verdade completa* pelo que respeita mesmo ao mais simples dos factos que se manifestam na natureza.

Insistindo, mais uma vez, no exemplo da *lei do movimento* na queda dum grave, que, com efeito, é um dos mais simples que se podem apresentar à observação, ainda assim o seu estudo pelo método dedutivo só pode ser feito recorrendo a um artifício, que não corresponde à realidade, e que consiste na *hipótese de simplificação* de que a queda se efectua no vácuo.

Supondo que se tratava de resolver o problema real em que o corpo cai atravessando o ar, seria impossível resolvê-lo, porque se ignora a lei da resistência do ar.

Uma outra hipótese de simplificação se faz ainda quando se admite que a acção da gravidade é constante, o que não é exacto, etc.

---

[1] Deve, contudo, observar-se que o que o método dedutivo não pode alcançar são as bases em que se fundamenta; essas só as pode fornecer a *observação.*

Vê-se, pois, que daqui resulta também que a observação desempenha um papel essencial na formação da Sciência, e na *confirmação* da dedução.

O que se diz do caso relativamente simples da queda dum grave repete-se, com maioria de razão, em todos que são do domínio das Sciências de observação, de modo que nunca será possível conhecer a verdade exacta, mas apenas aproximações que nos iriam aproximando tanto mais dela quanto mais se aperfeiçoassem os métodos de dedução e de observação.

É por isso que, com muita razão, o notável homem de Sciência P. Duhem afirmou que a observação apenas pode atingir, *pouco mais ou menos*, a verdade.

Para, porém, caracterizar suficientemente o método do *racionalismo* ou dedutivo temos de recorrer à Sciência Matemática, onde êle se apresenta na sua inteira genuïnidade, sem que contudo se deva afirmar que é inteiramente destituído de observação.

Assim, as Sciências Matemáticas têm, como as de observação [1], de partir de *verdades fundamentais* que aí se denominam *axiomas*.

Uma das diferenças entre as Sciências de Observação e as Sciências Matemáticas reside em que os seus axiomas se referem às *ideas* ou *conceitos* e não a factos de observação.

Exemplificando: um dos axiomas da Matemática pode enunciar-se: *duas cousas iguais a uma terceira são iguais entre si.*

Convém, contudo, notar que esta verdade, que tem o carácter de *universalidade* e que a cada instante aplicamos, ainda que inconscientemente, não pode afirmar-se que não resulte duma observação constante, embora inconsciente, e por isso afirmei que mesmo as Sciências Matemáticas puras não excluem a observação.

Admitidos os axiomas, toda a Sciência Matemática se desenvolve, cresce, sôbre êles pelos métodos rigorosamente dedutivos.

Assim, admitido um axioma, trata-se de procurar uma nova idea e verificar se é ou não exactamente conforme com a que contém o axioma; no caso de conformidade fica *provado* ou *demonstrado* que

---

[1] Temos falado em observação e não em *experimentação* ou *experiência*, porque em definitivo tudo se resume ou deve resumir-se a uma *observação simples*.

A experiência apenas tem de característica a circunstância de a produção dos factos ser *provocada* e não *espontânea;* mas o resultado da experiência tem por remate uma observação, em regra, simples tal como a coincidência de duas referências.

Isto não quere dizer que a experiência não desempenhe um papel importante na Sciência, por isso que é evidente que a faculdade de produzir os fenómenos e em circunstâncias muito variadas concorre e contribui para a descoberta dos factos que encerra.

Contudo o ramo das sciências que hoje tem atingido o maior grau de perfeição é, sem dúvida, a Astronomia, que apenas deve à observação as suas *verdades fundamentais*.

Essa circunstância deriva de que o problema astronómico, apresentando-se num grau de simplicidade excepcional, permite reduzir aquelas verdades, ou princípios, a um número restrito, ao qual se aplica o método racional ou dedutivo, que é susceptível de atingir um grau superior de rigor, ou pelo menos tam elevado quanto o seja o do princípio em que se fundamenta.

tam verdadeira é a nova idea como a axiomática; diz-se, então, que é uma verdade *apodítica*.

Tendo as verdades apodíticas o mesmo grau de certeza que as axiomáticas, é claro que na dedução poderão servir de base a ulteriores deduções, por forma que, como num organismo, as verdades se vão produzindo umas a partir das outras até constituírem êsse admirável conjunto da Matemática, onde as últimas verdades têm sempre o mesmo grau de certeza que os axiomas fundamentais.

Infelizmente, as sciências de observação nunca poderão atingir o grau de precisão da Matemática, porque as suas verdades fundamentais, derivadas de observações contingentes, não podem oferecer as garantias dos axiomas matemáticos, e porque as novas verdades que se comparam com as primitivas resultam também da observação e estão, portanto, sujeitas às suas contingências.

Assim, por exemplo, será impossível à observação averiguar rigorosamente que duas cousas são iguais a uma terceira, circunstância que julgo nunca se realiza na Natureza, onde não há duas cousas *rigorosamente iguais*.

Contudo, certos ramos há das Sciências Físicas, como a Astronomia e a Mecânica Racional, em que os princípios fundamentais oferecem inegáveis garantias de estabilidade que permitem o emprêgo dos métodos dedutivos, e por isso são os que têm atingido o mais elevado grau de precisão scientifica.

Infelizmente, porém, isso não sucede à grande maioria dos outros ramos das Sciências Físicas, e daí resulta o seu manifesto grau de contingência, e por tal forma que não seria para admirar que dum para outro momento se tornasse necessário um completo remodelamento nessas Sciências, e que não seria um facto singular na História da Sciência, e que não é necessário ser profeta para prever.

Quem diz *observação* diz *contingência*, quem diz dedução diz *invariabilidade*.

Mas, ainda assim, a observação tem nos métodos dedutivos um poder dominante, um como que poder de *veto*.

Efectivamente qualquer afirmação que tenha sido deduzida tem de se sujeitar ao critério da observação; se esta não confirmar aquela, a afirmação tem de ser rejeitada.

Um exemplo estrondoso da aplicação dêsse critério sem apelação é o da teoria da emissão de Newton, a que já nos referimos, e que foi aniquilada pela célebre experiência de Foucault, do tipo denominado *experimentem crucis*, que provou, sem sombra de dúvida, que a luz se propaga com maior velocidade no ar do que na água, quando da teoria de Newton se *deduz* exactamente o contrário.

A propósito da *imobilidade do éter* já nos referimos a uma experiência do mesmo tipo, executada por Michelson e Morley.

¡Mas, facto bem digno duma atenta ponderação, existem hoje, desempenhando um papel fundamental certos princípios e noções que são independentes do critério da experiência!

Está nesses casos um dos princípios fundamentais das Sciências Físicas, denominado da *conservação da energia*, que as mais abalizadas competências, e entre elas a do genial H. Poincaré, afirmam que não podem ser rejeitadas nem confirmadas pela experiência.

Como tenciono discutir, em trabalho especial, êste e outros princípios fundamentais das Sciências Físicas, reservarei para então as explicações que podem dar-se de uma circunstância que parece contraditória com a noção de verdade, tal como a temos considerado.

Limitar-me hei por isso a dizer aqui, a tal respeito, que o que se pode concluir a propósito do Princípio da Conservação da Energia é que, se êle não representa uma verdade apodítica, tem pelo menos um elevado grau de *probabilidade* a seu favor.

Resulta daqui uma nova noção na apreciação da verdade, e que é a *probabilidade*; questão esta que mereceria ser tratada com certo detalhe, não só pela sua importância actual, mas pelo que julgo que deverá ter no futuro quando aplicada aos problemas de grande complexidade, onde o *processo racionalista* é impotente.

Mas uma observação resta ainda a fazer sôbre o método experimental; concluímos anteriormente, e julgo ser isso universalmente aceito, que a experiência é o mais legítimo critério da verdade; mas, a meu ver, êsse novo dogma tem, como todos os outros, o seu perigo.

Efectivamente julgo ser imprudente esquecer que são cousas muito diferentes (ou podem sê-lo) os factos manifestados pela experiência e a idea ou verdade que dêles pode extrair um observador.

Efectivamente cada observador é um instrumento muito complexo e muito instável para que as suas apreciações mereçam inteiro crédito.

Assim, por exemplo, para falsear uma observação, basta a *sugestão* duma idea preconcebida; como exemplo frisante duma tal influência citarei o que nos fornece a história da Alquimia.

Portanto, logo que há bons e maus observadores, é evidente que a autoridade da observação é contingente e exige uma severa crítica.

¡ Quantas ilusões não tem registado a Sciência, de parte dos mais sinceros observadores !

E todos aqueles que, como eu, tenham freqüentemente interrogado a natureza pelo método experimental, terão certamente sentido a impressão de dúvida em presença da observação.

É por isso que sinto grande satisfação, e como que uma tranqüilidade que dá a convicção da verdade, quando vejo que o resultado da observação está de acôrdo com as conclusões do método dedutivo.

De tudo isto quero concluir que o *radicalismo em sciência*, como em tudo, é um grave êrro, e que portanto, para termos um máximo de probabilidade de atingir a verdade, não devemos recorrer

exclusivamente ao método dedutivo, nem ao método experimental, mas a ambos e de maneira que mùtuamente se confrontem, embora cada um dêles tenha a sua feição própria no modo como concorrem para o desenvolvimento do saber.

b) O dogmatismo na Sciência

Muitos estranharão que me proponha a provar que o dogma se impõe no desenvolvimento da Sciência, e até dum modo dominante.

É claro que em primeiro lugar me cumpre definir o que entendo por *dogma*, para evitar falsas interpretações, que tantas vezes têm dado lugar a discussões estéreis, exactamente porque cada contendor forma uma idea diferente sôbre as palavras empregadas pelos outros.

Entendo por *dogma* toda a presumida verdade que se transmite por *autoridade* e se aceita por *confiança* ou *fé*.

O dogma não tem, pois, por definição demonstração possível; não é uma verdade apodítica, mas apenas valorizada pela autoridade que a propõe e a boa fé de quem a admite.

Posta assim a questão em termos que reputo claros, trata-se de averiguar se na Sciência existem ou não verdades adquiridas dogmàticamente.

Ora, cousa curiosa, o dogmatismo é, a meu ver, nem mais nem menos do que a base do racionalismo.

Efectivamente o racionalismo consiste em confrontar uma verdade nova com outra ou outras que já se averiguou estarem conformes com as *verdades fundamentais* que já denominei *padrões*.

Chamem-lhe padrões, princípios fundamentais, axiomas, o nome pouco importa, o que não há dúvida é que o racionalismo, em última análise, se apoia sôbre essas verdades, e quanto valerem essas verdades tanto valerão as que delas se deduzem.

¿ Podem demonstrar-se essas verdades? Não.

¿ Não foram essas verdades, na Mecânica, base das Sciências Físicas, propostas pelas grandes autoridades que se chamaram Newton e Galileu?

¿ Não foram elas aceitas, mercê da *confiança* que essas autoridades souberam inspirar?

Logo são dogmas.

Não há capítulo nas Sciências Físicas que se não inicie por um dogma.

E do dogmas vivemos nós constantemente, tanto na nossa actividade normal ou vulgar, como na nossa actividade scientífica.

Assim, por exemplo, quando fazemos qualquer observação, uma vez que não seja *simples*, aceitamos, sem dar por isso, todos os dogmas em que assentam todas as teorias que inspiraram os métodos experimentais que tratamos de pôr em prática, ainda mesmo que recorramos aos mais racionais, como os de natureza matemática.

Mas se me parece indubitável que o dogmatismo inspira fundamentalmente o racionalismo, onde êle tem uma importância decisiva e essencial é na *transmissão da Sciencia.*

Sem autoridade e sem confiança, seria manifestamente impossível transmitir a Sciência, pelo menos a dos nossos dias, que só numa mínima parcela pode ser transmitida dedutivamente, e isso a um número extremamente restrito de individuos convenientemente preparados.

Portanto, se não fôsse o dogmatismo scientífico, a Sciência só poderia ser transmitida a tam exíguo número de pessoas, que a sua acção seria pràticamente nula sôbre o meio social.

A Sciência só pode ser divulgada convenientemente, e de maneira a concorrer para o bom norteamento da evolução da humanidade, por meio do dogmatismo.

Dir-se há que esta maneira de encarar as questões equivale a estabelecer uma grande analogia entre o método scientífico e o método teocrático ou religioso.

Não analisarei aqui, detalhadamente, o dogma religioso, porque isso seria evidentemente destoante, num trabalho que pretende manter-se num campo estritamente scientífico; direi pois, a tal respeito, apenas o que seja necessário para marcar a diferença entre o dogma teológico e o dogma scientífico.

A característica essencial do dogma teológico é que a presumida verdade que encerra foi revelada por um ser de hierarquia superior ao homem.

Admitido isso, é então evidente que o dogma teológico contém o máximo de autoridade, e portanto inspira um máximo de Fé; e isso explica o motivo por que se tem imposto a milhões e milhões de homens, durante tantos séculos.

Mas exactamente o que lhe confere tam grande poder contém em si a razão de ser da sua decadência, em presença do dogma scientífico, que, dia a dia, tende a ganhar em prestígio.

Efectivamente o dogma teológico, emanação divina, é por isso mesmo invariável, não está ao alcance do poder humano alterá-lo.

Ora é evidente que essa verdade, que poderia ser universalmente aceita numa fase dada da evolução humana, não pode manter-se com êsse carácter no decorrer dos séculos.

As conseqüências que daí tem resultado é inútil citá-las porque são bem patentes.

Ao dogma scientífico já não sucede o mesmo, porque, obra dos homens, pelos homens pode ser modificado.

O dogma scientífico tem em virtude disso o carácter dum *postulado*; isto é, duma verdade cujas conseqüências nunca devem estar em contradição com os factos; e, se tal contradição se der, o dogma baqueia, seja qual fôr a autoridade que o revelou.

Já foi citado o facto que se deu com o dogma da emissão de Newton.

Não se julgue, porém, que o dogma scientífico se encontra completamente isento dos exageros da Fé, que caracterizam os dogmas teológicos.

Em sciência também existiram e existem *crentes* dum dogma scientífico, com um fervor quási igual ao que anima um crente religioso.

Vulgaríssimos são os factos históricos, e mesmo actuais, que testemunham sôbre o que acaba de afirmar-se.

O facto histórico de entre todos o mais notável é certamente o que respeita à *Escola aristotélica*; todos sabem que essa escola dominou a mentalidade humana, e dum modo exclusivo, pelo menos até o período da Renascença Scientífica, cujos precursores foram Bacon e Descartes, mas que só teve uma perfeita revelação no período em que brilharam os grandes homens que se chamaram Galileu, Newton, Huyghens, Leibnitz.

Uma última conclusão desejo tirar dêste aspecto dogmático, que, a meu ver, se impõe especialmente na transmissão da Sciência.

Se a eficacidade do dogma tem o seu fundamento na *confiança*, e se possível fôr na *fé*, é evidente que uma *moral scientífica* se impõe, e que é a *moralidade* ou *probidade scientífica*.

Quere, pois, dizer que todo o homem que se propõe a fazer ou a transmitir sciência deve timbrar em respeitar religiosamente a verdade.

Ora isso parece relativamente simples, visto apenas depender dum acto de vontade.

Mas, reflectindo um pouco sôbre essa fundamental questão, reconhece-se que ela é extremamente complexa, visto a *vontade*, energia essencialmente sentimental, estar sujeita a variadas e complexas influências.

E, com efeito, as inúmeras sugestões que influem sôbre a observação dos factos adulteram as conclusões a que legitimamente deveriam conduzir.

Serão certamente raros os observadores que mantenham um espírito perfeitamente independente e imparcial perante a observação dos factos.

Voltando mais uma vez a citar o nome de Augusto Comte, por ser êle quem primeiro tentou sistematizar o positivismo, verifica-se a cada passo que êle é um adversário da Religião, quando na verdade deveria ser, como filósofo, indiferente.

Ser livre pensador não significa ser adversário do dogma, porque, se o fôr, já não é imparcial e portanto não é livre.

Por outro lado, paixões perfeitamente individuais e íntimas perturbam a visão das cousas; é o que sucede, por exemplo, quando se é influenciado por um dogma, scientífico ou não, ou pelo desejo de fazer uma brilhante conquista na sciência, ou para vibrar um golpe num adversário ou num competidor; etc.

¡Quantos e quantos exemplos de tais factos não regista cotidianamente a História da Sciência!

¿E quem é que pode considerar-se isento de tais fraquezas? São as fatalidades inerentes às imperfeições do mais singelo dos instrumentos, que aparecem avolumadas pela complexidade do organismo humano.

Se quiséssemos fazer uma comparação *teológica,* diríamos que um prefeito homem de sciência necessitaria ser um santo.

Mas o que é certo é que êsse limite ideal do homem de sciência nunca foi atingido, nem jámais o será.

O que, porém, é possível é que quem revela um facto, uma idea nova, o faça da *melhor fé,* e depois de ter conscienciosamente empregado o melhor dos seus esforços para evitar um involuntário equívoco; a *leviandade* é um delito scientífico; já que não podemos ser *infaliveis,* sejamos ao menos *probos.*

c) O instinto. A intuição e o sub-consciente[1]

Para terminar o *balanço* das formas segundo as quais se adquirem conhecimentos que são tidos por verdades, resta-nos ainda considerar aquelas de cuja origem não temos conhecimento.

Entre elas consideramos as que se exprimem pela palavra *instinto,* que parecem inquestionàvelmente *hereditárias,* por isso que animais que não tiveram conhecimento dos seus progenitores, e isso é freqüente, se encontram de posse de verdades que lhes garantem a existência.

O *instinto* é uma destas faculdades que devem perturbar aqueles que rejeitam com indignação o determinismo.

Eu não sou daqueles, e já expliquei o motivo porque, que rejeitam *in limine* uma noção por ser contraditória, muitas vezes na aparência, com determinadas teorias, e muitas vezes com inveterados sentimentos e até mesmo com certos dogmatismos.

Ora, quem tomar por critério da sua orientação scientífica a *observação,* não pode rejeitar um facto quando o encontre contra-

---

[1] É quási desnecessário declarar aqui que não possuo preparação *dogmática* para o estudo de tam interessante assunto, e apenas creio, a seu respeito, que sôbre êle se não tem feito um estudo de carácter scientífico.

Quere pois dizer que o que passo a expor me foi sugerido pelas impressões que me resultam da observação externa e interna.

Já disse em introdução a êste trabalho os motivos que me inspiraram a não desistir de tam transcendente empreendimento, e que consistem essencialmente na convicção em que me encontro de que tam complexo quanto importante assunto tem de sujeitar-se ao método geral das Sciências Experimentais, que consiste, antes de tudo, na operação da *colheita dos factos,* que deve preceder toda a elaboração teórica ou racional.

Ora, sendo os factos relativos ao problema actual de natureza mental, convém, ou é mesmo indispensável, que cada um exponha as suas ideas e até mesmo as suas impressões, porque do conjunto de muitas ideas e de muitas impressões é que devem sobressair os factos donde se induzirão as leis a que obedecem essas regiões tão profundas, e quási misteriosas, do espírito humano.

ditório com o seu sentimento; ora a experiência prova, a cada instante, que existe um *determinismo*, no sentido de que todo o facto natural tende a produzir um efeito harmónico com a economia da natureza.

Creio não haver um observador da natureza, um naturalista, que esteja disposto a contradizer o que venho de afirmar.

Na estrutura da Natureza há como que um pensamento, uma harmonia geral, a que se ajustam os factos que nela se manifestam.

Não duvido, pois, em dizer que o *Instinto* é o conjunto de conhecimentos hereditários destinado a manter a vida animal, e todos devemos confessar que êle desempenha bem a sua função, aliás a maioria das espécies animais teria deixado de existir.

O homem, como animal que é, *herda* portanto também um certo fundo de conhecimentos instintivos, bem patentes no começo da sua existência.

Mas êsses conhecimentos que derivam do instinto e que, por assim dizer, estabelecem a continuïdade entre o animal dito *irracional* e o homem, não constituem o fundo único, nem mesmo principal, da *intuïção* do homem como ser pensante.

Há talvez muitos que discordam da minha opinião e que pensam que o homem tem a faculdade de legar ideas, não originadas pelo instinto, *idea inata* ou, pelo menos, predisposição para fàcilmente as adquirir.

A meu ver essa opinião está em contradição com factos que são da prática vulgar. Efectivamente tenho conhecido, e o mesmo suponho que tem sucedido a muitos, indivíduos derivados de raças no estado selvagem e que, contudo, manifestam em adquirir ideas da civilização, acumuladas durante séculos, a mesma facilidade que indivíduos descendentes duma longa linhagem de civilizados.

E por isso que me convenço de que a chamada intuïção não é, digamos, fisiològicamente hereditária, mas *tradicionalmente* hereditária.

O que principalmente distingue a espécie humana é a sua preciosa faculdade de *tradicionalismo*, ou de transmitir os seus conhecimentos aos seus descendentes, em que se manifesta uma poderosa tendência de absorpção e de conservação, por isso que a espécie humana tem a tendência, especificamente instintiva, de criar uma existência mental, característica da espécie.

Por isso o homem nos primeiros períodos da sua existência tem uma faculdade pasmosa de absorver conhecimentos, facto que só pode ter passado despercebido a quem não tenha tido o ensejo ou o espírito de observação para o apreender.

Ora eu creio que neste período inicial, e decisivo, é que se forma principalmente a *intuïção*, que só pouco mais, de futuro, se desenvolve, a não ser em casos excepcionais.

Por estes e outros motivos, eu penso que a intuïção é, em grande parte, derivada da *educação* inconsciente, essencialmente *sugestiva*, poderosamente auxiliada por essa faculdade instintiva

que se chama *curiosidade*, que se manifesta nìtidamente, mesmo nos animais inferiores, porque, sem dúvida, pode servir à conservação do indivíduo.

Creio, porém, também que essa parte do fundo da intuïção também é adquirida pela observação espontânea que se exerce persistentemente nos primeiros períodos da vida.

É, pois, principalmente por estes processos que o passado como que se prolonga ao presente e será transmitido, avolumado pela actividade de uma geração, à geração seguinte.

É isso que se exprime pela conhecida frase: *os mortos mandam.*

Efectivamente, quem tenha, mesmo desatentamente, seguido a história do pensamento humano desde que são conhecidas as suas origens, não terá dificuldade em convencer-se que a sua mentalidade ainda hoje é influenciada pela mentalidade Grega, transmitida quási integralmente à mentalidade Romana, donde derivou a raça latina, onde se realiza um tipo de civilização característica da Europa.

Não é esta a ocasião, nem tenho competência para o fazer, de analisar sob êste aspecto a civilização das grandes raças humanas, cuja intuïção é variável em conformidade com a intuïção adquirida pelo tradicionalismo, orientado já por um dogmatismo de base racional ou um dogmatismo de base teológica.

Apenas farei a tal respeito a observação, que me parece interessante, que as civilizações cuja base de intuïção é teológica sofrem do defeito de imobilidade dos respectivos dogmas.

Mas, deixando de parte uma questão que me não julgo com competência para tratar, insistirei apenas numa característica da intuïção, que tem importância scientífica.

A meu ver, a característica essencial da intuïção é ser *qualitativa*, emquanto que a Sciência tem por objectivo principal a *quantidade*.

Assim, o som, a luz, a extensão, o calor, etc., são dados de intuïção, puramente, qualitativos, e não são do domínio próprio da Sciência.

Será efectivamente um empreendimento erróneo o tentar transmitir a noção da côr, forma, movimento, etc.

É esta uma circunstância que não tem despertado o interêsse que merece e sôbre a qual convém reflectir.

Os objectivos essenciais da Sciência, porque se ligam ao seu poder de *previsão*, são: por um lado *definir* e por outro *medir*.

Ora definir, por assim dizer, *descritivamente* é impossível e inútil, porque se teria de apelar para a intuïção, cujo modo de aquisição não é fácil precisar.

Assim, por exemplo, seria um empreendimento inútil definir descritivamente o que é o *azul*, ou o que é uma certa nota da escala musical, etc.

Contudo a Sciência pode dar uma definição *numérica* dessas qualidades, no sentido de que, conhecida ela, essa côr ou êsse *som* se podem distinguir doutros quaisquer.

Assim, se dermos o que se chama em Física *comprimento de onda* duma côr, temo-la definido duma maneira matemàticamente rigorosa, se aquele comprimento de onda também fôr determinado com rigor matemático, o que, de facto, quási se consegue.

Para definir quantitativamente um som basta determinar com rigor a sua freqüência, etc.

Tratando da questão duma maneira geral, pode dizer-se que toda a energia física resulta da combinação duma *quantidade* e duma *qualidade*.

A quantidade está sob o domínio directo do acto de medir.

A qualidade não se mede, mas pode definir-se *numèricamente* por intermédio duma medida.

Sem procurarmos aqui insistir sôbre êste importante assunto, direi que *quantidade* é o factor duma grandeza que pode submeter-se às operações de aritmética.

Assim, por exemplo, o comprimento duma certa fracção de recta é uma quantidade, porque somando dois comprimentos iguais se obtém um comprimento duplo.

Pelo contrário as qualidades não se somam; assim misturando duas quantidades iguais de tinta azul não se obtém um *azul duplo*, mas o dôbro de quantidade de azul.

Como disse, esta distinção entre a qualidade e a quantidade não tem sido nìtidamente apreendida por pessoas até de elevada competência.

Assim, por exemplo, quem desconhece que na própria geometria se têm tentado definir formas, que são *qualidades* e, portanto, factos de intuïção.

É um exemplo bem conhecido dessa circunstância o das inúmeras tentativas que se têm feito para definir a forma *recta*; e, não há dúvida, que uma tal definição teria uma importância capital, porque a sua falta é um defeito radical da geometria, visto que todas as formas e todas as medidas são dela dependentes.

É, por isso, lamentável que se não tenha encontrado uma definição numérica dessa forma, que se encontra para muitas outras formas, embora com o defeito de dependerem da noção de *distância*, inseparável da noção da forma recta.

E como, mais ou menos, todas as sciências dependem da geometria, segue-se que a falta de definição numérica da recta é como que um verdadeiro *pecado original* de que se ressente toda a Sciência.

O profundo espírito analítico de H. Poincaré conduziu a procurar no movimento de rotação uma definição qualitativa da forma recta; mas essa tentativa poderá quando muito ter um interêsse filosófico, porque, em primeiro lugar, das suas considerações resulta que *é possível que exista uma forma recta*, o que creio ninguém contestará, e, em segundo lugar, seria impossível realizar por êsse meio a forma recta.

Em resumo, as qualidades só podem ser conhecidas por intuïção; contudo, em muitos casos, podem caracterizar-se dum modo preciso, e mesmo numérico, como sucede ao som, à côr, à temperatura, etc., e só nesse sentido se pode dizer que uma qualidade tem um valor numérico.

Pelo que respeita à quantidade é interessante notar-se que ela é sempre determinada por intermédio duma indicação *qualitativa.*

Efectivamente as quantidades não podem, em geral, ser medidas directamente, mesmo nos casos mais simples da geometria, com excepção das grandezas rectilíneas e angulares.

Todas as outras medidas são obtidas *indirectamente*, e, exactamente, nisso consiste um dos problemas mais importantes da Sciência, quando ela tenha atingido a sua fase superior ou *quantitativa.*

Dum modo muito geral, pode dizer-se que qualquer medida se reduz, em definitivo, a uma medida linear, angular ou de tempo, devendo notar-se que essas medidas são em definitivo dependentes do facto da coincidência entre duas referências.

Portanto a operação final de toda a medida é realmente qualitativa, o que me parece levar à conclusão que as únicas circunstâncias que directamente poderemos apreciar são de natureza qualitativa; quero dizer, o nosso poder de observação refere-se exclusivamente às qualidades, e cai, portanto, no domínio da intuïção.

*

* *

Aludirei, por último, a uma faculdade de adquirir conhecimentos a que muitos se têm referido, e a respeito da qual numerosos factos se têm citado, mas sôbre a qual as minhas informações são muito limitadas, para que a seu respeito tenha uma opinião formada; quero referir-me ao *sub-consciente.*

Ao que se me afigura, o sub-consciente é alguma cousa de intermédio entre o instinto e o racionalismo.

Aproxima-se do instinto pela sua espontaneidade, e do racionalismo pelo seu poder de dedução.

O sub-consciente parece ter uma grande analogia com os fenómenos psicológicos que se produzem durante o sono e que se denominam *sonhos*, que seriam, de tal modo, casos particulares do sub-consciente.

Parece poder concluir-se daqui que as ideas retidas no cérebro, por uma forma desconhecida, mas provàvelmente por um mecanismo *morfológico-dinâmico,* têm a faculdade de *comparação espontânea.*

O raciocínio consciente não é, de facto, senão a comparação voluntária de ideas mentalmente existentes, por isso que, como já insistentemente foi dito, *conhecer é reconhecer,* ou, dum modo mais geral, *conhecer é comparar.*

Ora, no sub-consciente essa comparação efectua-se por um acto espontâneo ou, pelo menos, incompletamente voluntário.

Com a expressão que acabo de empregar quero dizer que a um acto de vontade não corresponde um efeito instantâneo e tam duradouro como êle; o efeito dum acto de vontade enérgico pode persistir por um largo tempo, e creio que exemplos há, especialmente em animais inferiores, que o efeito dum acto de vontade pode persistir mesmo depois de ter cessado a vida, e julgo que factos da mesma natureza se têm observado no homem surpreendido pela morte.

Portanto se um ardente desejo de resolver uma dificuldade provoca um esfôrço intenso da vontade, eu creio que, mesmo inconscientemente, os efeitos da vontade persistem mesmo depois de ter cessado o respectivo esfôrço.

Esta hipótese, certamente muito aleatória, ainda assim explica factos que têm sido relatados por muita gente, e especialmente homens de sciência, que estão mais sob o domínio do sub-consciente por terem o hábito persistente de meditar e a intensa preocupação da resolução de certos problemas.

Pode dizer-se que, na maioria dos casos, a elaboração que precede a *evocação* da idea que se procura é, em grande parte, sub-consciente; também não é caso raro que a idea que que se procura venha a encontrar-se num sonho.

Pelo que respeita à minha observação pessoal, o meu sentimento a tal respeito é que muitos factos que se atribuem ao sub-consciente são o resultado de uma *atenção* persistente de que se não tem perfeita consciência.

Ora a resolução duma dificuldade encontra-se no *choque* de duas ideas, como geralmente sucede na aquisição de qualquer conhecimento; ora a *evocação* dessas ideas simultâneas pode ser extremamente difícil, em presença do número que se pode dizer quási infinitamente grande das ideas que a mente encerra. É certo que, para um espírito disciplinado, a evocação das ideas pode ser feita dum modo sistemático, que facilita o seu encontro, mas, casos há muito complexos em que êsse encontro só pode ser alcançado dum modo fortuito. Daí, talvez, essas expressões vulgares: *encontrei* ou *achei uma solução*.

Por isso sucede muitas vezes que a audição duma frase, a leitura dum período, a observação dum facto, etc., venham provocar uma evocação que o único esfôrço da vontade não conseguiria.

É por isso que cumpre manter a convicção de que, quási sempre, a *invenção* é um facto de carácter eventual, sendo, contudo, evidente que a eventualidade que a provoca é muito freqüente nos indivíduos que constantemente a perseguem.

MÉTODOS GERAIS PARA A DETERMINAÇÃO DA CONSTITUIÇÃO MOLECULAR DAS SUBSTÂNCIAS PURAS E DAS SUBSTÂNCIAS MISTURADAS

POR

MÁRIO BASTO WAGNER

A termodinâmica dispõe hoje de dois métodos fundamentalmente distintos para estudar o equilíbrio dos sistemas químicos. Um dêles, naturalmente o mais antigo, estuda os sistemas sob o ponto de vista dos seus *componentes independentes* [1], o outro, o mais moderno que procurámos aperfeiçoar e ampliar numa série de memórias com o título geral de: *Termodinâmica das misturas* [2], analisa os sistemas sob o ponto de vista dos seus *componentes verdadeiros*. Para caracterizar esta diferença profunda e essencial entre os dois métodos designaremos o primeiro, abreviadamente, por «termodinâmica da constituïção analítica» — aplicando estas últimas expressões com a significação que lhes é dada em Química — e daremos ao segundo a designação de «termodinâmica da constituïção verdadeira». Estes dois métodos aplicados à resolução do grande problema dos sistemas químicos são totalmente diferentes. Que eu saiba, ninguém chamou, até hoje, a atenção dos físicos para esta profunda diferença. Encontramos mesmo, na actualidade, muitos físicos e químicos que, por motivos originados necessàriamente em mal-entendidos ou em convicções injustificadas, defendem a tese de que a termodinâmica pura é incapaz de resolver o problema da verdadeira composição molecular dos corpos.

O primeiro método não se preocupa com a natureza molecular dos sistemas que estuda; importa-lhe tam sòmente conhecer as quantidades das substâncias puras independentes que constituem as misturas.

Saber se estas são simples ou normais, isto é, formadas por uma só espécie de moléculas; complexas ou anormais, isto é, formadas por duas ou mais espécies; se elas reagem ou não entre si

---

[1] O conceito de componente independente aqui empregado é idêntico ao que Gibbs estabeleceu.

[2] *Zeitschrift für physikalische Chemie*, tomos 94 a 97.

quando se misturam; que espécies de moléculas esta por fim conterá; quais as concentrações dessas espécies, etc., etc.; — são problemas que não interessam à «termodinâmica da constituïção analítica», que, portanto, os considera alheios ao seu dominio de investigação.

Nem mesmo se ocupa com a estrutura molecular dos corpos cujo estudo se pode basear com igual direito e talvez com mais lógica, na constituïção contínua da matéria. O problema da natureza corpuscular ou não-corpuscular dos corpos é um dos muitos problemas que a mesma termodinâmica, devido à generalidade com que trata o assunto, não precisa encarar; mas, por isso mesmo, os resultados que ela obtém tomam uma forma tam geral que em nada nos podem elucidar sôbre a verdadeira constituïção das substâncias. Uma termodinâmica tam notàvelmente isenta de hipóteses é, sem dúvida alguma, susceptível duma aplicação mais extensa do que uma termodinâmica que procura ter em conta a constituïção real dos sistemas. Planck dá-nos no terceiro capítulo das suas *Lições de Termodinâmica* uma exposição magistral da «termodinâmica da constituïção analítica».

Incomparàvelmente mais exigente e ambiciosa é a termodinâmica dos sistemas químicos, sob o ponto de vista dos seus componentes verdadeiros, isto é, das espécies de moléculas que formam os sistemas. O seu objecto é o conhecimento minucioso do mecanismo íntimo das misturas: determinar os números e as espécies de moléculas que constituem as fases, as reacções que subsistem entre essas espécies, a variação das quantidades destas últimas com a temperatura e a pressão, etc., etc. Propõe-se, pois, esta termodinâmica a resolver questões muitas vezes extremamente complicadas.

Apoiando-nos exclusivamente na termodinâmica da constituïção analítica, podemos estabelecer *a priori*, conhecendo o número dos componentes independentes, um determinado número, ainda que muito reduzido, de leis a que os sistemas deverão obedecer e que poderemos verificar experimentalmente.

Baseando-nos, pelo contrário, na termodinâmica da constituïção verdadeira, não poderemos, sem prévio conhecimento das espécies de moléculas que constituem o sistema, enunciar qualquer lei relativa ao modo por que êle se comporta. Ignorando, pois, essa composição, êste método termodinâmico é perfeitamente estéril; mas o caso muda imediatamente de aspecto desde que obtenhamos, por qualquer via, dados acêrca da constituïção molecular do sistema. Então alcançaremos por êste meio conhecimentos muitíssimo profundos e amplos que o primeiro não nos poderia fornecer: todos os segredos mais íntimos dos sistemas químicos deixarão de existir e teremos desvendado o mistério da constituïção molecular das substâncias puras e das substâncias misturadas.

Resumindo, poderemos dizer que a termodinâmica antiga requere para a resolução de qualquer problema o *conhecimento prévio dos componentes independentes*, ao passo que a termodinâmica moderna

requere, para a resolução de qualquer problema, o *conhecimento prévio dos componentes verdadeiros.*

Dum modo geral poderemos dizer que a termodinâmica da constituïção analítica é um instrumento bastante deficiente que só como último recurso deveremos utilizar; a termodinâmica da constituïção verdadeira, pelo contrário, é o único instrumento plenamente adequado e adaptado às determinações que nos propomos realizar. Exprimindo-nos por outra maneira, diremos que a primeira termodinâmica estuda os sistemas químicos, por assim dizer, a ôlho nu, obtendo sòmente um conhecimento da sua feição geral, emquanto que a segunda termodinâmica analisa os sistemas como que através dum microscópio que permitisse estudar as suas íntimas particularidades.

A termodinâmica da constituïção verdadeira é, como dissemos, exclusivamente aplicável a sistemas cuja composição molecular é conhecida. Ora os métodos de que a sciência moderna dispõe para determinar essa composição carecem de rigor e merecem por isso pouca confiança. Não obstante fornecem muitas vezes valiosas indicações, ainda que, na maioria dos casos, de carácter meramente qualitativo. Perante êste facto o estabelecimento duma termodinâmica da constituïção verdadeira poderia considerar-se à primeira vista uma tentativa prematura. Tal suposição é, porém, errónea e pela seguinte razão:

Temos a mais ampla e completa liberdade de idear sistemas de qualquer constituïção molecular e de lhes aplicar o novo método termodinâmico. Se, confrontando depois as leis assim obtidas com as leis a que os sistemas reais obedecem, verificarmos que existe conformidade entre as leis teóricas e as empíricas, teremos o legítimo direito de supor que a composição molecular dos sistemas reais é idêntica à dos sistemas por nós imaginados. Foi obedecendo a êste raciocínio que chegámos à conclusão de que os componentes de todos os sistemas cujo calor de mistura é nulo são necessáriamente corpos nomomoleculares, isto é, compostos duma única espécie de moléculas.

O método de investigação da termodinâmica da constituïção verdadeira assenta nas seguintes bases:

1.º A físico-química fornece-nos como resultado de investigações de ordem teórico-molecular ou mesmo puramente empírica, como resultado, portanto, de estudos não-termodinâmicos, uma imagem *qualitativa* e *aproximada* da constituïção molecular do sistema considerado.

2.º Essa imagem qualitativa que é aproximada consideramo-la nós a imagem *exacta* do sistema.

3.º A esta imagem exacta, embora *hipotética*, aplicamos os princípios da termodinâmica nova.

4.º As leis válidas para o *sistema hipotético* são confrontadas com aquelas a que obedece o *sistema real.*

5.º Se verificarmos que existe harmonia completa entre as leis teóricas e as empíricas, consideraremos legítima a nossa imagem

hipotética, isto é, concluïremos que o sistema real tem a constituïção molecular do hipotético.

6.º Se observarmos que essa harmonia ou concordância é sòmente aproximada, então atribuïremos à imagem hipotética um maior ou menor grau de probabilidade, isto é, admitiremos que o sistema real se desvia mais ou menos do hipotético, mas que dum modo geral a constituïção de ambos é bastante semelhante.

7.º Se finalmente averiguarmos um profundo desacôrdo entre as maneiras por que se comportam os dois sistemas, concluïremos que a constituïção suposta é profundamente distinta da real. Neste caso ver-nos hemos compelidos a modificar convenientemente a imagem hipotética.

Sistemas relativamente singelos não oporão séria resistência à exacta determinação da sua verdadeira constituïção molecular. Mas quanto mais complicado fôr o sistema, tanto menor confiança nos inspirarão as nossas suposições acêrca da sua composição. Em casos semelhantes a nova termodinâmica não representará mais do que um novo meio, mas sem dúvida o mais seguro, para a determinação *aproximada* da constituïção molecular.

*
* *

Após estas considerações fundamentais passemos a tratar do verdadeiro problema desta memória.

Suponhamos que nos é dada uma substância pura ou uma mistura de substâncias puras *nos estados sólido ou líquido* e que pretendemos determinar, com exactidão, a sua constituïção molecular.

O primeiro passo para a resolução dêsse problema consistirá num estudo minucioso da forma por que o sistema se comporta empìricamente, tendo em vista todas as propriedades que possamos acompanhar *teòricamente* com o auxílio da nova termodinâmica. O método experimental, que com tal propósito utilizaremos quási exclusivamente, é o seguinte: juntar ao sistema que desejamos analisar quantidades variáveis duma substância que por conveniência escolheremos químicamente pura e monomolecular, e observar a forma por que esta mistura se comporta sob vários pontos de vista.

Uma vez efectuado o estudo empírico relativamente a essas variações de constituïção trataremos de estabelecer pela físico-química as imagens hipotéticas que, com mais probabilidade, representem a constituïção do sistema considerado.

Começaremos a análise teórica naturalmente pelas hipóteses mais singelas e só perante factos irredutíveis nos resolveremos a introduzir suposições mais complicadas.

Quanto a corpos puros já sabemos que a constituïção mais simples que lhes podemos atribuir é a monomolecular. Se esta hipótese falhar, teremos de os considerar anormais. A imagem menos

complexa da constituïção duma substância anormal e que talvez na grande maioria dos casos corresponda à realidade, é a seguinte: a substância anormal consta exclusivamente de moléculas simples e duplas, constituindo estas duas espécies de moléculas uma mistura ideal[1]. Se esta suposição não estiver em acôrdo com os dados experimentais, procuraremos uma das duas hipóteses seguintes que consideramos, depois daquela, mais prováveis:

1.ª A substância compõe-se de moléculas simples, duplas e triplas que formam uma mistura ideal;

2.ª A substância consta de moléculas simples e duplas que constituem uma mistura não-ideal. Se ainda estas hipóteses não encontrarem confirmação, admitiremos finalmente que a substância anormal é uma mistura não-ideal das três espécies de moléculas. Com o auxílio destas quatro concepções fundamentais ser-nos há possível determinar a constituïção de quási todos os corpos anormais.

A determinação da composição molecular das misturas de substâncias puras deve basear-se, a princípio, igualmente em imagens tam simples quanto possível, introduzindo-se só igualmente hipóteses mais complexas.

Felizmente parece que na natureza os sistemas são, em geral, relativamente singelos, ao menos pelo que diz respeito ao número das espécies de moléculas que os constituem. Esta habitual simplicidade dos sistemas reais comporta uma simplificação importante dos cálculos, sem a qual nos veríamos impossibilitados de resolver a maioria dos problemas neste domínio da sciência.

As leis relativas à adição duma substância pura e monomolecular a um determinado sistema deduzimo-las nós, *isentas de todas as hipóteses e simplificações e baseando-nos exclusivamente nos princípios da termodinâmica*, na nossa série de memórias: *Termodynamik der Mischungen*. Quanto à forma matemática dessas leis e à sua fundamentação teórica consultem-se êsses trabalhos. Aqui limitar-nos hemos a uma simples enumeração das propriedades dum

---

[1] Chamamos ideal toda a mistura cujos componentes verdadeiros, considerados inalteráveis em estado isolado e encontrando-se no mesmo estado físico que a mistura, não absorvem nem produzem calor no acto da mistura. Por não-ideais designamos, pelo contrário, as misturas que não possuem esta propriedade. De físicas damos o nome às misturas cujas componentes verdadeiras, isto é, cujas espécies de moléculas não reagem químicamente entre si, e físico-químicas as misturas em que se operam processos químicos.

Podemos, pois, dividir todas as misturas possíveis em quatro grupos:

1.º Misturas físicas ideais.

2.º Misturas físicas não-ideais.

3.º Misturas físico-químicas ideais.

4.º Misturas físico-químicas não-ideais. (Veja-se *Thermodynamik der Mischungen*, 1.ª parte). Uma substância anormal é, pois, uma mistura físico-química, ideal ou não-ideal segundo o calor físico da mistura fôr ou ou não igual a zero.

sistema que poderão ser utilizadas teòricamente para o estudo da sua constituïção molecular. Estão nestas condições:

1.º O *volume*.— Determinam-se com o auxílio da termodinâmica da constituïção verdadeira para a hipótese, adoptada as diferenças de volume do sistema dado e do corpo adicionado, antes e depois da mistura.

2.º O *calor de mistura*.— Determinam-se teòricamente os efeitos térmicos que acompanham a mistura do sistema estudado com as quantidades variáveis do corpo adicionado.

3.º A *pressão de vapor*.— Calculam-se para a hipótese adoptada as pressões parciais teóricas do corpo adicionado ou de qualquer espécie de moléculas que constituem o sistema dado.

4.º A *solubilidade*.— Estabelecem-se as relações válidas para o equilíbrio: sistema dado com a substância adicionada no estado líquido; substância adicionada no estado sólido.

5.º O *ponto de congelação*.— Trata-se neste caso, em oposição ao anterior, de determinar o equilíbrio entre a solução líquida, à qual adicionámos a substância pura e monomolecular, e uma espécie de moléculas do sistema primitivo no estado sólido. Se o sistema que estudarmos constar duma só espécie de moléculas ou de várias espécies, quìmicamente independentes umas das outras, se se tratar, pois, duma substância normal ou duma mistura puramente física, o estado de equilíbrio mencionado será de fácil determinação. Se, pelo contrário, se tratar dum corpo anormal ou duma mistura físico-química, o estabelecimento das relações teóricas exigirá uma investigação prévia.

Assim supomos que na constituïção da água entram moléculas simples e duplas. Há sábios que vão mais longe, afirmando a existência de moléculas triplas e até mais complexas. Pregunta-se agora: ¿quando a água gela, qual destas três ou mais espécies de moléculas passa ao estado sólido? Teòricamente é inaceitável a suposição de que as três cristalizam simultâneamente. Porque é, em geral, extremamente improvável que numa mistura puramente física que contenha três espécies de moléculas arbitrárias e independentes todas elas se solidifiquem ao mesmo tempo. E não é presumível que duas ou mais espécies de moléculas quìmicamente dependentes umas das outras se comportem, sob êste ponto de vista, duma maneira diferente.

Concluïremos, por conseguinte, que no processo da congelação duma substância anormal ou duma mistura físico-química, em geral, só uma das espécies de moléculas, que constituem o sistema, passa ao estado sólido.

Efectivamente Tamann provou que existem várias espécies de gêlo, às quais temos de atribuir constituïções diversas. Segundo as investigações dêsse sábio o gêlo vulgar é bimolecular.

Para utilizar êste método em determinações da constituïção é, pois, necessário conhecer de antemão a espécie molecular que se solidifica no acto de congelação do sistema.

6.º O *ponto de ebulição.*— Deduz-se a expressão teórica que liga a temperatura de ebulição à constituïção molecular da mistura.

7.º O *calor específico.*— Tanto esta propriedade como as duas seguintes não poderão, talvez, ser utilizadas presentemente, devido à imperfeição dos métodos experimentais de que a sciência hoje dispõe.

8.º A *compressibilidade.*

9.º O *coeficiente de dilatação.*— O exame teórico destas grandezas ainda não foi objecto duma publicação especial. No emtanto, os princípios da nova termodinâmica são-lhes aplicáveis e poderemos, portanto, considerá-las apropriadas para a determinação de constituïções moleculares.

10.º A *pressão osmótica.*

Outras propriedades, ainda, como são principalmente a constante dieléctrica, viscosidade, refracção, tensão superficial, etc., não permitem, hoje em dia, uma análise teórica sob o ponto de vista da constituïção verdadeira e excluí-las hemos, por isso, das nossas considerações. Não queremos dizer, no emtanto, que elas não venham a desempenhar no futuro um papel importante neste campo de investigação. É mesmo muito possível que algumas delas, e ainda outras que não mencionámos, se tornem, um dia, métodos notáveis em estudos desta natureza, devido à acessibilidade experimental e fácil medição; êste ponto, porém, só poderá ser resolvido por futuras investigações teóricas ou experimentais.

Para demonstrar a fecundidade das ideas expostas nesta memória, e para comprovar até que ponto conseguimos penetrar na natureza íntima dum sistema, vamos analisar, sob o ponto de vista teórico, uma mistura relativamente singela e que já foi objecto duma investigação profunda por parte de A. Schulze. O sistema que êste sábio submeteu ao estudo foi a mistura toluena-benzina [1]. Baseando-se na lei da pressão de vapor de Dolezalek [2] — lei até então *empírica* e à qual Dolezalek atribuía validade geral, mas que é, como o demonstrei na minha série de memórias, sòmente válida para misturas ideais (o sistema toluena-benzina pertence, felizmente, a êste último grupo) — Schulze conseguiu provar que a toluena é, dentro de determinados limites da temperatura, um corpo anormal, composto de moléculas simples e duplas. Determinou mais, por modo exacto, o seu grau de dissociação no estado puro e em soluções de benzina.

É, sem dúvida alguma, do máximo interêsse confirmar os resultados de Schulze por outros métodos de investigação. Tais métodos nos são hoje fornecidos pela «termodinâmica da constituïção verdadeira» em número avultado.

---

[1] *Annalen der Physik*, 59, S. 73 (1919).
[2] *Zeitschrift für physikalische Chemie*, 64, 727 (1908).

O grupo de fórmulas que êsse sábio utilizou para a resolução dêsse problema especial foi o seguinte:

$$N_t = n_1 + 2\, n_2 \,,$$

$$\frac{n_1^2}{(n_b + n_1 + n_2)\, n_2} = K \,,$$

$$p_b = P_b \frac{n_b}{n_b + n_1 + n_2} \,.$$

A primeira fórmula mostra que o número analítico de molécula-gramas N_t da toluena em solução é igual à soma do número n_1 de molécula-gramas de toluena monomolecular com o dôbro do número n_2 de molécula-gramas de toluena bimolecular. Tais relações entre números de moléculas analíticas e números de moléculas verdadeiras são naturalmente aplicadas pela nova termodinâmica em grande extensão.

A segunda fórmula dá conta do equilíbrio que se estabelece na solução entre as moléculas simples e duplas da toluena. O novo método termodinâmico emprega igualmente em larga escala expressões matemáticas análogas.

A terceira fórmula, finalmente, reproduz a lei de Dolezalek, com relação à pressão parcial de vapor da benzina na fase gasosa. Segundo essa lei, que, como vimos, é sòmente válida para sistemas ideais, a pressão parcial dum componente verdadeiro é igual ao produto da pressão de vapor dêsse componente, no estado puro, pela sua concentração molecular *na solução*.

Grupos de fórmulas, perfeitamente equivalentes ao de Schulze, com o auxílio exclusivo dos quais poderíamos também determinar a constituïção molecular do nosso sistema, são todos aqueles que obtemos substituindo a terceira fórmula de Schulze por uma das seguintes:

$$V = n_1\, v_1 + n_2\, v_2 + n_b\, v_b \,,$$

$$Q = (n'_2 - n_2)\, r_t \,,$$

$$p_1 = P_1 \frac{n_1}{n_b + n_1 + n_2} \,,$$

$$\frac{n_b}{n_b + n_1 + n_2} = e^{-\frac{w_b}{R}\left(\frac{T_b - T}{T_b\, T}\right)}$$

Representam aqui: n_1, n_2, n_b os números de molécula-gramas de toluena monomolecular, de toluena bimolecular e de benzina, que, como é sabido, é uma substância normal; V, v_1, v_2, v o volume total da solução e os volumes moleculares das três espécies de moléculas que ela contém; Q o calor de mistura observado na

adição de N_t moléculas analíticas de toluena a n_b moléculas de benzina, r_t o calor de reacção que acompanha a transformação duma molécula-grama de toluena bimolecular em duas molécula-gramas de toluena monomolecular, n'_2 o número de molécula-gramas bimoleculares contidas em N_t molécula-gramas analíticas de toluena pura, p_1 a pressão parcial de vapor da toluena monomolecular na fase gasosa, P_1 a pressão de vapor que uma toluena líquida, composta exclusivamente de moléculas simples, exerceria à temperatura da mistura, e a base dos logaritmos naturais, w_b o calor de fusão, e T_b a temperatura de congelação da benzina pura.

Todas as fórmulas acima enunciadas obtivemo-las nós por maneira perfeitamente exacta na série de trabalhos nossos, já várias vezes citada.

Os quatro métodos novos, resultantes da substituïção indicada, oferecem, em parte, menos dificuldades de carácter experimental do que o de Schulze, e devem considerar-se por isso, em princípio, preferíveis a êste.

Se as medições do calor específico e dos coeficientes de compressão e dilatação térmica fôssem mais rigorosas do que o são na actualidade, poderíamos juntar àqueles métodos mais três.

Além disso, ainda podemos obter doutro modo um certo número de novos métodos: combinando a primeira e terceira fórmula de Schulze com uma das minhas, ou sòmente a primeira com duas destás.

Não nos faltam, pois, processos para determinar a composição duma dada substância. Utilizando vários de entre êles e verificando, dentro dos limites dos erros experimentais, plena conformidade dos resultados, podemos afirmar que ficámos conhecendo a constituïção exacta do sistema.

Não se limitam só a isto as vantagens dos novos pontos de vista. As relações que acima démos permitem-nos efectivamente resolver ainda um certo número de problemas até hoje inacessíveis à físico-química. Assim, conseguimos determinar os valores exactos do calor de reacção r_t, dos volumes moleculares v_1 e v_2, da pressão de vapor P_1 e também dos calores moleculares e dos coeficientes de compressão e dilatação de cada espécie de moléculas que compõem o sistema, se utilizarmos as expressões relativas ao calor específico estabelecidas na nossa termodinâmica das misturas, e as relativas à compressibilidade e à dilatação das misturas, de fácil dedução teórica.

A termodinâmica da constituïção verdadeira fornece-nos, portanto, não só *um conhecimento amplo e seguro da constituïção molecular dum sistema*, mas também, o que é de importância fundamental, *um conhecimento exacto e minucioso das propriedades individuais de todas as espécies de moléculas* que o constituem.

O exemplo que acabamos de examinar representa, como vimos, um sistema físico-químico ideal. Dificuldades maiores levanta o estudo das misturas não ideais, e isto devido ao facto de que as fór-

mulas relativas a tais sistemas envolvem uma grandeza, o calor de mistura, que é, em geral, uma função complicada de todas as concentrações moleculares. Essa grandeza podemos nós desenvolvê-la, como o demonstrámos na *Termodinâmica das misturas*, numa série de potências das concentrações moleculares. Tomando agora em conta exclusivamente os termos lineares e não alargando demasiadamente os limites dentro dos quais variamos a constituïção, poderemos determinar, com uma aproximação bastante satisfatória, a composição do sistema não-ideal e as propriedades das suas moléculas. Talvez fôsse mais conveniente operar aqui com uma expressão finita, que poderíamos obter, por exemplo, por meio duma equação de estado ampliada, ou por quaisquer outras considerações cinéticas.

Chamamos, entretanto, a atenção para o facto, já indicado na primeira parte da nossa *Termodinâmica das misturas*, de que a fracção química do calor de mistura, isto é, a fracção de calor que devemos atribuir a reacções químicas no acto da mistura, é, em geral, muito maior do que a fracção física do mesmo calor, isto é, a parte integrante do calor de mistura, que provém exclusivamente das fôrças físicas que actuam entre as moléculas. Por outras palavras: *numa primeira aproximação é permitido tratar a grande maioria dos sistemas físico-químicos não-ideais como sistemas físico-químicos ideais.* Na determinação da constituïção molecular de qualquer sistema físico-químico convém, pois, aplicar a princípio hipóteses que pressuponham a idealidade do sistema, e sòmente admitir a sua não-idealidade quando aquelas se mostrem insuficientes.

Abril de 1921 [1].

---

[1] O autor dêste artigo não chegou a fazer a sua revisão tipográfica, porque faleceu sùbitamente, poucos dias depois de o ter escrito, quando agora tudo lhe fazia vaticinar uma brilhante carreira scientífica, iniciada com trabalhos muito interessantes de físico-química, para os quais o tinham preparado os seus estudos feitos, com muita distinção, em universidades alemãs, numa das quais teve por mestre, entre outros, o célebre professor Ostwald.

HÉMO-HISTIOBLASTES ET LEURS DÉRIVÉS MONOCYTIQUES, LYMPHOCYTIQUES ET GRANULOCYTIQUES DANS LA RATE ET DANS LE SANG CIRCULANT D'ENFANTS ATTEINTS DE LEISHMANIOSE.

Travaux de l'Institut de Pathologie Générale et d'Anatomie Pathologique de l'Université de Lisbonne

PAR LE

PROF. ENRICO E. FRANCO

Directeur de l'Institut

Au cours de quelques-unes de mes observations sur des préparations faites au moyen de frottis avec la pulpe de la rate d'enfants atteints de Leishmaniose, et dans le but de déterminer la nature des cellules parasitifères, mon attention fut attirée par de grandes cellules d'aspect endothélioïde renfermant tantôt des parasites et des éléments cellulaires, tantôt ces derniers seulement, ou, enfin, ne contenant ni les uns ni les autres. Leur structure m'a semblé si nettement hémo-histioblastique, et même clasmatocytique, que j'ai été amené à les étudier non plus seulement sur des frottis, mais encore à les réchercher dans les coupes histologiques de l'organe provenant de l'autopsie ou d'une opération chirurgicale.

De cette façon, il m'a été possible d'étudier dix rates, ce qui m'a donné les resultats suivants:

Il s'agit d'éléments fort grands, plus grands même que tous les autres, d'une forme arrondie ou bien très irrégulière, avec des prolongements pas trop développés, et dont la caractéristique est de se fragmenter avec une grande facilité (clasmatose).

Le noyau est de deux espèces. Dans quelques cellules, il est nettement monocytoïde: réseau chromatique de filaments extrêmement fins, limitant des mailles serrées; membrane nucléaire peu visible. Ce noyau est uniformément colorable en rouge-violet clair, par le *May-Grünwald-Giemsa*; lorsqu'il contient des nucléoles, ceux-ci prennent une couleur bleu-clair ou rosée, et sont entourés d'une légère couche de chromatine plus dense.

D'autres cellules, au contraire, ont un noyau semblable à celui que j'ai décrit avec *Ferrata* dans les hémo-histioblastes de la leucémie granulocytique chronique et qui donnent naissance aux granulocytes hémohistioblastiques; il est constitué par des filaments chromatiques plus gros, formant un réseau de mailles larges, dans lequel se trouvent fréquemment des vacuoles (noyaux *en éponge*). La chromatine est intensément colorée en rouge-violet par le mélange de *May-Grünwald-Giemsa*. La membrane nucléaire, toujours bien visible, varie d'épaisseur suivant les points.

Quelques cellules présentent une structure nucléaire qui rappelle l'une et l'autre forme.

Le cytoplasme de tous ces éléments est coloré par le *May-Grünwald-Giemsa* en bleu ou en bleu-violet sale. Il présente quelquefois un réseau spongioplasmatique légèrement granuleux; d'autres fois ce cytoplasme est, pour ainsi dire, pulvérulent, et ses contours sont frangés au lieu d'être nets.

Ces deux espèces de cellules, que je n'hésite pas à considerer comme hémo-histioblastiques, ne se trouvent pas toujours réunies dans la même rate; sur dix cas, je ne les ai recontrées simultanément que quatre fois.

Le fait d'être phagocytes constitue pour ces cellules une caractéristique fort importante. Ce sont exclusivement celles qui renferment les protozoaires de *Leishman*, que je n'ai vus en aucun autre élément, et que l'on peut compter en nombre fort élevé dans une même cellule.

Mais elles ne se contentent pas de phagocyter la Leishmanie: dans les cas où ce pouvoir phagocytaire est très intense, elles présentent dans leur corps cellulaire tous les éléments figurés du sang, à l'état de maturité ou non, de la série hémoglobinique ainsi que des plaquettes de *Bizzozero*.

Quelquefois les éléments de la série rouge (spécialement les moins altérés) se trouvent, dans le cytoplasme des phagocytes, entourés d'un espace clair (vacuole, ou effet artificiel de la fixation?), espace qui n'existe jamais autour de la Leishmanie enfermée dans ce même corps cellulaire. Fait remarquable, je n'ai jamais trouvé d'éléments de la série granulocytique, monocytique, et lymphocytique dans l'intérieur de ces cellules endothélioïdes hémo-histioblastiques.

Dans les mêmes frottis, à côté des éléments ci-dessus décrits, il en existe d'autres qui, surtout par leurs caractères nucléaires, ressemblent aux monoblastes et aux monocytes, et d'autres encore semblables aux lymphoblastes et aux lymphocytes. On y trouve tous les états de passage entre la cellule endothélioïde hémo-histioblastique et clasmatocytique et ces seconds éléments. Nous dirons d'une façon plus précise que, des cellules endothélioïdes hémo-histioblastiques à noyau semblable au monocytoïde et à fin réseau, dérivent les monoblastes et les monocytes; tandis que c'est des autres, c'est-à-dire, de ceux dont le noyau est *en éponge* que dé-

rivent les lymphoblastes et les lymphocytes. On peut voir dans cette dérivation d'éléments une nouvelle confirmation de tout ce qui, depuis 1890, a été affirmé par *Ranvier* sur ses clasmatocytes, et appuyé par *Marchand*, *Maximow*, *Pardi*, *Ferrata*, etc., et qui peut se résumer dans ces quelques mots de *Marchand:* «les clasmatocytes (cellules adventices) qui dans les conditions normales sont fixes, peuvent devenir mobiles et émigrer librement, en donnant naissance aux macrophages dits de *Metchnikoff*, aux cellules appelées cellules des exsudats, ainsi qu'à des éléments d'origine lymphocytaire qui, à leur tour, par des caryokinèses successives, se transforment dans les petits lymphocytes du tissu».

Dans les rates que j'ai étudiées, outre l'évolution vers le lymphocyte, il y aurait aussi, comme je viens de le dire, l'évolution vers le monocyte.

Les cellules avec prolongements, ou pseudopodes cytoplasmiques, seraient des clasmatocytes (ou hémo-histioblastes de *Ferrata*, ou polyblastes de *Maximow*) à l'état de repos; les cellules arrondies seraient des cellules mobilisées ou si, l'on veut, des éléments qui, après le retrait ou la perte de leurs prolongements, semblent précisément, comme *Marchand* l'affirme, devenir mobiles ou être sur le point de le devenir.

Puisque l'examen seul des frottis ne permet pas de déterminer en toute certitude le siège de la cellule, j'ai essayé d'établir par des coupes à quels éléments appartiennent les susdits hémo-histioblastes dont la grande majorité, comme nous l'avons déjà dit, contient la Leishmanie.

Dans les coupes histologiques, les cellules contenant des parasites appartiennent:

1°. Aux éléments du réseau de la rate, soit à celui de la pulpe rouge (réseau de *Tigri*), soit à celui des follicules. Il convient cependant, de dire que, bien que les cellules du réseau de *Tigri* soient constamment parasitifères, celles du réseau folliculaire ne le sont que dans quelques cas.

2°. Aux éléments qui entourent les lacunes de la rate, à ceux des adventices de l'artère pénicillaire ou des petits vaisseaux de la pulpe.

Dans les coupes histologiques les cellules adventices laissent aisément reconnaître une structure nucléaire de filaments chromatiniques beaucoup plus gros et moins denses que dans les cellules des réseaux.

Je dois ajouter que je n'ai pas vu de cellules de l'endothélium des vaisseaux sanguins et lymphatiques ou des lacunes spléniques contenant des parasites ou des éléments cellulaires.

En conclusion, les cellules hémo-histioblastiques doivent être considérées: celles dont le noyau est monocytoïde, comme des cellules du reticulum de la rate (pulpe rouge et blanche); celles dont le noyau est spongieux, comme des cellules adventices.

Sur dix rates, neuf présentaient une production remarquable, et parfois extraordinaire, d'éléments de la série hémoglobinique,

lymphatique et monocytique, tandis qu'on notait l'absence ou une rarissime formation des éléments des séries granulocytiques.

Dans une seule rate au contraire (la 9me), outre les autres séries, on a trouvé la série granulocytique, et elle était autochtone.

Dans les frottis de la pulpe de cette rate, on retrouve, bien que peu abondantes, toutes les cellules décrites par *Ferrata* et par moi dans la leucémie granulocytique chronique, c'est-à-dire les cellules hémo-histioblastiques et la série de leurs dérivés, neutrophiles, éosinophiles et monoblastes. Les basophiles manquent.

Aucun de ces éléments granulocytiques ne contient ni la Leishmanie ni de cellules phagocytées.

Dans les préparations de coupes microtomiques j'ai vu ces cellules se disposer encore autour des lacunes de la pulpe immédiatement en dehors de l'endothélium.

Je m'abstiens de plus longs détails sur ces éléments hémo-histioblastiques granulocytiques, déjà longuement décrits dans la note susdite que j'ai publié avec *Ferrata*[1], à laquelle sont jointes de nombreuses figures.

Particularité importante: dans la rate des enfants affectés de Leishmaniose je me suis toujours trouvé en présence de la rupture de la paroi de nombreuses lacunes de la pulpe et conséquemment en présence de l'invasion dans la pulpe d'un grand nombre de cellules montrant tous les caractères déjà cités. Ce phénomène explique leur présence, que j'ai constaté, dans le tronc de la veine splénique. Je les ai vues, mais bien rarement, dans le sang circulant, fait dû très probablement à ce que leur immense majorité a sans doute été retenue dans les capillaires hépatiques.

Il serait intéressant de rechercher si ce fait se présente en d'autres conditions morbides où l'on rencontre des éléments histioïdes dans le sang circulant, et en particulier dans les leucémies, pour expliquer le mécanisme encore obscur de la présence de ces éléments du tissu connectif périvasculaire dans le torrent circulatoire.

CONCLUSIONS

1) Les cellules du réticule de *Tigri* et celles du réticule des follicules de *Malpighi* (cellules endothélioïdes) sont des hémo-histioblastes (clasmatocytes) à noyau semblable au monocytoïde, avec réticulum chromatinique formé par des filaments déliés et serrés. Ces cellules, dans chacune des dix rates affectées de Leishmaniose qui ont fait l'objet de mes études, en se mobilisant donnent naissance à des cellules hémo-histioblastiques de la série monocytique sans passer par une phase hémo-cytoblastique.

---

[1] *Archivio per le Scienze Mediche*, Torino, 1919.

2) Ces cellules endothélioïdes du réticulum splénique et leurs dérivés monocytiques ont toujours une propriété phagocytaire accentuée pour la Leishmanie et souvent même pour les éléments cellulaires, mûrs ou non, de la série hémoglobinique, ainsi que pour les plaquettes de *Bizzozero*.

3) Les cellules adventices des vaisseaux et quelques-unes de celles qui se trouvent immédiatement à l'extérieur des lacunes de la pulpe, sont de véritables hémo-histioblastes caractéristiques qui peuvent donner naissance à des lymphocytes hémo-histioblastiques, et quelquefois (1 cas sur 10) à des granulocytes acidophiles et neutrophiles, hémo-histioblastiques. Je n'ai pas trouvé de cellules hémo-histioblastiques à granulations basophiles.

Tous les éléments d'origine adventice ont le noyau dit *en éponge*.

4) Les dérivés lymphocytiques hémo-histioblastiques ont une propriété phagocytaire pour la Leishmanie; les granulocytes hémo-histioblastiques ne décèlent pas cette propriété.

5) Dans les rates étudiées par moi aucun des endothéliums, soit des vaisseaux hématiques et lymphatiques, soit des lacunes de la pulpe, n'avait de pouvoir phagocytaire pour la Leishmanie, ni pour aucun autre élément cellulaire.

6) L'entrée dans la veine splénique des hémo-histioblastes du réticulum ou de l'adventicie et de ses dérivés, dont un grand nombre renferment la Leishmanie, se fait par irruption d'une partie des éléments cellulaires au niveau des lacunes de la pulpe, à cause de la rupture fréquente de leurs parois.

7) On rencontre ces mêmes éléments dans le sang périphérique, mais en très petit nombre, car la plupart de ceux qui sortent de la rate par la veine splénique sont arrêtés dans les capillaires du foie.

J'étais sur le point de publier cette note lorsqu'est apparu dans le fascicule n° 2 du 1er volume de *Haemathologica*, le travail de *Ferrata* et *Negreiros Rinaldi: Emoistioblasti e monociti nella milza malarica*.

Tandis que les observations que je viens d'exposer confirment ce fait, que ce sont les cellules hémo-histioblastiques clasmatocytoïdes qui donnent naissance aux monoblastes et aux monocytes, les rapports entre mes préparations par frottis et celles des pièces incluses ne seraient pas d'accord avec l'opinion de ces Auteurs qui admettent que les cellules à noyau *en éponge* appartiennent au réseau; car, ainsi que je l'ai dit, je ne les ai vues qu'autour des vaisseaux et des lacunes de la pulpe splénique; pour moi, ces éléments sont adventiciels ou analogues.

Je crois que c'est au réseau qu'appartiennent les cellules clasmatocytiques hémo-histioblastiques à noyau constitué par des segments chromatiniques déliés et resserrés, c'est-à-dire à l'aspect monocytoïde, cellules qui donnent naissance aux monocytes.

D'après mes observations je crois acceptable l'opinion de *Ferrata* et *Negreiros Rinaldi*, d'après laquelle, dans le processus de maturation des éléments de la série monocytique hémo-histioblastique, le phénomène de la clasmatose joue également un rôle important.

Lisbonne, Mai 1920.

STUDI SULLE LEISHMANIOSI

I

LEISHMANIOSI VISCERALE DELL'ADULTO (KALA AZAR)

NOTA DEL

PROF. ENRICO EMILIO FRANCO

Direttore dell'Istituto di Patologia Generale e di Anatomia Patologica
dell'Universitá di Lisbona

Fino ad oggi in Portogallo la Leishmaniosi viscerale dell'adulto (Kala Azar) non era mai stata registrata nella letteratura.

Devo alla grande cortesia del Prof. *Bello Moraes* e del Dr. *Roma*, suo assistente, della 2ª Clinica Medica di questa Facoltá, l'aver potuto studiarne il primo esemplare. Il confronto di questo caso con quelli ormai numerosi di Leishmaniosi infantile autoctoni portoghesi, e con uno di Leishmaniosi cutaneo-mucosa di provenienza brasiliana, che han fatto oggetto di parecchie mie pubblicazioni, mi ha dato interessanti risultati, sí che, mentre mi propongo di continuarne l'osservazione, mi sembra opportuno riferirne fin d'ora, facendone oggetto di una nota preliminare.

Si tratta di un negro, J. M., ventiquattrenne, nativo di Mozambico, di professione conduttore di motocicletta. Portato a Lisbona due anni dopo la nascita, non uscí mai piú dal Portogallo. Visse in molte regioni del paese; due anni or sono rimase per una sessantina di giorni a Stombar, nell'Algarve. È strenuo bevitore. Sei anni fa contrasse sifilide, che pare sia stata curata con energia; ciò non ostante la reazione di *Wassermann* fu fortemente positiva. Soffre di violente emorragie nasali, vescicali, rettali.

Debolissimo, ha febbre irregolare, remittente al mattino, la quale nell'ultima settimana toccó un massimo di 39°,5, discendendo a un minimo di 36,8. Le note somatiche piú evidenti sono: anemia delle mucose, notevole idrope ascite; splenomegalia della quale imputa, come causa, un grave trauma riportato tre anni fa, cadendo dalla motocicletta in corsa, nelle regioni dell'ipocondrio e del fianco sinistri: la milza discende 8 cm. sotto l'arco costale, sulla emiclaveare. Epatomegalia: il viscere sporge 5 cm. dall'arco costale, sulla emiclaveare. Balanite ulcerosa e fimosi.

Le urine hanno densitá 1021 a 15°. Vestigi di serina, abbondante globulina. Urea 34,44 gr. per litro; cloruri 2,10 per mille. Presenza di scatolo, di sali biliari e di urobilina. Nel sedimento, cel-

lule renali, cilindri ialini ed emazie, conservate o in distruzione. La diagnosi di Leishmaniosi é stata fatta in seguito all'aversi scoperto nel sangue periferico, che si esaminava per ricercarvi eventuali parassiti della malaria, i corpi di *Leishman* (Dr. *Sant'Anna*).

Due esami del sangue periferico, prelevato a digiuno, hanno dato:

	8 Dicembre 1921	12 Dicembre 1921
Emoglobina (*Sahli-Gowers*)	14 %	40 %
Eritrociti (*Thoma-Zeiss*)	2.950.000	2.650.00
Valore globulare	0.70	0.72
Elementi nucleati (*Thoma-Zeiss*) .	10.450	6.800
Resistenza globulare	Normale	–

Le rispettive formule citologiche colle percentuali furono le seguenti:

	9 Dicembre 1921	12 Dicembre 1921
Emoistioblasti	0.60	–
Emocitoblasti	–	0.60
Mieloblasti proneutrofili	–	1.00
Promielociti neutrofili	–	1.80
Mielociti neutrofili	–	–
Metamielociti neutrofili	2.33	2.80
Monoblasti	1.09	1.00
Linfoblasti	2.83	3.40
Granulociti bsofili	–	0.10
» acidofili	–	–
» neutrofili.	18.33	18.40
Monociti	6 50	11.80
Linfociti	66.60	33.80
Linfociti leucocitoidi con granulazioni azzurrofile	0.16	0.20
Proeritroblasti	0.16	1.00
Normoeritroblasti basofili.	–	0.40
» policromatici . .	1.66	1.40
» ortocromatici . .	0.33	–
» ortocromatici con granulazioni basofile	0.60	0.60
Emazie: parecchie con granulazioni basofile. Vi é anisocitosi e policromatofilia.		Parecchie con granulazioni basofile. Vi é anisocitosi e policromatofilia.
Piastrine: poche, grandi, qualcuna gigantesca.		Poche, grandi, qualcuna gigantesca.
Cellule di *Rieder*	–	0.20
Cellule di *Türk*	–	–
Plasmazellen	–	0.20
Su 600 elementi nucleati contati si trovó un elemento attribuibile, per i suoi caratteri, alle cellule reticolo endoteliali della milza: esso conteneva 8 Leishmanie.		Su 600 elementi nucleati contati si trovarono 1 monociti, 1 monoblasta, 2 linfociti e 1 granulocito neutrofilo contenenti ciascuno una Leishmania.

10 elementi nucleati di specie differenti (3 granulociti neutrofili, 3 linfociti, 3 monociti e la cellula splenica suddetta), erano parassitifere; contenevano da 1 a 8 Leishmanie. Si vide anche una Leishmania libera.

In ambedue gli esami del sangue periferico si notarono numerosi monociti fagocitanti emazie.

Gli esami con colorazioni vitali allestite col Brillant-Cresylblau-Sudan III, secondo *Cesaris Demel*, misero in evidenza molte emazie con granulazioni e filamenti basofili. Nessun leucocito sudanofilo.

Fu eseguita una puntura aspiratrice della milza Nel succo si son trovati i seguenti elementi cellulari:

ESAME A FRESCO: (Brillant-Cresylblau-Sudan III).

Molte emazie con granulazioni e filamenti basofili. Assenza di elementi con goccie colorabili col Sudan.

ESAME A SECCO: gli elementi che si trovano in questi strisci sono i seguenti:

Cellule primordiali.

a) *Emoistioblasti.* Debbono come tali considerarsi le cellule dei reticoli splenici, a nucleo monocitoide. Esse sono abbondanti ed hanno i caratteri delle analoghe viste nelle milze dei bambini leishmaniosici. Unica differenza é che il loro citoplasma si colora costantemente col *May-Grünwald-Giemsa*, in bleu chiaro poco intenso.

Questi elementi hanno proprietá fagocitarie molto spiccate verso le Leishmanie, le quali si possono trovare dentro al loro corpo anche in numero assai notevole (fino a 40); talvolta fagocitano, anche, emazie mature o linfociti.

Da questi *emoistioblasti* derivano *monociti* che sono molto numerosi e che conservano le proprietá fagocitarie delle cellule loro progenitrici.

b) *Emocitoblasti:* non ne ho visto.

Serie emoglobinica:

Molti *eritroblasti* basofili; molti *normoblasti basofili* e *policromatici;* parecchi *ortocromatici,* di cui alcuni con granulazioni basofile. Si puó assistere spesso alla uscita del nucleo, divenuto picnotico, dai normoblasti basofili; se ne trovano alcuni alterati, senza traccia di nucleo; molte *emazie* sono policromatofile.

Nei preparati si vedono sovente frammenti di citoplasma intensamente basofilo, provenienti da eritroblasti basofili.

Serie bianche:

Dei *monociti* si é detto.

Serie granulocitiche acidofila e *basofila* assenti. Della *neutrofila* vi è soltanto qualche *mielocita;* rari i *metamielociti.* I *granulociti neutrofili* sono pochi.

Linfoblasti e *linfociti* non molto numerosi.

Rarissime *Plasmazellen.*

Megacariociti, cellule tipo Rieder e *Türk* assenti.

Piastrine poche e normali; raramente si trovano «placche di piastrine».

Cellule pigmentifere e *pigmento libero* assenti.

Cellule parassitifere. Oltre alle *cellule dei reticoli splenici* di cui si é parlato (v. *emoistioblasti*), e ai *monociti* da essi derivati, ho visto Leishmanie dentro a qualche *metamielocito* o *granulocito neutrofilo;* in questi elementi i parassiti arrivano al numero massimo di cinque nella stessa cellula. Nei *granulociti* le Leishmanie sono molto peggio conservate che nei *monociti.*

Secrezione della lesione del glande: si vedono poche cellule del tessuto, alterate, qualche linfocito e granulocito e moltissime emazie. Fra questi elementi sta una enorme e variata flora batterica nella quale spiccano innumerevoli spironemi e abbondanti e caratteristici bacilli fusiformi di *Vincent.*

Per parecchie regioni questo caso é interessante.

Prima di tutto perché. come si disse, é il primo registrato in Portogallo di Leishmaniosi viscerale in adulto. Autoctona? Non lo si può affermare con sicurezza perchè il paziente non é nato qui: ma considerando che, portatovi a due anni di etá, non si é piú mosso dal paese, riesce alquanto difficile ad ammettersi che la malattia duri da ben ventidue anni. Si potrebbe, peró, pensare che, infettatosi a Mozambico, il parassita sia rimasto latente nella milza e che il trauma violento, riportato tre anni or sono nella regione splenica, abbia creato nella milza condizioni tali da permettere alla Leishmania di svilupparsi.

Se non si vuol ammettere l'origine africana del parassita, bisogna concludere che il soggetto si è infettato in Portogallo: forse nell'Algarve, dove é presumibile si trovino malattie tropicali, come la recentemente scoperta Bilharziosi. Non è impossibile che una inchiesta che si facesse colá portasse alla luce altri casi di Leishmaniosi viscerale degli adulti; come casi autoctoni, finora ignorati, di altre affezioni, cutanee e cutaneo-mucose, dovute alle Leishmanie.

Quanto all'epatomegalia, non si puó affatto decidere se si tratti di una di quelle frequenti cirrosi da parassiti di *Leishman*, nello stadio ipertrofico, oppure se si abbia da fare con una epatomegalia di origine alcoolica o dovuta alla spirocheta pallida o di altra origine. Una puntura esplorativa del fegato verrá eseguita appena sará possibile; peró anche se si troveranno, come é molto probabile, le Leishmanie in elementi o endoteliali o glandolari del fegato, non si potrà decidere, da questo solo fatto, che la causa della epatomegalia debba ricercarsi nel Protozoo. Una più esatta idea si potrebbe avere dallo esame anatomo-patologico, in caso di morte dell'ammalato; ma forse nemmeno quello sarebbe decisivo in presenza di un individuo la cui anamnesi é cosí ricca di avvenimenti morbosi diversi.

Non si può dare troppa importanza alla constatata presenza della Leishmania nel sangue circolante, per mezzo della quale si é fatta la diagnosi, perché la letteratura é ricchissima di casi di questo genere e di casi nei quali il parassita era, anzi, nel sangue periferico, abbondante. Vi sono A.A. che asseriscono essere assai frequente il rinvenire il Protozoo anche nel sangue periferico dei bam-

bini Leishmaniosici. A dir la veritá in questi io lo vidi assai poche volte, almeno nei casi studiati qui in Portogallo.

Viceversa, una gran differenza tra la Leishmaniosi dell'adulto, e quella dei bambini esiste circa la sede citologica delle Leishmanie. Mentre nella seconda io, che ne ho studiato almeno venti casi, fra pubblicati e inediti, non ho trovato la Leishmania che in elementi emoistioblastici e nei monociti derivanti da essi, in quest'uomo la vidi non solo negli emoistioblasti splenici (cellule reticolo-endoteliali) ma anche in granulociti, linfociti ed elementi maturi ed immaturi della serie granulocitica neutrofila. Di molto notevole, inoltre, nella citologia del sangue circolante, un certo numero di monociti inglobanti globuli rossi: monociti che probabilmente derivano dalle cellule reticolo-endoteliali della milza e che conservano l'attitudine fagocitica delle stesse.

Una analogia fra la Leishmaniosi dei bambini e quella del caso in discorso é data, invece, dal reperto della simbiosi fuso-spirillare trovata sia nella lesione del glande di quest'ultimo, sia in lesioni necrotico-ulcerative della bocca di bambini Leishmaniosici. Per quanto si sappia che tal reperto puó essere presente nelle comuni forme di balaniti, pure si puó pensare di essere di fronte al medesimo fenomeno, cioé che si tratti di una di quelle lesioni necrotico-ulcerative delle mucose, frequenti negli individui cachettici e profondamente anemici, lesioni che, con ogni probabilitá, si devono all'azione patogena acquistata da microorganismi saprofiti che vegetano simbioticamente su tessuti la cui resistenza é diminuita dall'infezione.

Quanto al reperto del succo splenico, si assiste allo stesso importante fatto costante nella Leishmaniosi infantile: il vivace risveglio ematopoietico della milza: forte eritropoiesi, ma scarissima leucopoiesi. Per di piú, vi é la presenza, sia nel succo splenico che nel sangue circolante, di emazie con granulazioni basofile, il che sta a dimostrare una maturazione atipica degli eritrociti, una maturazione a tipo embrionale, ció che conferisce alla anemia uno spiccato carattere di gravitá.

E anche per questo caso, come per quelli della Leishmaniosi infantile, é da chiedersi come mai con questa intensa eritropoiesi splenica e colla mancanza di emocateresi spiccata (non vidi, come si disse, cellule pigmentifere né pigmento libero) vi sia uno stato anemico cosí notevole. Una ragione potrebbe essere costituita da una impossibilità di maturarsi di una gran parte degli elementi della serie eritrocitica: ma lascio questo allo stato di pura ipotesi, perché non ho, finora, prove che lo suffraghino.

Come in molti casi di Leishmaniosi infantile, anche in questa dell'adulto, manca, nella milza, la produzione di elementi eosinofili. E vi è il fenomeno, osservato anche nella Leishmaniosi infantile, della piastrinopenia e della comparsa in circolo di piastrine molto grandi e di alcune addirittura gigantesche. Né manca, anzi é spiccata, la linfocitosi.

Il tipo della febbre é quello della Leishmaniosi infantile.

Difficile é dire fin d'ora da che cosa derivi la nefrite in corso; per essa valgono le stesse ragioni dette circa l'epatomegalia.

Io mi limito per adesso a queste poche cose che formano una semplice *nota preliminare*. Spero che le osservazioni ulteriori su questo soggetto, od eventualmente su altri adulti affetti da Kala Azar, mi portino a piú complete considerazioni e conclusioni, come pure ad un giudizio personale sulla identità o non identitá fra Leishmaniosi dell'uomo adulto e quella dei bambini.

Lisbona, 15 Dicembre 1921.

QUELQUES OBSERVATIONS SUR LA BILHARZIOSE À «SCHISTOSOMA HAEMATOBIUM»

PAR

CARLOS FRANÇA

Naturaliste du Musée Bocage (Faculté des Sciences)

Dans une note préliminaire présentée à la *Royal Society of Tropical Medicine*[1], et dans une thèse de doctorat[2], qui doit paraître bientôt, ont été exposés les faits que sur la Bilharziose au Portugal furent acquis pendant les mois de Août à Novembre 1921. L'hiver ayant empêché de continuer ces recherches nous avons pris la résolution de présenter sans retard le résultat de quelques-unes de nos observations.

On n'a trouvé, jusqu'aujourd'hui, la Bilharziose au Portugal que dans la province sud du pays, Algarve, et dans une région très limitée, Santa Luzia, près de Tavira.

Jusqu'à présent on n'a rencontré des cas de Bilharziose que chez des femmes.

Toutes ces malades étaient des lavandières qui, pendant l'été, travaillaient dans une petite mare, *Pêgo de Atalaia*, qui reçoit une eau thermale, dont la température est de 25° à 26°.

L'aspect clinique des cas portugais est le classique.

L'examen cystoscopique de trois des malades a montré qu'elles avaient des ulcérations plus ou moins extensives, plus accentuées dans le dôme de la vessie.

Comme dans le *Pêgo de Atalaia* on lave le linge de l'Hôpital et comme au Portugal, à cause du service des colonies, les cas de Bilharziose importés sont fréquents, on doit supposer que la mare fût infectée par des individus porteurs de Bilharziose africaine.

L'habitude qu'ont ces femmes d'entrer, nues jusqu'à l'aine, dans l'eau et d'y uriner tandis qu'elles travaillent, explique les infections ultérieures et l'infestation massive de l'eau.

---

[1] C. França, *A Preliminary Note on Bilharziosis indigenous in Portugal.*

[2] Machado de Almeida, *A Bilharzioze endémica em Portugal.* Tese de doutoramento. Lisboa.

Dans le *Pêgo de Atalaia* existent des *Planorbis corneus metidjensis* et des *Physa acuta*. Seuls les *Planorbis* exercent une vive attraction sur les *miracidia* qui pénètrent activement dans le mollusque [1].

Dans l'étude de la Bilharziose on trouve encore bien des points obscurs et de nouvelles investigations s'imposent.

Dans des notes successives nous exposerons le résultat de nos recherches.

I

Le traitement par l'émétique

Le traitement par les injections intra-veineuses d'émétique, introduit dans la thérapeutique de la Bilharziose par Mac-Donagh et très bien étudié par Christopherson [2], a non seulement une action sur les lésions vésicales, mais produit surtout des résultats très importants dans la prophylaxie de la maladie. En effet les œufs émis dans les urines des individus traités deviennent insusceptibles de donner des *miracidia*.

D'après Christopherson le traitement paraît agir en deux temps: d'abord (parfois dès le 4e jour) l'absence (macroscopique) du sang dans l'urine; après (14e jour) l'urine devient claire, exempte de sang, et les œufs éliminés deviennent incapables de se développer.

Christopherson et Newloye pensent que les vers adultes, qui se trouvent dans le système de la veine-porte, sont d'abord et rapidement détruits, mais qu'il faut une action prolongée de l'émétique pour que les œufs soient touchés.

Plus tard Christopherson [2] insiste de nouveau dans l'assertion que le ver adulte est attaqué d'abord, et il admet que la membrane ovulaire est perméable à l'émétique [3] et que l'embryon inclus est tué alors que l'œuf est déposé dans les parois des tissus.

Il nous a semblé intéressant de faire l'étude des œufs, pendant le traitement, pour vérifier le méchanisme de l'action de l'émétique et pour voir si l'examen de l'urine pouvait nous fournir un critérium sur les doses nécessaires pour aboutir à la guérison.

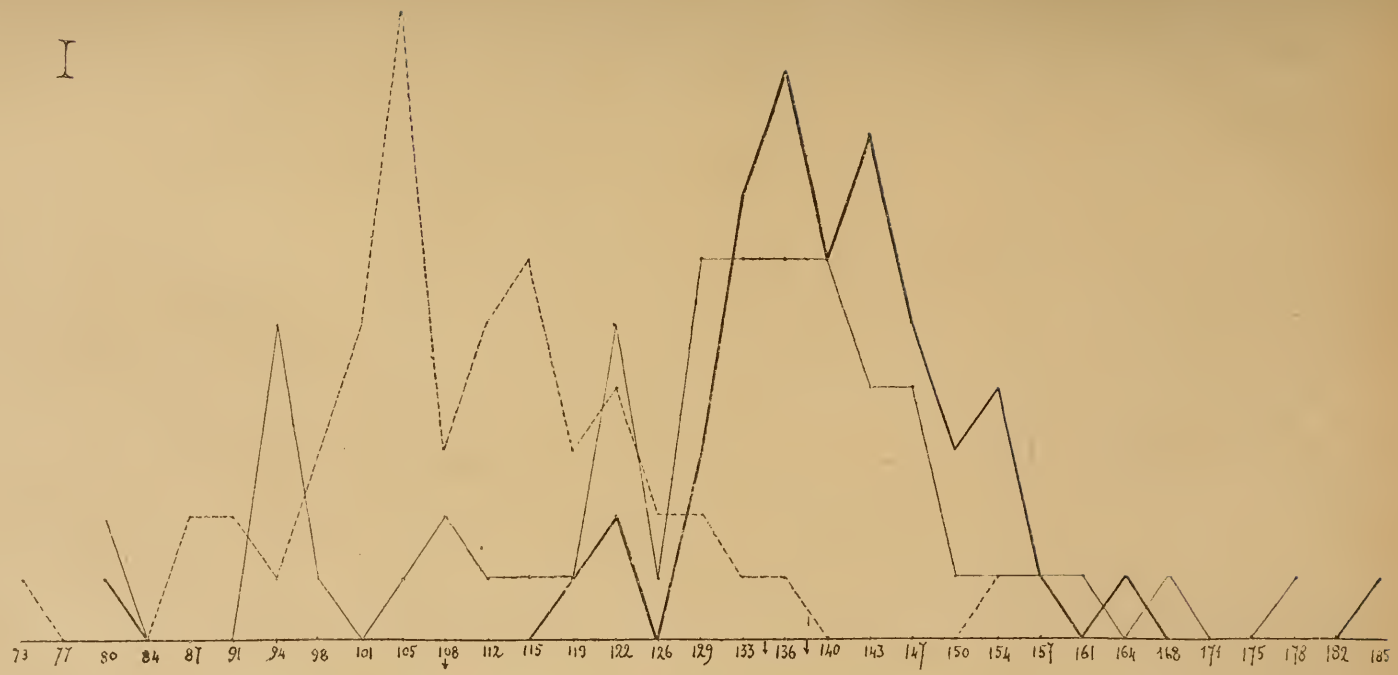
Nous avons commencé par construire, avec les dimensions des œufs d'un cas grave et pas encore traité, la courbe de fréquence (I).

---

[1] Ces faits ont été communiqués par nous en lettre à la *Medicina Contemporânea*, le 26 Septembre.

[2] J. B. Christopherson, *Lancet*, 7 Sept. 1918; *British Medical Journal*, 14 Dec. 1918; *Journal of Tropical Medicine and Hygiene*, 1 Nov. 1919; et J. B. Christopherson et J. R. Newloye, *Journal of Tropical Medical Medicine and Hygiene*, 15 Juillet 1919.

[3] J. B. Christopherson, «On the action of tartrate of antimony in intravenous injections: the «permeability» of Bilharzia Ova...», in *British Medical Journal*, 4 Dec. 1920.



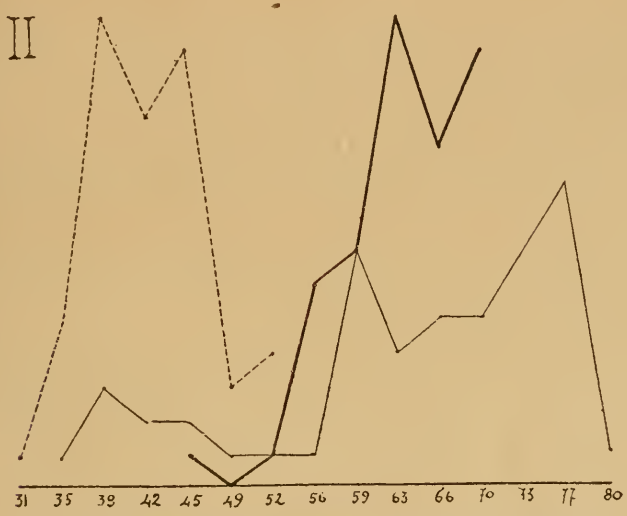
Graphique des longueurs des œufs de «S. haematobium». (En abscisses les longueurs des œufs de 73 μ à 185 μ.)

Trait large — courbe normale.
Trait fin — courbe après la 5e injection (0gr,19 d'émétique).
Trait pointillé — courbe après un mois de traitement (0gr,48 d'émétique).

Des mensurations faites en deux occasions différentes nous ont montré que les particularités de cette courbe sont d'une constance impressionante.

La courbe normale des longueurs, qui atteint son maximum entre 133 et 143 μ, a une certaine symétrie par rapport à 138 μ. Ainsi dans les dimensions inférieures à 133 μ est assez rare celle de 126, et dans les dimensions supérieures à 143 μ, celle de 150 μ, c'est-à-dire, des nombres equidistants de 138. La courbe se redresse ensuite vers 122 μ et vers 154 μ, encore des nombres symétriques de 138 μ.

Si l'on construit une courbe (II) avec les largeurs des œufs de *Schistosoma haematobium* nous voyons que cette courbe a son ma-



Graphique des largueurs des œufs de «S. haematobium».(En abscisses les largeurs des œufs de 31 μ à 80 μ.)

Traits large, fin et pointillé comme dans la fig. I.

ximum entre 63 et 70 μ (71 % des œufs soumis aux mensurations).

Il s'agit ici d'une demi-courbe, puisque les plus grandes dimensions sont celles plus fréquentes.

Comme dimensions plus petites nous avons trouvé 45,5 μ.

Sous l'influence du traitement par l'émétique ces courbes subissent des modifications très accentuées. Dans la courbe après la 5e injection, alors que le malade a reçu 0gr,19 d'émétique, on remarque un déplacement vers la gauche, de sorte que sa partie principale est symétrique par rapport à 134 μ et les maximums se trouvent entre 129,5 et 140 μ des nombres équidistants de 134 μ.

Dans cette courbe du traitement le nombre des formes ayant plus de 140 μ a diminué et, au contraire, les œufs ayant des lon-

gueurs au-dessous de 129 μ ont augmenté. Il est à remarquer la coïncidence de certaines élévations (122 μ e 80 μ) et de certaines descentes (126 et 119 μ) dans les deux courbes d'avant et d'après le traitement.

Après la 5ᵉ injection la courbe construite avec les largeurs des œufs subit aussi une modification bien que moins accentuée. Les dimensions de 63 à 70 μ deviennent plus rares (28 %) et, au contraire, les dimensions inférieures à 63 μ et supérieures à 70 μ abondent.

Un mois après le commencement du traitement, quand le malade a déjà reçu 0ᵍʳ,48 d'émétique, le maximum de la courbe des longueurs (fig. 1, trait pointillé) se trouve entre 101 et 115 μ, et le maximum de la courbe des largeurs se trouve compris entre 38 et 45 μ.

A partir de la 5ᵉ injection les œufs deviennent de plus en plus rares et, quoique de temps en temps ils augmentent de nombre à cause des hémorrhagies, le pourcentage des œufs nains, ne donnant pas des *miracidia*, va toujours en augmentant [1].

La courbe III montre bien ce que nous venons de dire.

Les œufs nains sont jaunâtres, ont un contenu granuleux, mais leur coque est parfaitement lisse, elle n'a pas le plus léger plissement.

Ceux de 80 μ, et de dimensions légèrement supérieures, ne possèdent pas l'éperon aminci qui caractérise l'espèce, ils terminent par une pointe émoussée. (Fig. IV, *C*).

Dans les cas traités depuis 26 jours les œufs sont excessivement rares et tous nains. Dans les rares œufs ayant encore la configuration normale, avec un éperon bien différencié, l'embryon est réduit à une masse sphérique, granuleuse, sans structure.

C'est aussi tardivement que paraissent dans l'urine des œufs déformés et ceux ratatinés, à paroi plissée. (Fig. IV, *D*).

Quand, dans le sédiment urinaire, le pourcentage des œufs nains est élevé (90 %) on n'obtient déjà plus de *miracidia*.

*

* *

L'action de l'émétique est évidente et le méchanisme de son action mérite notre attention.

L'apparition des formes naines dans l'urine nous avait tout d'abord porté à penser que ce précieux médicament agissait déterminant l'expulsion prématurée des œufs.

---

[1] Dans le cas que nous avons étudié de façon plus détaillée (cas Thérèse) les œufs n'ont pas donné des *miracidia* à partir du 11ᵉ jour du traitement. La malade n'avait encore reçu que 0ᵍʳ,25 d'émétique.

III

Pourcentage des œufs ayant plus de 130 μ. (Cas Thérèse)

En ordonnées les nombres du pourcentage, en abscisses les jours du mois :

5. X — Pourcentage normale.
6. X — Debut du traitement.
16. X — Œufs abondants. *Miracidia* +.
17. X — Œufs rares *Miracidia* +. Émétique inject., 0gr,19.
27. X — Œufs rares. *Miracidia* 0. Émétique injectée, 0gr,25.
1. XI — Œufs très rares, déformés. *Miracidia* 0. Émétique, 0gr,32.
7. XI — Œufs abondants, déformés. *Miracidia* 0. Émétique, 0gr,48.
10. XI — Œufs abondants, déformés. *Miracidia* 0. Émétique, 0gr,57.

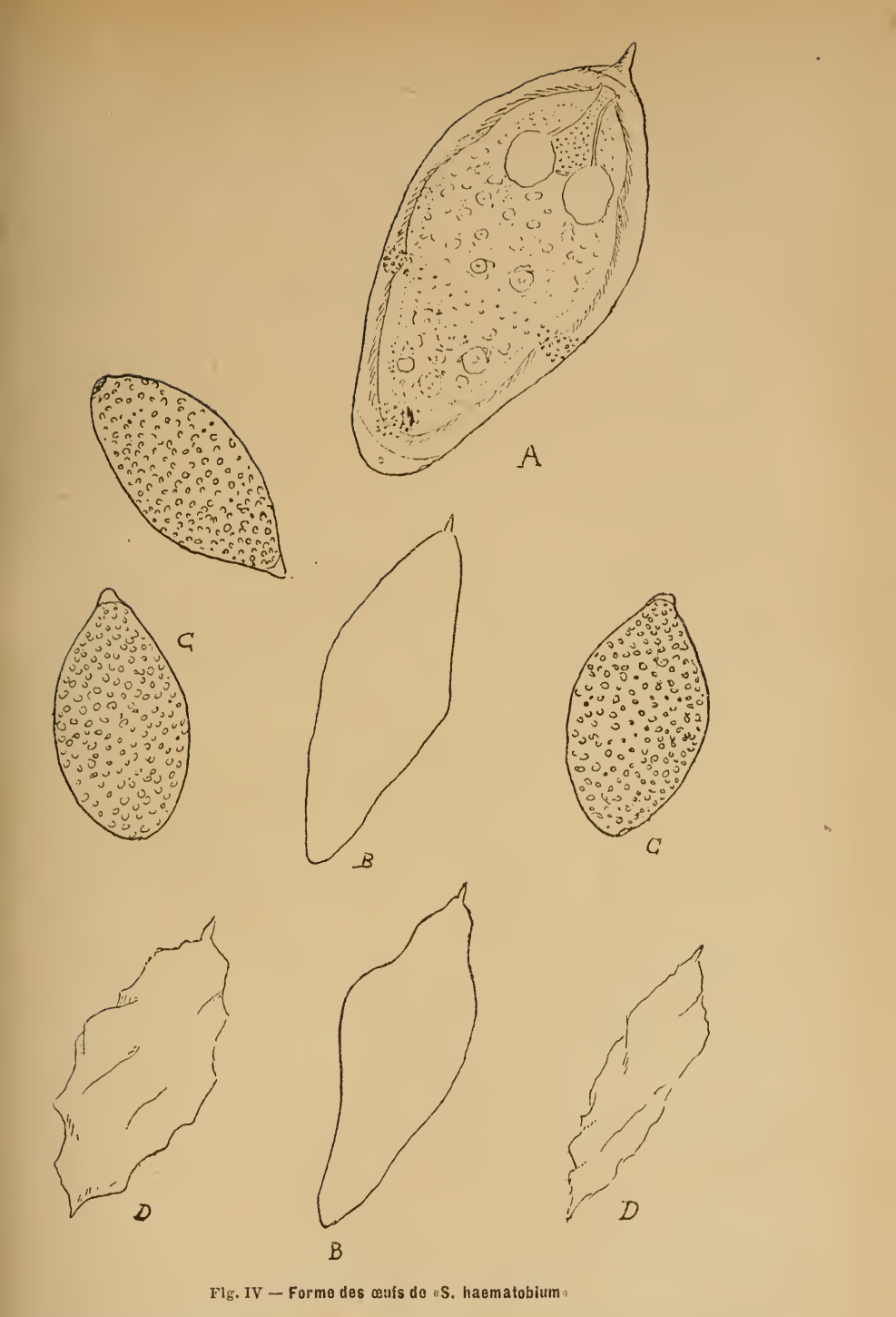


Fig. IV — **Forme des œufs de «S. haematobium»**

A. Œuf normal. Remarquer les granulations d'excrétion dans l'extrémité postérieure (pore excréteur) de l'embryon et dans une région équatoriale, où il est dépourvu de cils.
B, *C* et *D*, œufs déformés, nains et ratatinés, en conséquence du traitement.

En effet ces œufs sont évidemment arrêtés dans leur développement. Leurs dimensions sont un peu supérieures à celles des œufs qu'on trouve dans l'ootype, c'est-à-dire, quand ils viennent de recevoir de la glande coquillière la substance qui constitue la coque.

Comme les œufs augmentent de dimensions pendant leur excursion dans les tissus, l'explication doit être bien plus simple.

L'émétique doit tuer d'abord les parasites et leurs œufs se trouvant encore dans les veines et, plus tardivement, il ataque ceux qui sont déjà dans les tissus. On commence donc par voir dans les urines les œufs plus avancés dans leur évolution et à embryons encore vivants, c'est-à-dire ceux qui se trouvaient plus près de la surface des érosions quand le traitement a commencé.

Plus tard on ne trouve plus dans le sédiment urinaire que les œufs qui étaient situés dans les couches plus profondes, ceux que l'émétique a arrêté dans leur développement.

Finalement, quelque temps après, paraissent des œufs ratatinés, des œufs dont l'embryon est mort depuis longtemps [1].

Christopherson pouvait donc conclure que l'antimoine non seulement détruit le parasite *in situ* mais pouvait tuer les embryons des œufs, et stériliser ceux-ci de telle sorte que le sujet serait guéri de la bilharziose et cesserait d'être un porteur de *Bilharzia* capable de propager le mal.

Pendant longtemps après la mort des parasites et de leurs œufs, le malade traité par l'émétique, par la méthode de Christopherson, peut expulser des œufs, mais ce sont des œufs morts que le malade élimine dans l'urine.

La cure clinique est bien plus tardive, et ceci est bien facile de comprendre, car les tissus doivent expulser ces œufs morts et il faut du temps pour réparer les lésions destructives de la Bilharziose.

Dans une obsérvation de Beaujan [2] le malade a conservé les urines sanglantes pendant longtemps bien que, selon cet auteur, on n'aperçut plus dans le sédiment les œufs du parasite.

Dans trois des cas des Drs. Bastos Lopes et Machado de Almeida l'examen cystoscopique a montré que les malades avaient des érosions dans la muqueuse vésicale, bien que les œufs, déjà rares, fussent morts depuis longtemps.

Le seul critérium pour arrêter le traitement par l'émétique consiste dans l'examen soigneux du sédiment, non pas pour y cher-

---

[1] Chez une des malades du Dr. Machado de Almeida au bout de 5 injections (0gr,32) les œufs ratatinés commençaint à paraître, et chez une autre, quand elle avait reçu 0gr,61 (14e injection), on ne trouvait guère que des œufs ratatinés et des coques vides.

[2] R. Baujean, «Traitement des Bilharzioses intestinale et vésicale, par l'émétique en injections intra-veineuses», in *Bulletin de la Société de Pathologie Exotique*, 11 Mai 1921.

cher des hématies, mais pour étudier l'état des œufs, leurs dimensions et l'état de l'embryon.

Nous sommes convaincus que le traitement par l'émétique peut être encore simplifié, que des doses plus petites du médicament sont suffisantes. Nous croyons même que le traitement gagne avec l'emploi d'une quantité d'émétique moindre que celle employée par les auteurs.

On peut cesser les injections dès que le pourcentage des œufs nains atteint un certain chiffre.

Les œufs ayant un calibre supérieur à celui des capillaires où ils se trouvent on comprend aisément qu'ils sortent des vaisseaux par rupture de ceux-ci[1]. La marche des œufs à travers les tissus est un fait acquis. Pendant cette marche les œufs augmentent de dimensions, de sorte que c'est seulement quand ils tombent dans la cavité vésicale qu'ils ont atteint leurs dimensions normales. Maurice Letulle[2], mesurant les œufs qu'il a trouvé dans les coupes de la paroi de la vessie d'un cas de Bilharziose vésicale, a vu qu'ils avaient des dimensions comprises entre 94,5 et 126 μ de long, sur 35 et 52 μ de large.

Une fois dans les tissus les œufs doivent se frayer leur chemin grâces, peut-être, à quelque ferment cytolitique. On ne comprend bien l'excursion des œufs jusqu'à la cavité de la vessie par simple action méchanique. Les lésions de la muqueuse causées par ces ferments permettent, ensuite, la migration des œufs vers l'extérieur.

Le traitement de Christopherson, tuant les œufs et faisant ainsi cesser les produits du metabolisme embryonnaire et leurs sécrétions, arrête la destruction des tissus et permet la guérison clinique bien plus tardive, il faut ne pas l'oublier, que l'etioïatrie, que la guérison de l'infection.

Collares, Décembre 1921.

P. S.—Après avoir envoyé cette note à la typographie nous avons eu l'occasion de faire l'ovométrie d'un cas ancien. L'histoire de ce cas est intéressante car elle nous permet de fixer la date de l'infection et démontre que le traitement par l'émétique est tout à fait inutile quand on emploi des doses insuffisantes.

En mars 1915, pendant la campagne contre les allemands, le bataillon d'infanterie auquel appartenait le Dr. M. campait à Chibia, petit village situé sur le fleuve Chinchiponini, tributaire du Cacolo-

---

[1] Un grand nombre d'auteurs soutient encore aujourd'hui l'idée puérile que le petit éperon des œufs *S. haematobium* (il a tout au plus 7 μ) perfore le paroi des capillaires où ils sont arrêtés.

[2] Maurice Letulle, «Bilharziose urinaire chez un nègre du Congo. Modes de dissémination des lésions parasitaires», in *Bulletin de la Société de Pathologie Exotique*, II, 1908.

var, affluent du Cunene. Le Dr. M. qui se baignait fréquemment dans le fleuve a eu, quelques jours après, de la fièvre, de larges plaques prurigineuses d'urticaire et des accès de toux. Malgré ses souffrances il a marché vers le sud, avec son bataillon, vers Gambos, et pris part à l'ocupation de la région du Cuanhama.

Environ deux mois après avoir été infecté le Dr. M. avait des hématuries, diarrhée sanguinolente et un grand affaiblissement.

Repatrié, le Dr. M. est venu me trouver vers le milieu de 1916. L'examen de l'urine et des fèces m'a montré des œufs de *S. haematobium.*

En 1919 il a été traité par l'émétique en injections endoveineuses de la façon suivante:

20 V 1919	0gr,01	d'émétique
29 V »	0gr,025	»
3 VI »	0gr,04	»
11 VI »	0gr,05	»
16 VI »	0gr,05	»
24 VI »	0gr,05	»

Les grandes perturbations causées par l'émétique ont forcé le Dr. M. à cesser le traitement malgré la persistance des symptomes. Un mois après la fin du traitement le Dr. M. présentait de nouveau des hématuries.

En 1920, nouvelle série d'injections comme suit:

7 I 1920	0,gr01	d'émétique
13 I »	0gr,015	»
23 I »	0gr,02	»
28 I »	0gr,025	»
4 II »	0gr,03	»

Le malade suspend le traitement encore une fois.

Le sédiment de l'urine émise en janvier 1922 montre la présence de très nombreux œufs de *S. haematobium.*

La courbe de fréquence des longueurs des œufs de ce cas, quoique maintenant ses intéressantes carectéristiques [1], subit un déplacement vers les dimensions inférieures à 133 μ. Ce pourcentage plus élévé des œufs de petites dimensions, mais donnant des *miracidia,* doit être en rapport avec la vieillesse des parasites et il nous montre que, pour chaque cas, on doit construire la courbe de fréquence avant de commencer le traitement.

---

[1] Nous donnerons cette courbe dans notre prochaine note sur l'œuf et l'embryon de *S. haematobium.*

En même temps ce cas nous démontre que l'émétique quand il est employé en doses insuffisantes (petites doses et injections assez espacées) ne donne le moindre résultat.

Il faut employer, comme Christopherson l'a établit, des doses de plus en plus fortes, de $0^{gr},02$ à $0^{gr},10$, tous les deux jours, de sorte à injecter une dose totale de $0^{gr},6$ à 1 gramme.

Seul l'examen du sédiment peut nous orienter sur la dose suffisante, qui doit varier selon les cas.

Janvier 1922.

OBSERVATIONS SUR LA BILHARZIOSE À «SCHISTOSOMA HAEMATOBIUM»

II

Attraction miracidienne exercé par quelques mollusques de la faune portugaise

PAR

CARLOS FRANÇA ET MACHADO DE ALMEIDA

Dans les recherches sur les hôtes invertébrés des *Schistosoma* la vérification, sous le microscope, de l'attraction que les différentes espèces de mollusques indigènes exercent sur les *miracidia* que viennent d'éclore, joue un rôle très important.

De telles recherches faites par Miayri (1913) pour *S. japonicum*, par Leiper (1915) pour *S. haematobium* et par Lutz (1919) pour *S. Mansoni* leur ont fourni des indications précieuses que les observations ultérieures n'ont fait que confirmer. Seuls les mollusques hôtes des *Schistosoma* semblent exercer une action attractive énergique et constante sur les *miracidia*.

Quand on joint de l'eau à un sédiment où les œufs de *Schistosoma* sont abondants on voit, en quelques minutes, les *miracidia* nager en tous les sens.

Si on place alors dans cette eau un mollusque qui n'exerce aucune attraction sur les *miracidia* on voit ceux-ci continuer à se déplacer sans s'arrêter près de lui. Si, au contraire, le mollusque exerce une action chimiotactique sur les embryons du *Schistosoma* on voit, quelques minutes après (15 à 25), ceux-ci s'agglomérer autour du gastéropode et de telle sorte qu'il est rare de les trouver dans les endroits éloignés de celui-ci.

Ce phénomène est d'une démonstration aussi facile qu'élégante quand, dans le même cristallisoir où les *miracidia* abondent, on place à une certaine distance l'un de l'autre deux mollusques : un appartenant à l'espèce hôte, l'autre étant une espèce indifférente [1]. Au bout

---

[1] On doit préalablement maintenir séparées les différentes espèces à expérimenter. Lutz suppose que le contact entre des espèces attractives et indifférentes peut agir de sorte à rendre les dernières susceptibles d'exercer une certaine attraction.

de quelque temps on vérifie que les *miracidia* sont agglomérés autour du premier mollusque et on ne voit pas des exemplaires autour du second.

Ces faits sont déjà assez importants, mais leur valeur augmente quand on assiste à la pénétration des *miracidia* dans le mollusque en question.

Nous avons étudié, vers la fin de Septembre et à la température du laboratoire, l'attraction exercé sur les *miracidia* de *S. haematobium* par les mollusques suivants appartenant à la faune aquicole portugaise:

Planorbis albus (Müller).
P. crista (Linn.).
P. corneus (Linn.), var. *metidjensis* Forbes [1].
Physa acuta (Draparnaud).
Limnaea peregra (Müller).

Malgré de nombreuses recherches dans les eaux de la localité infectée nous y avons trouvé seulement deux de ces espèces — *Planorbis metidjensis* et *Physa acuta*. Il était donc naturel de supposer qu'une d'elles fût l'hôte invertébré de la Bilharziose.

Nous avons vu, en effet, que l'attraction sur les *miracidia* est exercée d'une forme constante par *P. corneus* et, exceptionellement, par *P. albus*. Les autres gastéropodes n'exercent la plus légère attraction.

Quelques minutes après l'introduction du *P. corneus metidjensis* dans le récipient où nagent les *miracidia* on assiste à un spectacle intéressant.

Les *miracidia*, qui tout d'abord passaient par le mollusque en course vertigineuse, commencent à s'arrêter près de lui, de sorte que, dans quelque temps, c'est seulement autour du *Planorbis* qu'ils s'agglomèrent. Ensuite on voit quelques-uns de ces embryons essayant de pénétrer dans le bord du manteau, dans la partie antérieure de la tête, dans les branchies, et plus rarement dans les antennes. Dans leurs tentatives de pénétration ils font d'abord un mouvement de rotation et de translation. Ils appuient leur extrémité céphalique sur les téguments du mollusque et se déplacent en décrivant des cercles avec l'extrémité caudale. Leur mouvement rapelle celui d'une toupie.

Quand ils ont atteint l'endroit où ils doivent pénétrer le mouvement de translation cesse, et le *miracidium*, dont le corps devient perpendiculaire au tégument du mollusque, décrit de vifs mouvements de rotation, comme ceux d'une vrille.

La pénétration dans les téguments est difficile, elle exige beaucoup de temps et d'efforts. Quand le *miracidium* réussit, on voit la

---

[1] Augusto Nobre, malacologiste portugais, dans son travail *Moluscos de Portugal*, Lisboa 1913, démontre qu'au Portugal il n'existe pas l'espèce type et seulement cette variété, dont l'habitat est la péninsule ibérique et l'Algérie.

partie antérieure du corps disparaître graduellement dans l'épaisseur des téguments.

On assiste, quelquefois, à la pénétration simultanée de plusieurs embryons du *Schistosoma* dans une même région du gastéropode.

De tous les autres mollusques chez lesquels nous avons étudié l'action attractive sur les *miracidia* un seul, *Planorbis albus,* a montré ce pouvoir d'attraction. Le fait est intéressant parce que E. Roubaud, dans ses essais d'infestation expérimentale [1], a pu vérifier l'attraction et des tentatives de pénétration seulement avec *P. albus* (2 exemplaires sur 11), et nous avons également vérifié l'attraction exceptionelle de cette même espèce (1 sur 60).

Ceci montre que quelques individus de *Planorbis albus* peuvent, comme particularité individuelle, servir à la pénétration des *miracidia* et constituer, peut-être, le point de départ d'une souche de *Schistosoma* pouvant évolutionner chez *P. albus.*

Nos recherches nous portent à la conclusion que des espèces de mollusques plus vulgaires dans les eaux portugaises le *Planorbis corneus metidjensis* est celui qui réalise les conditions d'attraction lui permettant d'être l'hôte du *S. haematobium.*

Le *P. albus* pourra aussi, peut-être, devenir en Europa un hôte du *S. haematobium.*

Un grand nombre de *P. metidjensis* meurent dans les jours qui suivent la pénétration miracidienne. Leur corps prend une teinte foncée, la couleur rougeâtre, qu'ils doivent à la richesse de leur sang en hémoglobine, est substituée par une coloration brunâtre.

En même temps les mouvements des animaux deviennent très lents et ils restent immobiles pendant si longtemps qu'on les croit morts.

Quelques-uns des *Planorbis* ayant servi à nos expériences sont morts avec un énorme œdème du cou.

Il n'y a aucun doute qu'un grand nombre de mollusques est victime de l'infection miracidienne dans les premières étapes de celle-ci.

Dans les infections expérimentales, comme on les pratique habituellement, les mollusques sont d'ordinaire envahis par une énorme quantité de *miracidia* qui les victiment. Pour obtenir l'évolution chez le mollusque on doit réduire, le plus possible, le nombre des larves de *Schistosoma.*

Les recherches faites par un de nous et par le personnel du Muséum, pendant le mois de Août, dans le marais que nous avions bonnes raisons de supposer être le point de départ de l'infection, ne nous a permis d'y obtenir que des *Physa* vivantes et de très nombreux *Planorbis corneus* tous morts.

---

[1] E. Roubaud, «Recherches sur la transm ission de la Bilharziose en France (Essais d'infection des mollusques autochotones», in *Bulletin de la Société Pathologique Exotique*, t. XI, n.º 10, 1918.

Pour obtenir des exemplaires de *Planorbis* vivants on a dû les chercher dans des étangs qui reçoivent de l'eau de *Pêgo de Atalaia*. L'aire très réduite du *Pêgo de Atalaia* et les conditions d'infection massive de l'eau — les lavandières ayant l'habitude d'uriner dans l'eau — expliquent la grande mortalité des *Planorbis*.

Nous sommes convaincus que ce fait explique la lente diffusion de la maladie.

Chez un des *Planorbis* capturé dans un étang en communication avec le *Pêgo de Atalaia*, et chez presque tous les exemplaires infectés expérimentalement, nous avons trouvé des sporocystes. La plupart de ces sporocystes étaient secondaires et tous avaient les caractères si bien décrits par Leiper, Lutz, etc.

Nous n'avons pu compléter, cette année, l'étude de l'évolution de *S. haematobium* et démontrer le rôle du *Planorbis metidjensis*, que nous avons de très bonnes raisons de supposer être l'hôte intermédiaire de *S. haematobium* en Portugal et, naturellement, dans l'Afrique du Nord.

Récemment A. Bettencourt et ses collaborateurs, qui en mission de l'Institut Camara Pestana sont allés en Algarve, ont trouvé chez des *Planorbis corneus metidjensis* des sporocystes et des furcocercaires qu'ils croient appartenir au cycle évolutif du *S. haematobium* [1]. Ces cercaires quoique ayant les caractères de celles du *S. haematobium* ont des dimensions plus petites.

Ces faits associés à l'évidente attraction miracidienne exercée par *P. corneus metidjensis*, la mission ayant pu confirmer nos recherches sur ce sujet [2], contribuent à rendre plus que plausible le rôle joué par ce mollusque comme hôte intermidiaire de *S. haematobium* en Portugal.

Janvier 1922.

---

[1] A. Bettencourt, J. Borges et A. Seabra, *La bilharziose vésicale en tant que maladie autochtone au Portugal.* Reünião Biologica de Lisboa, sessão de 29 de Outubre.

[2] A. Bettencourt, J. Borges et A. Seabra, *L'hôte intermédiaire du Schistosomum haematobium en Portugal.* Reünião Biológica de Lisboa, sessão de 3 de Dezembro.

REFLEXÕES SÔBRE A TEORIA DOS CONJUNTOS

POR

PEDRO JOSÉ DA CUNHA

Professor da Faculdade de Sciências de Lisboa

Foi em livros franceses que pela primeira vez estudei a teoria dos *conjuntos;* daí o ter adoptado esta designação, que depois introduzi no meu ensino, como tradução da palavra *ensemble.* Mais tarde vim a saber que colegas meus, professores distintíssimos, que me merecem a mais elevada consideração, empregavam as designações de *classe* ou de *agregado.* Todos estes nomes são aceitáveis, como o seria o de *colecção,* pois tratando-se duma noção, como esta, de tam grande simplicidade e generalidade, qualquer designação, que se lhe dê, nem mesmo pode ser definida senão recorrendo a uma expressão sinónima. Continuarei, todavia, a usar a denominação de *conjunto,* porque é esta, na linguagem corrente, a versão da palavra *ensemble,* porque traduz com suficiente clareza o conceito que se quere exprimir, e ainda porque os nossos colegas espanhóis empregam uma designação idêntica.

A teoria dos conjuntos, fundada no século passado por G. Cantor, tem tomado uma importância considerável, graças às suas numerosas e interessantes aplicações aos diversos ramos das sciências matemáticas. Além dos valiosos trabalhos de investigação publicados pelos sábios que se têm consagrado a esta especialidade, encontra-se já em livros didáticos a exposição sistamatizada dos princípios mais importantes desta teoria, que encontram a sua aplicação na teoria das funções. Tendo introduzido nos meus cursos êsses mesmos princípios, e guiando-me naturalmente pelas obras didáticas onde já os encontrei expostos, foram-me pouco a pouco suscitadas pela prática do ensino reflexões, que vou publicar, por me parecer que talvez não sejam despidas de interêsse. Essas reflexões atingem principalmente a teoria dos conjuntos de pontos, mas, para maior clareza, pareceu-me conveniente, não só fazer uma exposição seguida dessa doutrina, deixando intercaladas nos lugares próprios as considerações especiais que me suscita, como também

preceder essa exposição dum golpe de vista sôbre a teoria dos conjuntos abstractos, reduzida aos seus traços essenciais.

Tudo o que neste trabalho se encontra, que não representa reflexão própria, é tirado, com pequenas modificações, das obras que mais freqüentemente consulto nestes estudos, e são as que passo a enumerar:

Cours d'Analyse de l'École Polytechnique, de C. Jordan;

Cours d'Analyse Infinitésimal, do Sr. Ch. J. de la Vallée Poussin;

Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées, artigos do Sr. R. Baire sôbre a *Théorie des ensembles*, e do Sr. L. Zoretti sôbre *Les ensembles de points*;

Leçons sur la théorie des fonctions, do Sr. Émile Borel;

Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives, do Sr. Henri Lebesgue; e

Leçons sur le prolongement analytique, do Sr. Ludovic Zoretti, pertencendo as três últimas à notável colecção de monografias sôbre a teoria das funções, publicada sob a direcção do Sr. Borel.

Dos Conjuntos abstractos

§ 1.— Um *conjunto* é uma colecção de objectos quaisquer, em número finito ou infinito. Os objectos, que formam a colecção, são os *elementos* do conjunto.

Se os elementos são em número finito, o conjunto é *finito*; se são em número infinito, o conjunto diz-se *infinito* ou *transfinito*.

Os conjuntos podem ainda ser *abstractos* ou *concretos*, conforme se abstrai, ou não, da natureza dos seus elementos.

A palavra colecção, com que se define conjunto, deve tomar-se nessa definição com a maior generalidade. Pode considerar-se, por exemplo, o conjunto dos números inteiros, o conjunto dos números irracionais, o conjunto das reduzidas duma fracção contínua, o conjunto dos termos duma série, o conjunto dos pontos dum quadrado, o conjunto dos pontos duma curva, o conjunto dos polígonos inscritos num círculo, o conjunto das funções contínuas, etc.

§ 2.— Dentro do campo das matemáticas, os conjuntos a considerar são principalmente os que têm por elementos números ou sistemas de números, pontos, rectas e funções, e não se faz uma verdadeira distinção entre os conjuntos cujos elementos são pontos, e aqueles cujos elementos são números ou sistemas de números. Com efeito, um conjunto de pontos sôbre uma recta é definido por um conjunto de números, as abscissas dêsses pontos em relação a um ponto qualquer da mesma recta, que se toma como origem; um conjunto de pontos no plano, por um conjunto de sistemas de dois números, as coordonadas dêsses pontos em relação a dois eixos quaisquer traçados no seu plano; e um conjunto de pontos

no espaço, por um conjunto de sistemas de três números, as três coordenadas dêsses pontos em relação a três eixos coordenados quaisquer. Então, inversamente, pode-se dizer que um conjunto de números é representado por um conjunto de pontos sôbre uma recta; um conjunto de sistemas de dois números, por um conjunto de pontos no plano, e um conjunto de sistemas de três números, por um conjunto de pontos no espaço. Quando os elementos do conjunto são sistemas de n números, sendo $n > 3$, falta esta imagem geométrica, mas, para que se possa usar em todos os casos desta cómoda linguagem, diz-se que êsses n números definem pontos no espaço a n dimensões, ou que um conjunto, cujos elementos são sistemas de n números, é representado por um conjunto de pontos no espaço a n dimensões.

Desta íntima correlação que se estabelece entre os conjuntos destas duas naturezas vem o chamar-se *ponto* a um número ou a um sistema de números, e *conjunto de pontos* a todo o conjunto cujos elementos são os *pontos* assim considerados.

§ 3.—Um conjunto finito considera-se *dado* quando se conhecem todos os seus elementos; por outras palavras, *dar* um conjunto finito é dar todos os elementos que o constituem. Êste conceito é inaplicável aos conjuntos infinitos, visto que não se pode *dar uma infinidade de elementos,* e chega até a ser duvidoso que esta expressão tenha sentido.

Cantor, numa das suas memórias, tentou formular uma definição geral do que seja *dar um conjunto,* quando os elementos que o formam são em número infinito; essa definição foi reproduzida pelo Sr. Borel numa nota das suas *Leçons sur la théorie des fonctions,* mas é tam confusa, tam difícil de compreender. que não me parece que consiga tornar mais clara a noção intuitiva que todos naturalmente possuímos daquele conceito.

Há casos em que os elementos dum conjunto infinito apresentam uma lei de formação manifesta, que permite determinar tantos quantos se queira. É o que se dá, por exemplo, com os termos duma série, ou, duma maneira geral, quando, dispondo os elementos do conjunto numa certa ordem

$$(1) \qquad u_1, \quad u_2, \quad u_3, \quad \ldots \quad u_n, \quad \ldots,$$

o elemento geral u_n se pode obter directamente em função de n, ou existe uma lei de recorrência que permite determiná-lo, quando se conhecem todos ou parte dos elementos anteriores.

Pode mesmo conceber-se que u_n esteja ligado com n por uma lei que não se saiba exprimir analìticamente.

Se as cousas se passassem dêste modo com todos os conjuntos possíveis poder-se-ia dizer que um conjunto ficaria dado logo que, por um meio qualquer, se soubesse determinar todos os seus elementos, uns após outros, sem exceptuar, nem repetir nenhum. Mas

esta maneira de dizer, aplicada a um conjunto infinito, não se compreenderia senão admitindo que, sob a designação de *todos* os elementos, se deveria subentender *tantos quantos se quisesse*. E o que é ainda mais digno de nota é que há conjuntos em que esta noção mesmo assim interpretada, não teria sentido algum. Se se tratasse, por exemplo, do conjunto dos pontos dum quadrado, a determinação sucessiva dêsses pontos, uns após outros, nada significaria; mesmo numa simples linha não há pontos consecutivos, pois, como o ponto não tem dimensões, por mais próximos que dois quaisquer se imaginem, pode-se sempre intercalar entre êles um terceiro e, portanto, uma infinidade.

§ 4.— O que torna fácil a concepção do conjunto quando os seus elementos são os termos duma série e em todos os casos análogos é o podermos atribuir a cada um dêles um índice, vindo assim a corresponder a um número inteiro determinado. Dêste modo, o conceito que formamos do conjunto (1) é tam claro como o que possuímos do seguinte

$$(2) \qquad 1, \ 2, \ 3, \ \ldots, \ n, \ \ldots,$$

impròpriamente designado por *série natural dos números inteiros*.

A cada elemento u_n do primeiro corresponde um elemento, e um só, do segundo, que é o inteiro n; recìprocamente, a cada elemento n do segundo corresponde um elemento, e um só, do primeiro, que é u_n.

Quando existe semelhante correlação entre dois conjuntos quaisquer, diz-se que há entre os seus elementos uma correspondência *unívoca* e *recíproca*, e que os dois conjuntos têm a mesma *potência*.

É freqüente também encontrar-se aquela correlação traduzida por correspondência *biunívoca* e *recíproca*, mas parece-me pleonástica esta maneira de dizer; preferível, sem dúvida, é a designação, mais cómoda, de correspondência *perfeita*, que também empregarei, porque já se vai generalizando.

Os conjuntos que têm a mesma potência também se dizem *equivalentes*, designação a que neste trabalho muitas vezes recorrerei, para evitar fastidiosas repetições de palavras.

O facto de dois conjuntos (A) e (B) (*) terem a mesma potência exprime-se por

$$(A) \backsim (B).$$

É claro que dois conjuntos (A) e (B) são equivalentes quando cada um dêles tem a mesma potência que um outro conjunto (C).

(*) Designarei sempre um conjunto por uma letra dentro dum parêntesis, para indicar que não ligo a êsse símbolo nenhuma idea de grandeza.

Se dois conjuntos (A) e (B) não têm a mesma potência, mas (A) é equivalente a uma parte de (B), diz-se que a potência de (B) é superior à de (A), ou que a potência de (A) é inferior à de (B).

5.—A noção de *potência*, fundamental na teoria dos conjuntos, apresenta-se, como se acaba de ver, com um carácter de relatividade. Cantor, que a introduziu na sciência, procurou, todavia, defini-la independentemente da comparação de dois conjuntos.

Sob uma forma simples pode dizer-se que a *potência dum conjunto é o conceito que êle sugere à nossa razão quando abstraímos da natureza e da disposição dos seus elementos.*

Esta definição, aplicada a um conjunto finito, faz coincidir a noção de potência com a do número dos elementos que o constituem, pois é na verdade a única cousa que pode interessar, quando se abstrai da natureza dos elementos do conjunto e da ordem por que estão dispostos. E não há dúvida que dois conjuntos finitos com igual número de elementos têm a mesma potência, embora se dê a esta palavra a sua acepção anterior, pois que é sempre possível estabelecer entre os elementos dum e doutro uma correspondência perfeita.

Daqui vem o tomar Cantor como sinónimas as designações de *potência* e *número cardinal*.

Aplicada, porém, a um conjunto infinito, aquela definição perde muito da sua clareza. Assim, por exemplo, dois conjuntos finitos, um dos quais seja constituído só com parte dos elementos do outro, não têm a mesma potência, visto não serem formados de elementos em número igual. Ora, tratando-se de conjuntos infinitos, pode suceder que um dêles seja constituído só com elementos tirados do outro, e tenham ambos, apesar disso, a mesma potência. É o que se reconhece comparando o conjunto (2) com o dos números pares

$$2, \quad 4, \quad 6, \quad \ldots \quad n, \quad \ldots,$$

que é formado com parte dos elementos do primeiro. Há, evidentemente, uma correspondência unívoca e recíproca entre os elementos dum e doutro, donde se segue que, não obstante aquela circunstância, são de facto equivalentes.

O mesmo se reconhece numa infinidade doutros exemplos, tais como os que proporcionam os conjuntos compreendidos nas expressões gerais

$$m, \quad 2m, \quad 3m, \quad \ldots, \quad nm, \quad \ldots,$$

ou

$$1^m, \quad 2^m, \quad 3^m, \quad \ldots, \quad n^m, \quad \ldots,$$

em que m designa qualquer número inteiro e positivo. Todos êles são formados com parte dos elementos de (2) e, apesar disso, têm todos a mesma potência que êle.

§ 6.— Depois dos conjuntos finitos, os mais simples são os *conjuntos numeráveis.*

Chamam-se *conjuntos com a potência do numerável,* ou, mais simplesmente, *conjuntos numeráveis,* os que têm a mesma potência que o conjunto (2) dos números inteiros. São, portanto, conjuntos cujos elementos se podem *numerar,* visto corresponder a cada um dêles um número inteiro determinado. Êsses elementos são, conseguintemente, susceptíveis de se distinguirem por índices, e de se disporem numa sucessão ilimitada (1), análoga à dos números inteiros, em que cada elemento é precedido (e seguido) dum elemento determinado.

Uma infinidade de elementos pertencentes a um conjunto numerável constitui ainda um conjunto numerável.

Com efeito, os índices dêsses elementos são apenas parte dos números inteiros da sucessão (2); designando-os por

$$\alpha_1 , \quad \alpha_2 , \quad \alpha_3 , \quad \ldots , \quad \alpha_n , \quad \ldots ,$$

e supondo-os escritos pela sua ordem crescente de grandeza, pode-se tomar o elemento u_{α_1}, que corresponde ao índice menor, para primeiro elemento do conjunto, visto que, na consideração das potências, é indiferente a ordem por que os elementos se dispõem; u_{α_2} pode do mesmo modo tomar-se para segundo elemento do conjunto; e assim por diante; de sorte que cada elemento u_{α_n} vem a corresponder a um elemento determinado n do conjunto (2), e recìprocamente. O conjunto considerado é, pois, numerável, *q. e. d.*

Uma conseqüência evidente é que *o conjunto formado por uma infinidade de elementos afectos dum índice que não toma todos os valores inteiros ainda é numerável.*

Outra conseqüência, igualmente evidente, é que *a supressão dum número finito de elementos a um conjunto numerável não altera a potência dêsse conjunto.*

§ 7.— *Um conjunto numerável, aumentado dum conjunto finito, forma ainda um conjunto numerável.*

Com efeito, suponhamos que aos elementos do conjunto numerável (1) juntamos os k elementos do conjunto finito

$$a_1 , \quad a_2 , \quad a_3 , \quad \ldots , \quad a_k .$$

Pode-se fazer corresponder estes elementos aos números

$$1 , \quad 2 , \quad 3 , \quad \ldots , \quad k ,$$

pertencentes ao conjunto (2); e como os elementos seguintes dêste conjunto

$$k+1 , \quad k+2 , \quad \ldots ,$$

ainda formam um conjunto numerável (§ 6), pode-se fazê-los corresponder, unívoca e recìprocamente, aos elementos do conjunto dado (1); estabelece-se dêste modo uma correspondência perfeita entre os números inteiros da série natural e os elementos do conjunto

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots \quad a_k, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_n, \quad \ldots$$

donde se conclui que êste conjunto também é numerável, *q. e. d.*

Vem a propósito notar que os conjuntos finitos se podem considerar como um caso particular dos conjuntos numeráveis, visto serem formados de elementos que se podem numerar seguidamente. Como se trata de conjuntos com um número limitado de elementos pode se, de facto, *contar* os objectos que os constituem, e a maneira de os contar é ir apontando sucessivamente para cada um dêles, dizendo 1, 2, 3, ... até chegar ao último.

Quando tratar dos conjuntos de pontos mostrarei que os conjuntos finitos têm sido considerados muitas vezes, até implìcitamente, como casos particulares dos conjuntos nùmeráveis.

§ 8.— *O conjunto formado pela reünião dum número limitado de conjuntos numeráveis é numerável.*

Sejam os p conjuntos numeráveis

$$\begin{array}{llll} u_1^1, & u_2^1, & u_3^1, \ldots, & u_n^1, \ldots, \\ u_1^2, & u_2^2, & u_3^2, \ldots, & u_n^2, \ldots, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_1^p, & u_2^p, & u_3^p, \ldots, & u_n^p, \ldots; \end{array}$$

Reunindo os elementos de todos êles, e dispondo-os uns a seguir aos outros, nesta ordem,

$$(3) \quad u_1^1, \quad u_1^2, \ldots, \quad u_1^p, \quad u_2^1, \quad u_2^2, \ldots, \quad u_2^p, \quad u_3^1, \quad u_3^2, \ldots,$$

isto é, tomando os primeiros elementos dos p conjuntos, depois os segundos, depois os terceiros, e assim sucessivamente, cada elemento u_i^k do conjunto resultante fica precedido (e seguido) dum elemento determinado. Com efeito, o índice k não pode ser <1 nem $>p$. Se está compreendido entre 1 e p, o elemento u_i^k é precedido do elemento u_i^{k-1} e seguido do elemento u_i^{k+1}. Sendo $k=1$, u_i^k é precedido de u_{i-1}^p e seguido de u_i^2. Sendo $k=p$, u_i^k é precedido de u_i^{p-1} e seguido de u_{i+1}^1. O conjunto resultante é, por conseqüência, numerável.

Pode-se demonstrar êste princípio duma outra maneira, provando que existe uma correspondência perfeita entre os elementos de (3) e os dum conjunto numerável

(4) $$v_1, \quad v_2, \quad v_3, \ldots, \quad v_k, \ldots.$$

Para isso basta fazer corresponder os valores de u_n^1 aos de v_{pn-p+1}, os de u_n^2 aos de v_{pn-p+2}, e assim sucessivamente até aos valores de u_n^p, que se fazem corresponder aos de v_{pn}. Para n sucessivamente igual a $1, 2, 3, \ldots, n, \ldots$, obtêm-se sem repetição, e, na mesma ordem, todos os elementos dos conjuntos (3) e (4).

§ 9.—Suponhamos agora que cada um dos elementos dum conjunto tem vários índices, ou parâmetros, susceptíveis de tomarem todos os valores inteiros e positivos. É fácil de ver que tal conjunto *ainda é numerável*.

Se há apenas dois índices, é possível dispor os elementos do conjunto num quadro, por forma que sejam constantes os primeiros índices em cada linha e os segundos em cada coluna:

$$\begin{array}{lllll} u_{11}, & u_{12}, & u_{13}, & u_{14}, & \ldots, \\ u_{21}, & u_{22}, & u_{23}, & u_{24}, & \ldots, \\ u_{31}, & u_{32}, & u_{33}, & u_{34}, & \ldots, \\ u_{41}, & u_{42}, & u_{43}, & u_{44}, & \ldots. \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots; \end{array}$$

e, se se consideram as linhas diagonais

$$u_{21} \quad u_{12}, \qquad u_{31} \quad u_{13}, \qquad u_{41} \quad u_{14}, \quad \ldots,$$

lembra escrever seguidamente todos os elementos do conjunto, tomando primeiro u_{11} e depois os que se acham colocados nas sucessivas linhas diagonais, tirando-os de cada uma delas numa ordem determinada, ou seja, por exemplo, da esquerda para a direita. Forma-se dêste modo a sucessão

(5) $$u_{11}, \quad u_{21}, \quad u_{12}, \quad u_{31}, \quad u_{22}, \quad u_{13}, \quad u_{41}, \quad u_{32}. \quad \ldots.$$

Isto reduz-se a tomar em primeiro lugar o elemento em que a soma dos índices é 2; depois aqueles em que a soma dos índices é 3; depois aqueles em que a soma dos índices é 4, e assim sucessivamente; e a dispô-los dentro de cada grupo por forma que o primeiro índice vá decrescendo e o segundo crescendo, de elemento para elemento.

O conjunto (5) é, portanto, numerável, visto que cada um dos seus elementos fica precedido (e seguido) dum elemento determinado.

Mais geralmente, se os elementos do conjunto são definidos por um número limitado qualquer n de índices, ou parâmetros, p, q, ..., t, estabeleça-se a eqüação

$$(6) \qquad p + q + \ldots + t = m,$$

em que m designa qualquer número inteiro e positivo não inferior a n. Esta eqüação tem um número limitado de soluções em números inteiros e positivos, e demais, no caso presente, só é necessário utilizar as que são formadas por números inteiros, positivos e significativos (*). Se nela se atribuem a m, sucessivamente, os valores n, $n+1$, $n+2$, $n+3$, ..., as soluções úteis, que dela se tiram, definem todos os elementos do conjunto proposto na ordem por que vai crescendo a soma dos seus índices, e dentro de cada grupo, em que a soma dos índices é constante, é sempre possível numerar os seus elementos constitutivos, visto serem em número finito. Consegue-se então escrever seguidamente, numa ordem determinada, todos os elementos do conjunto proposto. Logo, dum modo geral, *o conjunto cujos elementos se distinguem pelos valores dum número determinado de índices, ou parâmetros, susceptíveis de tomarem todos os valores inteiros, é um conjunto numerável.*

É para notar, pelo que se viu no § 6, que ainda se verifica a propriedade de o conjunto ser numerável quando, sendo em número infinito os seus elementos, todos, ou parte, dos índices, ou parâmetros, que os definem, não passam por todos os valores da sucessão (2); ou quando, embora todos passem por êsses valores, não figuram nos elementos do conjunto todas as suas combinações possíveis.

§ 10.—Da observação feita no último período do parágrafo anterior resulta que o *conjunto dos números racionais positivos é numerável.*

(*) O número das soluções que a equação (6) admite em números inteiros e positivos, sem exclusão do zero, é dado por $\binom{m+n-1}{m}$, ou seja pelo número das combinações distintas de $m+n-1$ objectos tomados m a m. Entre as demonstrações dêste teorema notável figuram duas do Sr. Dr. Gomes Teixeira, publicadas na *Gaceta de Matemáticas Elementales*, de Madrid. Desde o momento em que se excluem os valores nulos das incógnitas, o número das soluções que interessam deduz-se evidentemente daquela expressão substituindo m por $m-n$. O número das soluções da equação (6) em números inteiros, positivos e significativos, é, pois, $\binom{m-1}{m-n}$, ou fazendo $m-n=k$, $\frac{(m-1)(m-2)\ldots(m-k)}{k!}$, ($k=1, 2, \ldots$). Para $k=0$, o número das soluções reduz-se evidentemente à unidade.

De facto, todos os números desta classe se podem representar sob a forma de fracções irredutíveis $\frac{p}{q}$, distinguindo-se, portanto, uns dos outros pelos valores de dois parâmetros p e q, primos entre si, cada um dos quais pode passar por uma infinidade de valores inteiros e positivos.

Por outro lado, como há uma correspondência perfeita entre os elementos dêste conjunto e os do conjunto formado pelos números racionais negativos, segue-se que *o conjunto dos números racionais negativos é numerável.*

E, aplicando o princípio do § 8, conclui-se que *o conjunto dos números racionais é numerável.*

§ 11.—Para que da junção de conjuntos numeráveis resulte um conjunto numerável não é preciso que êsses conjuntos sejam em número finito; pode haver uma infinidade dêles, contanto que essa infinidade seja numerável.

Pode-se, na verdade, definir cada elemento do conjunto resultante indicando o número de ordem m do conjunto parcial a que pertence, e o seu número de ordem n nesse conjunto parcial; cada elemento $u_{m,n}$ do conjunto resultante fica assim determinado por dois índices, cada um dos quais pode tomar todos os valores da sucessão (2). Então (§ 9) *o conjunto formado pela reünião duma infinidade numerável de conjuntos numeráveis é numerável.*

§ 12.—Dada a generalidade com que se define conjunto, concebe-se a possibilidade de haver conjuntos infinitos que não sejam numeráveis. E o que importa mostrar desde já é que, dado um conjunto infinito qualquer, isto é, numerável ou não, é sempre possível extrair dêle uma infinidade de elementos formando um conjunto numerável, sem que o conjunto formado pelos elementos restantes deixe de ser infinito.

Com efeito, pode-se sempre conceber que dum conjunto infinito se extraiam elementos em número limitado, formando um conjunto finito (A_1).

O número dos elementos restantes é ainda infinito, e concebe-se do mesmo modo a possibilidade de tirar dêle outros elementos, em número limitado, formando um segundo conjunto finito (A_2).

Os elementos restantes continuam sendo em número ilimitado, e se extrairmos dêles com que formar um terceiro conjunto finito (A_3), os elementos sobrantes são ainda em número infinito.

Podemos repetir esta operação indefinidamente, porque os elementos que restam, depois de se tirarem conjuntos finitos em número tam grande quanto se queira, continuam sendo sempre em número ilimitado.

Obtemos assim uma sucessão ilimitada de conjuntos finitos

$$(A_1), \quad (A_2), \quad (A_3), \quad \ldots, \quad (A_n), \quad \ldots,$$

constituídos por pontos do conjunto dado, e se tomarmos um elemento a_1 em (A_1), outro a_2 em (A_2), ... e assim sucessivamente, obtemos uma sucessão de pontos do mesmo conjunto

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_n, \quad \ldots,$$

que formam, na verdade, um conjunto numerável. E os elementos restantes são, evidentemente, em número infinito.

Exemplifiquemos. Se se trata do conjunto dos polinómios inteiros em x, os conjuntos (A_1), (A_2), (A_3), ... podem ser figurados respectivamente por colecções de polinómios do 1.º grau, do 2.º grau, do 3.º grau, ..., ou até por um polinómio de cada grau.

Se o conjunto a considerar é o de todos os pontos duma esfera, podemos imaginar um cubo inscrito neste sólido, e uma sucessão indefinida de cubos de faces paralelas, contidos dentro do primeiro, e cujas arestas decresçam em progressão geométrica. Os conjuntos finitos (A_n) podem ser formados pelos oito vértices de cada um dêsses cubos sucessivos.

§ 13.—A proposição do parágrafo anterior permite estabelecer a recíproca do princípio demonstrado no § 11, isto é, *todo o conjunto numerável pode ser decomposto numa infinidade numerável de conjuntos numeráveis sem elementos comuns.*

Com efeito, extraída dum conjunto numerável uma infinidade de elementos formando um conjunto numerável, e de modo que os elementos restantes sejam ainda em número infinito, pode-se aplicar ao conjunto dêsses elementos restantes a mesma operação, e assim indefinidamente. Ora esta infinidade de conjuntos, sem elementos comuns, que dêste modo se extraiem do proposto, é uma infinidade numerável, pois, conservando os seus elementos a mesma disposição relativa que tinham no conjunto proposto, pode-se sempre imaginar êsses conjuntos dispostos pela ordem da grandeza crescente dos índices dos seus primeiros elementos.

Consideremos, por exemplo, o conjunto dos números inteiros da série natural. Pode-se extrair dêle, em primeiro lugar, o conjunto

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 5, \quad 7, \quad 11, \quad \ldots,$$

formado por todos os números primos; depois o conjunto

$$4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 12, \quad 14, \quad \ldots,$$

formado por todos os números pares, com exclusão do 2; depois o conjunto

$$9, \quad 15, \quad 21, \quad 27, \quad 33, \quad 39, \quad \ldots,$$

formado por todos os números ímpares divisíveis por 3, com exclusão do 3; em seguida o conjunto

$$25\,,\ 35\,,\ 55\,,\ 65\,,\ 85\,,\ 95\,,\ \ldots,$$

constituído por todos os números divisíveis por 5 sem o serem por 2 e por 3, com exclusão do 5; e assim sucessiva e indefinidamente.

Não há elementos comuns a êstes conjuntos, todos êles são numeráveis e constituem uma infinidade numerável, pois que os primeiros elementos de cada um são respectivamente os quadrados dos números primos sucessivos.

Pode-se também, depois de formado o conjunto dos números primos, imaginar um outro

$$4\,,\ 6\,,\ 9\,,\ 10\,,\ 14\,,\ 15\,,\ \ldots$$

com os números que são o produto de 2 factores primos, iguais ou desiguais; outro, com os números

$$8\,,\ 12\,,\ 18\,,\ 20\,,\ 27\,,\ 28\,,\ \ldots,$$

que são o produto de três factores primos, iguais ou desiguais; outro com os números

$$16\,,\ 24\,,\ 36\,,\ 40\,,\ 54\,,\ 56\,,\ \ldots,$$

que são o produto de quatro factores primos, iguais ou desiguais, e assim sucessiva e indefinidamente. E esta nova infinidade de conjuntos é manifestamente numerável, pois se podem dispor por forma que, qualquer que seja n, o conjunto de ordem n seja aquele cujos elementos são o produto de n factores.

§ 14.—Da proposição do § 12 resulta ainda que *não se altera a potência dum conjunto não numerável suprimindo-lhe elementos que formam um conjunto numerável.*

Seja (E) o conjunto duma infinidade de elementos que se supõe não numerável; (N) o conjunto numerável formado pelos elementos suprimidos, e (H) o conjunto formado pelos elementos restantes. O conjunto (E) pode assim considerar-se decomposto nos dois conjuntos (N) e (H), o que se exprime simbòlicamente por

$$(7) \qquad (E) = (N) + (H).$$

O conjunto (H) não pode ser finito nem numerável, aliás (E) seria numerável (§§ 7 e 8), o que é contra a hipótese.

Decomponha-se então (H) noutro conjunto numerável (N′) e num conjunto infinito (H′), o que é sempre possível (§ 12). (H′) não pode ser numerável, aliás (H) sê-lo-ia também. E, visto ter-se simbòlicamente

$$(8) \qquad (H) = (N') + (H'),$$

(E) poderá considerar-se constituído pelos três conjuntos (N), (N′) e (H′), ou, o que é o mesmo, pelo conjunto numerável (N + N′) formado pela junção dos conjuntos (N) e (N′), e pelo conjunto (H′), ou seja, simbòlicamente,

$$(9) \qquad (E) = (N + N') + (H').$$

As igualdades simbólicas (8) e (9) provam o teorema, pois por meio delas se reconhece que há uma correspondência perfeita entre os elementos de (E) e (H). Os de (H′) são, com efeito, comuns a estes dois conjuntos; e entre os de (N + N′) e (N′) pode estabelecer-se uma correspondência unívoca e recíproca por serem ambos numeráveis.

Recìprocamente, *não se muda a potência dum conjunto não numerável juntando-lhe um conjunto numerável.*

Com efeito, sendo (E) o conjunto proposto e (N) um conjunto numerável, o conjunto (E + N) tem a mesma potência que o que se obtem suprimindo-lhe o conjunto numerável (N), isto é, tem a mesma potência que (E).

Observação.— É fácil de ver que estes princípios ainda são verdadeiros, mesmo que na designação de conjunto numerável se considere incluído, como caso particular, o conjunto finito. Com efeito, sendo (A) um conjunto finito e (N) um conjunto numerável, juntar ao conjunto (E) o conjunto finito (A) equivale a juntar-lhe o conjunto numerável (A + N), e a suprimir em seguida no conjunto resultante os elementos que formam o conjunto (N). Ora nenhuma destas operações altera a potência de (E). E anàlogamente se raciocina, para o caso da supressão de elementos, que formam um conjunto finito.

§ 15.— Ainda se pode tirar mais uma conseqüência importante da proposição estabelecida no § 12.

Como dado um conjunto infinito não numerável (H), é sempre possível a decomposição

$$(H) = (N') + (H')$$

em que (N′) é numerável e (H′) é equivalente a (H), vê-se que há em (H) uma parte (N′), que tem a potência do numerável, de sorte que a potência de (H) é, por definição (§ 4), superior a essa potência.

Pode-se dizer, portanto, que a potência dos conjuntos numeráveis é inferior à de todos os outros conjuntos infinitos que houver. É a menor das potências conhecidas.

§ 16.—Quando um conjunto tem a mesma potência que o dos números reais do intervalo (0, 1), diz-se que tem a *potência do contínuo*. Poderíamos dizer simplesmente que é um conjunto *contínuo*.

Por exemplo, o conjunto dos números reais compreendidos, no sentido lato, entre dois números quaisquer a e b tem a potência do contínuo, pois, fazendo

$$x = a + (b - a)\,y\,,$$

vê-se que a cada valor atribuído a y, de 0 a 1, resulta para x um único valor, de a a b; e, reciprocamente, a cada valor atribuído a x, de a a b, resulta para y um único valor, de 0 a 1.

O conjunto dos números irracionais do intervalo (0, 1) — ou, em geral, do intervalo (a, b) — tem também a potência do contínuo. Para o demonstrar note-se que, não se sabendo ainda se a potência do numerável é, ou não, igual à do contínuo, é forçoso considerar como possíveis ambas as hipóteses.

Se o conjunto dos números reais do intervalo (0, 1) fôsse numerável, da supressão dos números racionais do mesmo intervalo resultaria o conjunto dos números irracionais compreendidos entre 0 e 1, que seria ainda numerável (§ 6), isto é, teria a mesma potência que o conjunto proposto.

Sendo êste não numerável verifica-se a mesma circunstância, pois não se altera a potência dum conjunto não numerável suprimindo-lhe elementos que formam um conjunto numerável (§ 14).

Vê-se, pois, que, qualquer que seja a verdadeira hipótese, o conjunto dos números irracionais do intervalo considerado tem ainda a potência do contínuo.

§ 17.—Pôsto isto, fàcilmente se reconhece que *um conjunto, que tem a potência do contínuo, não é numerável.*

Para o demonstrar basta considerar o conjunto dos números irracionais compreendidos entre 0 e 1 (§ 16).

Todos estes números podem representar-se, e dum único modo, por fracções contínuas ilimitadas sem parte inteira.

É fácil mostrar que, qualquer que seja a convenção que se adopte para os dispor numa ordem determinada, sobejam sempre elementos que não podem ter lugar nessa disposição; por outras palavras, é fácil mostrar a impossibilidade de *numerar* todos os elementos do conjunto.

Se, com efeito, se imaginasse poder dispô-los numa sucessão numerável

$$(10) \qquad x_1, \quad x_2, \quad \ldots, \quad x_n, \quad \ldots$$

sendo

$$x_1 = \frac{1\,|}{|\,a_1^1} + \frac{1\,|}{|\,a_1^2} + \frac{1\,|}{|\,a_1^3} + \ldots,$$

$$x_2 = \frac{1\,|}{|\,a_2^1} + \frac{1\,|}{|\,a_2^2} + \frac{1\,|}{|\,a_2^3} + \ldots,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$x_n = \frac{1\,|}{|\,a_n^1} + \frac{1\,|}{|\,a_n^2} + \frac{1\,|}{|\,a_n^3} + \ldots,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

poder-se-ia sempre, por meio dela, formar um número pertencente ao conjunto, mas não pertencente à sucessão. Bastaria defini-lo por

$$x = \frac{1\,|}{|\,b_1} + \frac{1\,|}{|\,b_2} + \frac{1\,|}{|\,b_3} + \ldots$$

uma vez que se fizesse

$$(11) \qquad b_i \gtrless a_i^i. \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots)$$

Êste número x é, de facto, irracional, porque se exprime por uma fracção contínua ilimitada; é menor que a unidade, porque essa fracção contínua não tem parte inteira; e é distinto de todos os números da sucessão (10) em virtude da condição (11), pois que, para duas fracções contínuas terem o mesmo valor, é necessário que tenham iguais entre si todos os seus cocientes incompletos das mesmas ordens. Então o conjunto dado não pode ser numerável, *q. e. d.*

18.—As considerações dos §§ 12 e 14 revestem um carácter de evidência quando o conjunto infinito, de que se trata, tem a potência do contínuo.

Como podemos estabelecer uma correspondência perfeita entre os elementos dêsse conjunto (E) e os números reais do intervalo (0, 1), os elementos de (E) que corresponderem aos números racionais dêsse intervalo formarão um conjunto numerável (N), e os restantes, correspondentes aos números irracionais do mesmo intervalo, formarão um conjunto (I), que não poderá ser finito nem numerável. A decomposição traduzida pela igualdade simbólica (7), acha-se, pois, realizada.

Consideremos agora o conjunto (H). Entre os números irracionais do intervalo (0, 1) destaquemos, por exemplo, os da sucessão

$$(12) \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{1}{\sqrt{8}}, \frac{1}{\sqrt{10}}, \ldots,$$

que é numerável, visto ser constituída por uma infinidade de elementos pertencentes ao conjunto

$$\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \ldots,$$

que é, evidentemente, numerável. Então, se do conjunto (H) destacarmos os elementos que correspondem unívoca e recìprocamente aos da sucessão (12), formaremos com êles um conjunto numerável (N'), e o conjunto (H') dos elementos restantes não poderá ser finito, nem numerável. Assim, a decomposição traduzida pela igualdade simbólica (8) acha-se igualmente realizada.

Não só se verifica que dum conjunto com a potência do contínuo é possível extrair elementos, em número infinito, formando um conjunto numerável, como também se reconhece que essa possibilidade existe duma infinidade de maneiras; basta, de facto, notar que, formando os números racionais do intervalo (0, 1) um conjunto numerável, e sendo, portanto, ainda numerável todo e qualquer conjunto (N) formado por uma infinidade de números racionais compreendidos no mesmo intervalo, é claro que, dado um conjunto qualquer com a potência do contínuo, todos os seus elementos, que corresponderem unívoca e recìprocamente aos dêsses conjuntos (N), formam igualmente conjuntos numeráveis.

E, como a decomposição (7) é sempre possível, a potência do contínuo é necessàriamente superior à do numerável (§ 4).

Também incidentemente fica evidenciado que o facto de ter a potência do contínuo o conjunto de todos os números irracionais do intervalo (0, 1) não impede que possa ser numerável um conjunto parcial formado só com parte dos números irracionais dêsse intervalo.

§ 19.—*Reünindo um número limitado de conjuntos* $(E_1), (E_2), \ldots, (E_n)$, *sem elementos comuns e com a potência do contínuo, forma-se um conjunto* $(E_1 + E_2 + \ldots + E_n)$, *que ainda tem a potência do contínuo.*

Pode-se, com efeito, estabelecer uma correspondência perfeita entre os elementos de (E_1) e os números irracionais do intervalo (0, 1); entre os elementos de (E_2) e os números irracionais do intervalo (1, 2); e assim, sucessivamente, até ficar estabelecida a mesma correspondência entre os elementos de (E_n) e os núme-

ros irracionais do intervalo $(n-1, n)$. Então os elementos de $(E_1 + E_2 + \ldots + E_n)$ ficarão correspondendo unívoca e recìprocamente aos números irracionais do intervalo $(0, n)$, donde se segue que êsse conjunto tem realmente a potência do contínuo (§ 16).

Esta propriedade mantem-se mesmo que n cresça indefinidamente, isto é, *o conjunto formado pela reünião duma infinidade numerável de conjuntos, sem elementos comuns, com a potência do contínuo, tem ainda a potência do contínuo.*

Com efeito, sejam (E_1), (E_2), $\ldots$, (E_n), $\ldots$ êsses conjuntos. Tome-se uma sucessão de números racionais crescentes

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_n, \quad \ldots,$$

que tendam para um limite racional A (por exemplo, as fracções sucessivas

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \ldots, \quad \frac{n}{n+1}, \quad \ldots,$$

que tendem para o limite 1), e estabeleça-se uma correspondência perfeita entre os elementos de (E_1) e os números irracionais compreendidos entre a_0 e a_1; entre os elementos de (E_2) e os números irracionais compreendidos entre a_1 e a_2; e assim sucessiva e indefinidamente. Os elementos do conjunto $(E_1 + E_2 + \ldots + E_n + \ldots)$ ficarão numa correspondência perfeita com os números irracionais compreendidos entre a_0 e A, donde se segue que êsse conjunto tem, de facto, a potência do contínuo.

Compreende-se a razão por que em ambos os enunciados se supõe que os conjuntos componentes não têm elementos comuns. Considerando, para fixar ideas, o último princípio, é óbvio que, se houvesse um elemento comum a dois conjuntos (E_k), (E_l), êsse elemento corresponderia a dois, e não a um só número irracional do intervalo (a_0, A), um dos quais pertenceria ao intervalo (a_{k-1}, a_k), e o outro ao intervalo (a_{l-1}, a_l).

Do segundo dos princípios demonstrados resulta que *o conjunto de todos os números reais tem a potência do contínuo;* êsse conjunto pode, com efeito, decompor-se numa infinidade numerável de conjuntos, sem elementos comuns, com a potência do contínuo [por exemplo, os conjuntos formados pelos números reais dos intervalos $(0, \pm 100)$, $(\pm 100, \pm 200)$, $(\pm 200, \pm 300)$, etc., excluído em cada um dêles o extremo posterior].

§ 20.—Da correlação existente entre os pontos geométricos e os sistemas de números depreende-se imediatamente que *todos os pontos duma recta, ou dum segmento de recta, formam conjuntos com a potência do contínuo.*

Cantor demonstrou também que *o conjunto de todos os pontos dum quadrado tem a potência do contínuo.*

Na demonstração pode referir-se o quadrado ao sistema de eixos coordenados, que se obtem prolongando dois dos seus lados concorrentes. Neste caso, se é l o comprimento do lado do quadrado, as coordenadas de todos os seus pontos estão compreendidas, no sentido lato, entre 0 e l. E, como há uma correspondência perfeita entre êsses valores das coordenadas e os números reais do intervalo (0, 1), vê-se que, para a demonstração, é lícito considerar só os numeros dêste intervalo, isto é, considerar apenas, como fez Cantor, o quadrado do lado 1. Mas ainda se pode ir mais longe no caminho da simplificação. Por a cada número real do intervalo (0, 1) corresponder, unívoca e recìprocamente, um número irracional do mesmo intervalo, o conjunto dos pontos do quadrado de coordenadas reais quaisquer tem a mesma potência que o conjunto dos pontos do quadrado de coordenadas irracionais. É, portanto, lícito considerar apenas estes últimos. Ora as coordenadas (x, y) de cada um dêles, em relação aos eixos adoptados, podem exprimir-se por fracções contínuas ilimitadas sem parte inteira, tais como

$$(13)\qquad \begin{aligned} x &= \frac{1\,|}{|\,a_1} + \frac{1\,|}{|\,a_2} + \frac{1\,|}{|\,a_3} + \cdots, \\ y &= \frac{1\,|}{|\,b_1} + \frac{1\,|}{|\,b_2} + \frac{1\,|}{|\,b_3} + \cdots; \end{aligned}$$

então a cada sistema dêstes dois números pode-se sempre fazer corresponder um número irracional ξ definido por

$$(14)\qquad \xi = \frac{1\,|}{|\,a_1} + \frac{1\,|}{|\,b_1} + \frac{1\,|}{|\,a_2} + \frac{1\,|}{|\,b_2} + \cdots$$

e compreendido, portanto, no intervalo (0, 1).

Recìprocamente, a cada número irracional ξ dêste intervalo, que sempre se pode exprimir por (14), é lícito fazer corresponder um sistema determinado de números (x, y), dados por (13), e definindo, conseguintemente, um ponto do quadrado de coordenadas irracionais.

Logo, o conjunto dos pontos do quadrado de lado 1 (ou, melhor, o conjunto dos pontos dum quadrado) é equivalente ao conjunto dos números irracionais do intervalo (0, 1), isto é, *tem a potência do contínuo,* *q. e. d.*

Demonstrado êste teorema, é manifesto que tem ainda a potência do contínuo o conjunto dos pontos de qualquer figura que se possa decompor na soma dum número finito ou duma infinidade numerável de quadrados (§ 19).

Ainda pelo mesmo processo se prova que o conjunto dos pontos dum cubo, ou, mais geralmente, dum cubo no espaço a n dimensões, tem ainda a potência do contínuo.

Sintetizando, pois, todos estes princípios, pode-se dizer que *tem a potência do contínuo todo o conjunto cujos elementos dependem dum número limitado de parâmetros, cada um dos quais passa por um conjunto de valores com a potência do contínuo.*

§ 21.—Generalizando o teorema, que condensa todos os princípios do parágrafo anterior, pode ainda provar-se que *tem a potência do contínuo todo o conjunto cujos elementos são definidos por uma infinidade numerável de variáveis independentes*

$$x_1\,,\ x_2\,,\ x_3\,,\ \ldots\,,\ x_n\,,\ \ldots\,,$$

cada uma das quais passa por um conjunto de valores com a potência do contínuo.

Por considerações idênticas às do parágrafo anterior, é possível, sem alterar a potência dum conjunto nestas condições, considerar apenas valores das variáveis, que sejam números irracionais do intervalo (0, 1). Tomando, então, os desenvolvimentos dêsses valores em fracção contínua, êles serão da forma

$$(15)\qquad \begin{aligned}
x_1 &= \frac{1\,|}{|\,a_1} + \frac{1\,|}{|\,b_1} + \frac{1\,|}{|\,c_1} + \ldots,\\
x_2 &= \frac{1\,|}{|\,a_2} + \frac{1\,|}{|\,b_2} + \frac{1\,|}{|\,c_2} + \ldots,\\
x_3 &= \frac{1\,|}{|\,a_3} + \frac{1\,|}{|\,b_3} + \frac{1\,|}{|\,c_3} + \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
x_n &= \frac{1\,|}{|\,a_n} + \frac{1\,|}{|\,b_n} + \frac{1\,|}{|\,c_n} + \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Escrevam-se num quadro os cocientes incompletos de todas estas fracções contínuas, de modo que, nas diferentes linhas, figurem, por sua ordem, os que correspondem a cada uma delas:

$$(16)\qquad \begin{array}{cccc}
a_1 & b_1 & c_1 & \ldots\\
a_2 & b_2 & c_2 & \ldots\\
a_3 & b_3 & c_3 & \ldots\\
\multicolumn{4}{c}{\ldots\ldots\ldots\ldots;}
\end{array}$$

e forme-se uma nova fracção contínua tomando sucessivamente para cocientes incompletos os elementos dêste quadro, tirados das sucessivas linhas diagonais, da esquerda para a direita, ou seja

$$\xi = \frac{1\,|}{|\,a_1} + \frac{1\,|}{|\,a_2} + \frac{1\,|}{|\,b_1} + \frac{1\,|}{|\,a_3} + \frac{1\,|}{|\,b_2} + \frac{1\,|}{|\,c_1} + \frac{1\,|}{|\,a_4} + \cdots,$$

ξ será um número irracional do intervalo (0, 1), donde se segue que a cada sistema de valores das variáveis $(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ corresponde um número irracional, e um só, do mesmo intervalo.

Recíprocamente, dado ξ, pode-se formar o quadro (16) escrevendo sucessivamente as suas linhas diagonais, e organizar, em face dêle, os desenvolvimentos (15); daqui resulta que a cada número irracional do intervalo (0, 1) corresponde um, e um só, sistema de valores das variáveis.

Existe, pois, uma correspondência perfeita entre os elementos do conjunto proposto e os números irracionais do intervalo (0, 1); o primeiro tem, conseguintemente, a potência do contínuo, *q. e. d.*

§ 22. — Dados dois conjuntos (A) e (B), designe-se por (A_1) uma parte aliquota qualquer de (A) e por (B_1) uma parte aliquota qualquer de (B).

Se existe um conjunto (A_1) que tem a potência de (B), mas não há nenhum conjunto (B_1) que tenha a potência de (A), não se pode estabelecer uma correspondência perfeita entre os elementos de (A) e (B); estes dois conjuntos não são equivalentes, e a potência de (A) é superior à de (B), (§ 4). E não se pode nesto caso estabelecer uma correspondência perfeita entre os elementos de (A) e de (B) porque, se a cada elemento de (A_1) corresponde um, e um só, elemento de (B), os restantes elementos de (A) ou não têm os seus correspondentes em (B), ou, se os têm, há em (B) elementos que correspondem a mais do que um elemento de (A).

Semelhantemente, se existe um conjunto (B_1) que tem a potência de (A), e não existe um conjunto (A_1) que tenha a potência de (B), a potência de (B) é superior à de (A).

Mas pode suceder que haja um conjunto (A_1) com a potência de (B) e um conjunto (B_1) com a potência de (A). Se se toma, por exemplo, para conjunto (A) o conjunto dos números ímpares

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ 2n-1,\ \ldots,$$

e para conjunto (B) o dos números duplamente pares

$$4,\ 8,\ 12,\ 16,\ \ldots,\ 4n,\ \ldots,$$

poder-se há tomar para (A_1) o conjunto

$$3, \quad 7, \quad 11, \quad 15, \quad \ldots, \quad 4n-1, \quad \ldots,$$

e para (B_1) o conjunto

$$4, \quad 12, \quad 20, \quad 28, \quad \ldots, \quad 4(2n-1) \quad \ldots;$$

(A_1) tem evidentemente a mesma potência que (B) e (B_1) a mesma que (A).

Se se toma para (A) o conjunto dos números reais do intervalo $(0, l)$ e para (B) o conjunto dos números reais do intervalo (0, 1), (A_1) pode ser, por exemplo, o conjunto dos números irracionais do intervalo $(0, l)$ e (B_1) o conjunto dos números irracionais do intervalo (0, 1); e (A_1) e (B_1) verificam aínda a mesma dupla condição.

Em ambos estes casos concretos (A) e (B) têm a mesma potência; e é o que se verifica sempre na última hipótese considerada.

§ 23. — Com efeito prova-se fàcilmente que *dois conjuntos* (A) *e* (B) *têm a mesma potência se* (A) *tem a mesma potência que uma parte de* (B), *e* (B) *a mesma potência que uma parte de* (A).

Por outras palavras: *Dois conjuntos* (A) *e* (B) *têm a mesma potência se se pode fazer corresponder a todos os elementos de* (A) *elementos diferentes de* (B), *e a todos os elementos de* (B) *elementos diferentes de* (A).

Mudando de notação, por comodidade, represente-se agora por b (A) a parte de (A) que tem a potência de (B), e por r (A) o conjunto restante; por a (B) a parte de (B) que tem a potência de (A) e por ρ (B) o conjunto restante. Pode-se escrever simbòlicamente

$$(A) = b\,(A) + r\,(A),$$
$$(B) = a\,(B) + \rho\,(B);$$

e como b (A) tem a potência de (B) basta estabelecer que (A) e b (A) têm a mesma potência.

Pôsto isto, notemos que qualquer conjunto (A′), que seja equivalente a (A), é susceptível duma decomposição análoga à de (A), visto que, depois de se haver estabelecido a correspondência perfeita, que existe entre (A) e (A′), pode-se reünir num conjunto b (A′) os elementos de (A′) que correspondem aos de b (A), e noutro conjunto r (A′) os elementos restantes, que correspondem a r (A). Aplicando estas considerações ao caso do conjunto a (B) vê-se a possibilidade de o decompôr em dois, a designar por b (aB) e r (aB), considerando se as letras b e r como símbolos de operações, aplicáveis aos conjuntos equivalentes a (A), e tendo como resultado decompô-los em dois com as potências de b (A) e r (A).

Da mesma maneira se reconhece que as letras α e ρ podem considerar-se como símbolos de operações, aplicáveis aos conjuntos equivalentes a (B), e tendo como resultado decompô-los em dois com as potências de a (B) e ρ (B).

Repetindo, então, indefinidamente as operações mencionadas, obtem-se uma sucessão ilimitada de conjuntos

$$(A)\,,\quad b(A)\,,\quad a(bA)\,,\quad b(abA)\,,\quad a(babA)\,,\quad \ldots,$$

tendo alternadamente as potências de (A) e de (B). Cada um dêles contém todos os seguintes, e se fôr (D) o conjunto (infinito, finito ou nulo) dos elementos comuns aos de toda aquela sucessão, êsse conjunto (D) poderá obter-se tirando de (A) os elementos que não dertencem a b(A), ou seja, simbòlicamente, (A) — b(A); tirando em seguida do resultado, quere dizer, de b(A), os elementos que não pertencem a $a(b$A), ou seja, simbòlicamente, b(A) — $a(b$A); e assim sucessiva e indefinidamente. Teremos, pois, a igualdade simbólica

$$(D) = (A) - [(A) - b(A)] - [b(A) - a(bA)] - \ldots,$$

ou, mais simplesmente,

$$(D) = (A) - r(A) - \rho(bA) - r(abA) - \rho(babA) - \ldots,$$

o que mostra ser o conjunto (A) susceptível da decomposição que simbòlicamente se traduz por

$$(17)\quad (A) = (D) + r(A) + \rho(bA) + r(abA) + \rho(babA) + \ldots.$$

Suprimindo agora em (A) os elementos que formam r(A), o que dá b(A), tem-se simbòlicamente

$$b(A) = (D) + \rho(bA) + r(abA) + \rho(babA) + r(ababA) + \ldots,$$

ou, o que é o mesmo,

$$(18)\quad b(A) = (D) + r(abA) + \rho(bA) + r(ababA) + \rho(babA) + \ldots.$$

A comparação das expressões simbólicas (17) e (18) mostra que os dois conjuntos (A) e b(A) estão decompostos em duas infinidades numeráveis de conjuntos, tendo 2 a 2 a mesma potência. Pode-se, portanto, estabelecer uma correspondência perfeita entre os elementos dum e doutro, fazendo corresponder entre si os conjuntos parciais da mesma ordem daqueles dois desenvolvimentos.

(A) e b(A) têm, pois, a mesma potência, o c mesmo acontece, por conseguinte, a (A) e (B), *q. e. d.*

§ 24.—Além das relações entre os conjuntos (A) e (B) consideradas nos dois parágrafos precedentes, uma quarta pode verificar-se: é a de não haver em (A) nenhum conjunto parcial (A_1) com a mesma potência que (B), nem em (B) nenhum conjunto parcial (B_1) com a mesma potência que (A). E o que se verifica, evidentemente, quando (A) e (B) são conjuntos finitos de igual número de elementos. Neste caso, os dois conjuntos têm a mesma potência; mas pregunta-se:—¿Dar-se há o mesmo facto se, verificando-se aquela condição, os conjuntos (A) e (B) forem infinitos?—A questão é importante, pois que, se a resposta é afirmativa, poder-se há asseverar que, dados dois conjuntos quaisquer, só dois casos são possíveis, ou têm ambos a mesma potência, ou a potência dum é superior à do outro. Se a resposta é negativa, poderá haver conjuntos cujas potências não sejam comparáveis, isto é, dados dois conjuntos quaisquer, a potência dum poderá não ser igual, nem suporior, nem inferior à do outro.

O Sr. Borel, a quem esta dificuldade vivamente preocupava, expô-la ao próprio Cantor, quando se encontraram no Congresso de Zurich, em Agosto de 1897; mas a resposta do fundador da teoria não pôde satisfazê-lo, pois se limitou a comunicar-lhe verbalmente o seu sentimento de que, nas condições formuladas, os conjuntos (A) e (B) têm a mesma potência. A falta, pois, duma demonstração, que ainda ninguém produziu, diz com razão o Sr. Borel que a questão continua por decidir.

Para mim ainda outra dúvida se apresenta: ¿Se os conjuntos (A) e (B) são infinitos, poderá dar-se o caso de nem haver em (A) uma parte equivalente a (B), nem em (B) uma parte equivalente a (A)?

§ 25.—Embora no § 5 mencionasse a definição de Cantor, destinada a dar a noção de potência independentemente de qualquer substrato, nunca separei a noção abstracta de poténcia da noção mais concreta de conjunto, e da mesma forma continuarei procedendo, visto as propriedades, que se tem procurado estabelecer para as potências consideradas independentemente dos conjuntos que as possuem, não apresentarem utilidade apreciável na teoria das funções.

Partindo de conjuntos determinados, definimos as potências do numerável e do contínuo, e vimos que a segunda é superior à primeira. ¿Não haverá outras potências? Para responder a esta questão o Sr. Borel, numa das Notas às suas *Leçons sur la théorie des fonctions*, mostrou como se pode definir conjuntos tendo potências cada vez maiores, empregando um método de Cantor, e examinou a possibilidade de conceber conjuntos nessas condições. Reproduzindo em parte a sua análise, começarei por mostrar como se pode

definir um conjunto tendo uma potência superior à doutro conjunto dado (E).

Designemos por x um elemento qualquer de (E), e por $f(x)$ uma função do elemento x, *que só pode tomar um dos dois valores 0 e 1,* mas que é perfeitamente determinada em cada ponto de (E) (*). Tendo-se, naturalmente, como distintas duas destas funções, sempre que não tomem os mesmos valores em *todos* os pontos de (E), vamos mostrar que o conjunto (F), formado por *todas* as funções $f(x)$, têm uma potência superior à de (E).

Para isso mostremos, em primeiro lugar, que em (F) existe um conjunto parcial (F_1), que tem a potência de (E). Podemos de facto fazer corresponder a cada elemento x de (E) a função $f(x)$ que toma o valor zero nêsse elemento e o valor 1 em todos os outros. O conjunto destas funções, que são todas distintas, constitui na realidade uma parte (F_1) de (F), que tem a potência de (E).

Daqui resulta que a potência de (F) não pode ser inferior à de (E); e bastará mostrar que não lhe é igual para se poder concluir que lhe é superior.

Se o conjunto (F) tivesse a mesma potência que (E) poderiamos representar por $f_y(x)$ a função que correspondesse a um elemento y de (E), e se êste y fôsse qualquer, $f_y(x)$ poderia representar todos os elementos de (F). Ora é fácil de ver que existe uma função $f(x)$ distinta de todas as funções $f_y(x)$, a qual pode ser definida por

$$f(x) \neq f_x(x), \tag{19}$$

sendo x um elemento qualquer de (E). Estas desigualdades definem completamente a função $f(x)$, porque não podendo o seu valor em

---

(*) É fácil imaginar funções nestas condições. Podemos, por exemplo, considerar uma função que em todos os pontos do intervalo em que é definida, de abscissa racional, toma o valor 0, e em todos os pontos de abscissa irracional, o valor 1; ou inversamente

Querendo funções que se exprimam por símbolos algébricos, podemos considerar, por exemplo:

$$f(x) = \left[\lim_{n=\infty} \frac{(1+x)^n - 1}{(1+x)^n + 1}\right]^2$$

função que supomos definida no intervalo $(-1, +1)$. Fàcilmente se reconhece que ela toma o valor 1 em todos os pontos dêste intervalo, excepto no ponto 0, em que toma o valor 0.

A função

$$I(N+x) - I(N),$$

definida no intervalo (0,1), em cuja expressão N designa qualquer número inteiro, e a função $I(z)$ representa o maior número inteiro contido em z, é evidentemente nula em todos os pontos daquele intervalo, excepto no extremo 1, em que é igual a 1.

qualquer elemento x de (E) ser senão zero ou 1, sabe-se sempre qual é: é zero, quando $f_x(x)$ é igual a 1, e 1 quando $f_x(x)$ é igual a zero. Ora a função $f(x)$ assim definida não pode ser igual a nenhuma das funções $f_y(x)$, pois que qualquer delas toma no ponto $x = y$ o valor $f_y(y)$; a função $f(x)$ toma nêsse ponto o valor $f(y)$; e pela condição (19) tem-se

$$f(y) \neq f_y(y)$$

Então a potência de (F) é necessàriamente superior à de (E), visto que são comparáveis, e a primeira não é superior, nem igual, à segunda.

Se tomarmos para conjunto (E) um conjunto numerável, fàcilmente se vê que o conjunto (F) tem a potência do contínuo. Supondo (E) o conjunto-tipo

$$1, \ 2, \ 3, \ 4, \ \ldots, \ n, \ \ldots,$$

e correspondendo a cada um destes números uma infinidade de valores das funções $f(x)$ iguais, arbitràriamente, a 0 ou a 1, podemos com esses valores formar fracções decimais, tais como 0,010011101 ..., as quais, supostas escritas no sistema de numeração de base 2, podem representar todos os números reais compreendidos entre 0 e 1. O conjunto de todas essas fracções tem então a potência do contínuo; donde se segue que o conjunto (F) tem realmente, nêste caso, a potência do contínuo, visto ser constituïdo por uma infinidade numerável de conjuntos com a mesma potência. É certo que se apresenta aqui uma pequena dificuldade, proviente da duplicação de valores que resulta da igualdade entre as dízimas limitadas, tais como 0,0101, e as dezenas ilimitadas correspondentes, 0,010011111 ...; mas esta dificuldade é fácil de remover, porque, como as dízimas limitadas representam números racionais, o seu conjunto é numerável, e portanto a eliminação dos pontos correspondentes do conjunto (F) não influi na sua potência (§ 14).

Se o conjunto (E) tem a potência do contínuo, pode-se dizer que o conjunto (F) é, por exemplo, o conjunto das funções discontínuas duma variável real, que tomam sòmente um dos dois valores 0 ou 1. Pelo que se acaba de ver, êsse conjunto tem uma potência superior à do contínuo (*).

Consideremos em seguida êsse conjunto (F) e separemos de qualquer modo em duas classes todas as funções que êle encerra. O conjunto dêsses modos de separação tem uma potência superior

---

(*) É fácil de ver que tem a potência de (F) o conjunto de todas e quaisquer funções discontínuas. Consulte-se a êste respeito a monografia citada do Sr. Borel.

à de (F). E, continuando a proceder da mesma forma, construíremos uma infinidade numerável de conjuntos, tendo potências cada vez maiores. Êsses conjuntos ficam assim *lògicamente* definidos; poderemos, todavia, *concebê-los?* Não me demorarei nessa discussão para não me afastar de mais do objectivo que tracei; mas o leitor, que queira aprofundar o assunto, poderá consultar com proveito a nota do Sr. Borel, que já citei neste parágrafo.

§ 26.—Cantor, assim como, abstraindo da natureza dos elementos dum conjunto e da ordem por que estão dispostos, chegou à noção de *potência*, assim também, abstraindo da natureza dos elementos, mas não da sua disposição, chegou à noção do *tipo de ordem*. Esta noção pode, todavia, ser adquirida mais concretamente, como a de potência, pela comparação de dois conjuntos.

Um conjunto diz-se *ordenado*, ou, dum modo mais preciso, *simplesmente ordenado*, quando se pode fazer uma convenção por meio da qual, dados dois quaisquer dos seus elementos, um *precede* necessàriamente o outro; e se a precede b, e b precede c, a precede necessàriamente c (sendo a, b e c três elementos quaisquer do conjunto).

Por exemplo, o conjunto dos números reais é ordenado, visto podermos convencionar que a ordem por que se hão de dispôr os seus elementos é a da sua grandeza relativa. Um conjunto de pontos sôbre uma recta é igualmente ordenado, visto podermo-los considerar na ordem por que se nos vão deparando, quando imaginarmos percorrer a recta num determinado sentido.

Quando dois conjuntos ordenados são equivalentes, e tais que, sendo a e b dois elementos quaisquer do primeiro, e a' e b' os elementos correspondentes do segundo, a' precede b' se a precede b, os dois conjuntos dizem-se *semelhantes*.

Esta definição traz como conseqüencia que dois conjuntos ordenados semelhantes a um terceiro são semelhantes entre si. Assim todos os conjuntos semelhantes a um conjunto dado possuem uma propriedade comum; e essa propriedade, que não só depende da potência como também da ordem por que os elementos se dispõem, é que nos leva à noção de *tipo de ordem*, assim como a dos conjuntos equivalentes nos levou ao conceito de *potência*.

Podemos então dizer que *o tipo de ordem dum conjunto é o conceito que êle sugere à nossa razão quando abstraimos da natureza dos seus elementos, mas não da maneira como estão dispostos.*

Assim como dizemos, indiferentemente, *conjuntos equivalentes* ou *que têm a mesma potência*, assim também podemos dizer *conjuntos semelhantes* ou *que têm o mesmo tipo de ordem*.

A lei, que define a correspondência existente entre os elementos de dois conjuntos semelhantes, denomina-se a *aplicação* dum dêles sôbre o outro.

Dado um conjunto ordenado, se invertermos a ordem de sucessão dos seus elementos de sorte que, considerados dois quaisquer,

o que precedia o outro fica sendo precedido por êle, forma-se um outro conjunto ordenado, que se chama o *inverso* do primeiro. Assim, o *inverso* do conjunto

$$1, \ 2, \ 3, \ \ldots, \ n, \ \ldots$$

é o conjunto

$$\ldots, \ n, \ \ldots, \ 3, \ 2, \ 1.$$

Entre os conjuntos ordenados destacam-se os que se dizem *bem ordenados*.

Um conjunto ordenado é *bem ordenado* quando, tanto êle, como qualquer das suas partes alíquotas, têm um elemento *inicial*, isto é, um elemento que é de ordem inferior à de todos os outros. Assim, o conjunto dos números inteiros é, evidentemente, bem ordenado; mas o conjunto dos números racionais do intervalo (0, 1) não o é, pois que o conjunto parcial formado pelas fracções do mesmo intervalo superiores a uma qualquer $\frac{1}{n}$ não tem elemento inicial.

Cantor, pelas mesmas considerações por que chamou, às *potências, números cardinais*, chamou *números ordinais* aos *tipos de ordem* dos conjuntos bem ordenados.

Entre os números ordinais figuram os inteiros positivos, porque um conjunto finito, cujos elementos se podem dispor sempre numa ordem convencionada, é um conjunto bem ordenado. Conforme a natureza das questões tratadas, pode convir começar a série natural dos números inteiros no zero ou no 1. O conjunto dos inteiros positivos, incluindo o zero, constitui, pois, uma classe de números ordinais; é, por definição, a *primeira*. Todos os outros números ordinais são *números transfinitos* de Cantor, os quais nos surgem, portanto, como os tipos de ordem dos conjuntos bem ordenados infinitos.

Dos Conjuntos de pontos

§ 27.—O estudo dos conjuntos de pontos é a aplicação de maior importância e interêsse que tem tido a teoria dos conjuntos abstractos. Dêles me vou ocupar agora, advertindo que, sempre que não disser o contrário, se deve entender que me refiro a conjuntos infinitos.

Já se sabe que por *pontos* se entendem os sistemas de valores simultâneos $(a, b, \ldots)$ atribuídos a variáveis $x, y, \ldots$.

Se os pontos que se consideram são os elementos dum conjunto, êste diz-se um *conjunto de pontos*, e o número das variáveis $x, y, \ldots$ define as suas *dimensões*. Um conjunto a uma só dimensão também se diz *linear*.

A primeira noção que se nos apresenta, no estudo dos conjuntos desta natureza, é a de *desvio*. Dados dois pontos quais-

quer $p(a, b, \ldots)$ e $p'(a', b', \ldots)$, o seu *desvio* é a quantidade positiva

$$\overline{pp'} = |a' - a| + |b' - b| + \ldots .$$

Se o desvio é nulo, tem-se necessàriamente

$$a' = a, \quad b' = b, \quad \ldots,$$

e os pontos coincidem; recìprocamente, se os pontos coincidem, verificam-se as mesmas igualdades, e o desvio é nulo.

Alguns autores, em vez do *desvio*, consideram a *distância*, ou seja

$$+\sqrt{(a' - a)^2 + (b' - b)^2 + \ldots};$$

poder-se-ia mesmo considerar qualquer outra função contínua e positiva dos dois pontos, que igualmente se anulasse quando êles coincidissem, e só nesse caso. A verdade dos princípios enunciados nada sofreria. O conceito mais generalizado é, porém, o de desvio, e será êste, por conseqüência, o que preferiremos.

De resto, as demonstrações feitas na hipótese do desvio são *mutatis mutandis* as que se fariam na hipótese da distância, e inversamente. Se, por exemplo, há necessidade de delimitar uma porção do espaço em tôrno dum certo ponto P, tanto faz dizer que ela é formada pelos pontos contidos dentro duma esfera de raio dado, tendo o seu centro em P, como pelos pontos cujos desvios em relação a P não excedem um número fixo. É bom, todavia, advertir que, se consideramos quási indiferente usar do conceito de desvio ou do conceito de distância, é porque suporemos sempre reaes os pontos dos conjuntos que vamos considerar; se êsses pontos pudessem ser imaginários, impor-se-ia a conveniência de adoptar só o conceito do desvio; e a razão é que êste continuaria a só se anular quando os pontos coincidissem, ao passo que a distância, igualmente nula nessa hipótese, anular-se-ia também todas as mais vezes que o radicando se anulasse. Se, por exemplo, o conjunto fôsse a duas dimensões, bastaria que se tivesse $b' - b = i(a' - a)$.

§ 28.—Diz-se que uma sucessão de pontos p tende para um *ponto limite* π, quando, por menor que seja o número positivo δ, existe nessa sucessão um ponto tal que o desvio dêle e de todos os seguintes em relação a π é inferior a δ.

A sucessão dos pontos p pode ser numerável ou não. Se é numerável, êsses pontos distinguem-se uns dos outros por índices

$$p_1(x_1, y_1, \ldots), \quad p_2(x_2, y_2, \ldots), \quad \ldots, \quad p_n(x_n, y_n, \ldots), \ldots$$

e é evidente que, sendo

$$\pi(\xi, \eta, \ldots)$$

o ponto limite, as variáveis x_n, y_n, ... convergem respectivamente para ξ, η, ...

Se a sucessão dos pontos p tem a potência do contínuo, é sempre possível extrair dela sucessões numeráveis que tendam para o mesmo ponto limite (§ 18), e considerando uma qualquer dessas sucessões numeráveis, as cousas passam-se como no caso anterior.

Chama-se *ponto limite* ou *de acumulação* dum conjunto (E) a todo o ponto que é ponto limite duma sucessão de pontos de (E). A colecção dêsses pontos forma um outro conjunto (E′), que se chama o *derivado* do primeiro.

Os pontos limites dum conjunto, que o são duma sucessão não numerável de pontos dêsse conjunto, receberam de Lindelof o nome especial de *pontos de condensação*.

Exemplifiquemos, recorrendo para mais simplicidade aos conjuntos lineares.

O conjunto dos números inteiros não tem pontos limites, nem por conseguinte conjunto derivado.

O conjunto das fracções $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$ tem zero por ponto limite; o derivado reduz-se a êsse ponto, que não pertence ao conjunto dado.

O conjunto dos números $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \ldots, \frac{2n}{2n-1}, \frac{2n}{2n+1}, \ldots$, tem como único ponto limite o elemento 1 do próprio conjunto, que contém assim o seu derivado.

O conjunto dos números racionais compreendidos entre a e b, *no sentido restrito*, (isto é, $> a$ e $< b$), tem por derivado o conjunto dos números reais compreendidos entre a e b, *no sentido lato* (isto é, $\geqq a$ e $\leqq b$). Com efeito, qualquer número real compreendido entre a e b pode considerar-se como o limite de duas sucessões de números racionais, uma decrescente, outra crescente, compreendidas no mesmo intervalo; e os números extremos a e b, como limites, cada um dêles, duma sucessão de números racionais compreendidos entre a e b, decrescentes para o primeiro e crescentes para o segundo. Neste caso o conjunto está compreendido no seu derivado. Todos os seus pontos são pontos limites, mas há ainda outros pontos limites que não são pontos do próprio conjunto.

O conjunto dos números reais compreendidos entre a e b no sentido lato coincide, pelo que se acaba de ver, com o seu próprio conjunto derivado.

Vê-se, por estes exemplos simples, que um conjunto pode ter, ou não ter, pontos de comum com o seu derivado. Se os tem, os pontos comuns são evidentemente pontos limites; os pontos que não são comuns ao conjunto e ao seu derivado receberam a qualificação de *isolados*.

Um ponto *isolado* caracteriza-se pela seguinte propriedade: É sempre possível determinar um número ε suficientemente pequeno

para que não haja no conjunto nenhum outro ponto cujo desvio em relação a êle seja inferior a ε. É evidente que, se esta circunstância não se verificasse, haveria no conjunto pontos cujos desvios em relação ao primeiro seriam tam pequenos quanto se quisesse, isto é, êsse ponto seria um ponto limite e não um ponto isolado.

§ 29. — Consideremos um conjunto finito (A), de pontos a_1, a_2, ..., a_m; e seja P um ponto qualquer não pertencente ao mesmo conjunto. Se fôr ε o menor dos desvios de P aos diferentes pontos de (A), não há em (A) nenhum elemento cujo desvio em relação a P seja inferior a um número positivo dado δ, logo que se tome $\delta < \varepsilon$. Então P não pode ser um ponto limite de (A). Consideremos agora um elemento qualquer a_k do mesmo conjunto. Se fôr ε_1 o menor dos desvios de a_k aos outros pontos de (A), não há neste conjunto nenhum elemento a_1, ..., a_{k-1}, a_{k+1}, ..., a_m cujo desvio em relação a a_k seja inferior a δ, logo que se tome $\delta < \varepsilon_1$. Logo a_k também não pode ser ponto limite de (A). Concluimos, portanto, que *um conjunto finito não tem pontos limites.*

Se o conjunto é infinito, os exemplos do § 28 mostram que pode haver, ou não, pontos limites. Consideremos então um conjunto infinito (E), que admita um ponto limite π. Dado um número δ, tam pequeno quanto se queira, se percorrermos, a partir de p_1, a sucessão dos pontos p_1, p_2, ..., p_n, ..., de que π é o ponto limite, havemos de forçosamente encontrar nela um elemento p_{x_0} tal que o desvio dêle e de todos os seguintes em relação a π seja menor que δ; continuando a percorrer a sucessão, encontraremos mais adeante outro elemento p_{x_1} tal que o desvio dêle e de todos os seguintes em relação a π seja menor que $\frac{\delta}{2}$; e assim por diante; de sorte que, para um número positivo $\frac{\delta}{2^m}$ encontraremos sempre o p_{x_m} correspondente. Ora os desvios em relação a π de todos estes pontos p_{x_0}, p_{x_1}, ..., p_{x_m}, ..., cujo número pode ser tam grande quanto se queira, são todos inferiores a δ; vê-se, pois, que nas visinhanças do ponto limite π o conjunto (E) tem necessàriamente um número infinito de pontos. Daí vem o chamar-se também aos pontos limites *pontos de acumulação.*

§ 30. — As relações que podem existir entre um conjunto e o seu derivado deram lugar à seguinte classificação dos conjuntos de pontos:

Conjunto isolado é o que não tem derivado ou não tem nenhum ponto de comum com o seu derivado. Todos os seus pontos são isolados. É o caso dos conjuntos 1, 2, 3, ..., n, ... ou $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ..., $\frac{1}{n}$, ...

Conjunto fechado é o que contém o seu derivado. Entre a infinidade de pontos, que o constituem, há pontos limites e pontos isolados; de cada espécie, pelo menos, um. É o caso do conjunto

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \ldots, \frac{2n}{2n-1}, \frac{2n}{2n+1}, \ldots$$

Conjunto concentrado é o que está contido no seu derivado. É o caso do conjunto dos números racionais compreendidos entre a e b.

Conjunto perfeito é o que coincide com o seu derivado. Pode também dizer-se que é um conjunto fechado sem pontos isolados; ou que é um conjunto ao mesmo tempo concentrado e fechado. É o caso do conjunto dos números reaes compreendidos entre a e b no sentido lato.

Jordan não distingue entre os conjuntos perfeitos e os conjuntos fechados; chama a todos perfeitos, definindo-os como geralmente se definem os fechados. Isso obriga-o, quando precisa referir-se em especial aos conjuntos, que são perfeitos para a grande maioria dos geómetras, a empregar o circumlóquio: — *que coincidem com o seu derivado* —.

O Sr. Borel, querendo conciliar a nomenclatura de Jordan com a necessidade de distinguir as duas espécies de conjuntos, lembrou que se chamasse *conjuntos absolutamente perfeitos* aos conjuntos perfeitos, e *conjuntos relativamente perfeitos* aos conjuntos fechados; mas a divisão em perfeitos e fechados é a geralmente admitida.

Há também quem chame aos conjuntos concentrados *conjuntos densos em si mesmos;* mas vem a pêlo observar que se dá a qualificação de *densos* aos conjuntos em que se verifica uma determinada propriedade; importa, por conseqüência, fazer a comparação entre os *conjuntos densos* e os *conjuntos densos em si mesmos.*

Um conjunto é *denso* quando entre dois *quaisquer* dos seus pontos se pode sempre intercalar um terceiro, e, conseguintemente, uma infinidade. Desta definição resulta que um conjunto pode ser concentrado sem ser denso. É o caso do conjunto constituído pelos números reais maiores que 0 e não superiores a 1, e pelos números reais não inferiores a 2 e menores do que 3. O seu derivado é constituído pelos números reais dos intervalos (0, 1) e (2, 3) no sentido lato. O conjunto proposto está, então, contido no seu derivado, e é, portanto, concentrado, ou denso em si mesmo. Por outro lado, não satisfaz à definição que indiquei de densidade, pois que entre os seus elementos 1 e 2 não se pode intercalar nenhum outro, por não existir. Em todo o caso, é formado de duas partes, cada uma das quais é *densa* separadamente, os intervalos (0, 1) e (2, 3), excluídos o extremo anterior para o primeiro, e o extremo posterior para o segundo.

§ 31.—A classificação apresentada no parágrafo anterior é a que vem em todos os livros, mas para mim enferma dum vício, e é que *não abrange todos os conjuntos de pontos possíveis.*

Consideremos, por exemplo, um conjunto (A) formado pela junção de dois conjuntos de igual número de dimensões, sem pontos comuns, um concentrado (C), outro fechado (F). [Em rigor, bastaria que os pontos limites de (C), que não são pontos de (C), não pertencessem também a (F); e que os pontos isolados de (F) não pertencessem todos a (C)]. O conjunto (A) não é isolado, porque tem pontos limites; não é fechado porque não contém todos os seus pontos limites; não é concentrado porque possui pontos isolados; e não é perfeito por não ser concentrado nem fechado.

Pode mesmo conceber-se a existência de conjuntos nestas condições, sem ser necessário associar, para a sua definição, um conjunto concentrado com um conjunto fechado. Seja, por exemplo, o conjunto (E) dos valores da função

$$f(x) = \frac{1+x}{2} + \mathrm{I}(x),$$

definida no intervalo (0, 1), onde $\mathrm{I}(x)$ designa o maior número inteiro contido em x. O segundo termo é sempre nulo, excepto no extremo 1, em que é igual à unidade. Então os valores de $f(x)$ crescem desde $\frac{1}{2}$ até um número tam próximo de 1 quanto se queira, quando x cresce desde 0 até um número tam próximo de 1 quanto seja necessário; mas quando x atinge o valor 1, $f(x)$ passa de chofre para o valor 2. Assim, o número 1 é um ponto limite do conjunto (E), que não pertence ao mesmo conjunto, e 2 é um ponto isolado. Logo o conjunto (E) não é isolado, porque tem, como pontos limites, todos os do intervalo $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, no sentido lato, dos quais só o ponto 1 lhe não pertence; não é fechado porque não compreende o ponto limite 1; não é concentrado porque tem o ponto isolado 2; e não é perfeito por não ser concentrado nem fechado.

Lembro que se poderia dar um nome especial aos conjuntos desta natureza, por exemplo, o de *conjuntos complexos*; são, de facto, aqueles em cuja estrutura se manifesta a maior complexidade, quando considerados sob o aspecto das suas relações com o conjunto derivado. Não coincidem com o derivado, não o compreendem, nem são nele compreendidos. São, afinal, conjuntos concentrados com pontos isolados.

§ 32.— Com a introdução dos conjuntos, a que chamei complexos completa-se a classificação dos conjuntos de pontos, isto é, não há nenhum conjunto desta natureza que não pertença a uma

das cinco classes definidas nos parágrafos anteriores. Com efeito, os elementos dum conjunto de pontos, ou são pontos limites, ou pontos isolados; e daí vem que um conjunto desta natureza pode ter:

ou só pontos isolados;
ou só pontos limites;
ou pontos limites e pontos isolados.

No primeiro caso, o conjunto é *isolado*.

No segundo, pode suceder que o conjunto compreenda todos os seus pontos limites ou só parte dêles; na primeira hipótese é *perfeito*; na segunda, *concentrado*.

Finalmente, no terceiro caso ainda pode suceder a mesma cousa, isto é, o conjunto pode compreender todos os seus pontos limites, ou só parte dêles; na primeira hipótese é *fechado*, na segunda, *complexo*.

Não há, evidentemente, outros casos possiveis.

§ 33.—Afirma-se geralmente que um conjunto (E′), derivado doutro conjunto (E), é necessàriamente fechado, e prova-se a verdade desta afirmação mostrando que, se fôr π um ponto limite de (E′), existem em (E) pontos cujo desvio em relação a π é inferior a um número positivo dado, tam pequeno quanto se queira. Parte-se, pois, da hipótese de haver, pelo menos, um ponto limite de (E′), ¿mas quem nos diz que (E′) tem efectivamente pontos limites? Dois dos exemplos considerados no § 28 são de conjuntos cujo derivado se reduz a um ponto; não custa mesmo a conceber a existência de conjuntos derivados finitos com mais do que um elemento. Então a hipótese, donde se parte, não se justifica, uma vez que os conjuntos finitos não têm pontos limites.

¿Corrigir-se-ia o enunciado do princípio de que se trata juntando a condição de (E′) ter um número infinito de pontos? É fácil de ver que ainda não ficaria correcto, pois que o derivado (E′) pode ter um número infinito de pontos e, todavia, não ter nenhum ponto limite. Suponhamos, com efeito, que o conjunto (E) é o das fracções da forma $\frac{kn+1}{n}$, onde k e n passam por todos os valores inteiros, positivos e significativos. As fracções, que respeitam ao mesmo valor de k, tendem para k quando n tende para o infinito, de sorte que o conjunto (E′) coincide com o conjunto dos valores de k, quere dizer, é a série natural dos números inteiros, *conjunto isolado*.

(E′) tem, pois, um número infinito de pontos, mas não tem um único ponto limite.

O enunciado só pode, portanto, corrigir-se devidamente introduzindo nele a condição necessária para se poder afirmar que (E′) tem, pelo menos, um ponto limite; estamos, pois, aparentemente, num círculo vicioso, visto o teorema relativo à existência do ponto limite vir geralmente depois daquele em que se afirma que (E′) é fechado. Afigura-se-me que todas estas dúvidas desaparecerão

invertendo a ordem por que estes princípios costumam ser apresentados. É o que vou fazer, começando por estabelecer o teorema relativo à existência do ponto limite; e considerarei êsse teorema com o enunciado mais geral com que se me tem deparado, pois que, além dessa vantagem, da maior generalidade, tem ainda a de não haver necessidade de fazer intervir a noção de conjunto limitado, por emquanto desconhecida.

§ 34. — Vamos então demonstrar que *todo o conjunto, que num espaço limitado tem um número infinito de pontos, tem pelo menos um ponto limite* (Teorema de Bolzano-Weierstrass).

Consideremos um conjunto (E) a k dimensões, e sejam M e m dois números finitos, o primeiro não inferior e o segundo não superior aos valores de todas as k variáveis $x, y, \ldots$ que definem os pontos de (E) no espaço que se considera. Tais números existem forçosamente, visto êsse espaço ser *limitado* (§ 27).

Dividâmos o intervalo $M - m$ em n partes iguais. Cada um dos valores de $x, y, \ldots$ cairá num dêsses intervalos, e se associarmos de todas as maneiras possíveis os intervalos que respeitam aos valores de todas as variáveis, obteremos n^k conjuntos parciais, em cuja reünião se encontram todos os pontos da parte considerada de (E); e é evidente que um pelo menos dêsses conjuntos parciais, que designaremos por (E_1), há de conter uma infinidade dêsses pontos.

Vê-se também que o maior desvio que poderá haver entre dois pontos quaisquer de (E_1) será $k\,\frac{M-m}{n}$, visto $\frac{M-m}{n}$ representar a maior diferença possível entre os valores de quaisquer das variáveis que respeitam aos pontos dêsse conjunto parcial.

Operemos agora sôbre (E_1) como operámos sôbre (E). Decompô-lo-hemos assim em n^k conjuntos parciais, um dos quais, pelo menos (que designaremos por (E_2)), conterá uma infinidade de pontos de (E_1), e tal que o desvio entre dois quaisquer dêsses pontos nunca poderá exceder $k\,\frac{M-m}{n^2}$.

Procedâmos em seguida com (E_2) como procedemos com (E_1) e assim sucessiva e indefinidamente.

Cada um dos conjuntos (E), (E_1), (E_2) ... contêm os seguintes. Se tirarmos de (E) os pontos que não pertencem a (E_1), depois, de (E_1), os pontos que não pertencem a (E_2), e assim sucessiva e indefinidamente, formaremos o conjunto (D) dos pontos que são comuns a todos aqueles conjuntos. Pôsto isto, seja π um ponto de (D); p_1 um ponto qualquer de (E_1); p_2 um ponto qualquer de (E_2) distinto de p_1; p_3 um ponto qualquer de (E_3) distinto de p_1 e p_2; e assim sucessivamente.

Forma-se dêste modo uma sucessão numerável de pontos

$$p_1, \quad p_2, \quad p_3, \quad \ldots, \quad p_\nu, \quad \ldots,$$

cujos desvios em relação a π são respectivamente não superiores a

$$k\,\frac{M-m}{n},\ k\,\frac{M-m}{n^2},\ k\,\frac{M-m}{n^3},\ \ldots,\ k\,\frac{M-m}{n^\nu}\ \ldots,$$

e tendem por conseguinte para zero quando ν cresce indefinidamente. O ponto π é, pois, limite duma sucessão de pontos de (E), donde se conclue que o teorema é verdadeiro. Vê-se também que os pontos limites existem no espaço limitado em que o conjunto (E) tem, por hipótese, um número infinito de pontos: e pode haver um apenas nesse espaço, o que corresponde ao caso do conjunto (D) de reduzir a um ponto único.

§ 35. — Estabelecido o teorema de Bolzano-Weierstrass, é fácil concluir que *o derivado* (E′) *de qualquer conjunto* (E), *que num espaço limitado tem um número infinito de pontos, é necessàriamente um conjunto fechado.*

O conjunto (E′) tem pelo menos um ponto limite (§ 34). Seja então π (α, β, ...) um ponto limite de (E′). Podemos, por hipótese, determinar em (E′) um ponto p' (a', b', ...) tal que o desvio $\overline{\pi p'}$ seja menor que $\frac{\delta}{2}$, por mais pequena que seja a quantidade positiva δ. Por outro lado, sendo p' necessàriamente um ponto limite de (E), podemos determinar neste conjunto pontos p (a, b, ...) tais que o desvio $\overline{pp'}$ seja também menor que $\frac{\delta}{2}$. Ora

$$\overline{p\pi} = |\alpha - a| + |\beta - b| + \cdots,$$

e como

$$|\alpha - a| = |\alpha - a' + a' - a| \leqq |\alpha - a'| + |a' - a|,$$

e anàlogamente

$$|\beta - b| \leqq |\beta - b'| + |b' - b|$$

e o mesmo para as restantes variáveis, se as houver, temos, somando ordenadamente,

$$\overline{p\pi} \leqq \overline{\pi p'} + \overline{pp'}.$$

Tem-se, portanto,

$$p\pi < \delta,$$

donde se conclui que π é um ponto limite de (E), e pertence, portanto, a (E′). O conjunto (E′) contém, então, os seus pontos limites, quere dizer, é um conjunto fechado, *q. e. d.*

§ 36.— Demonsta-se ainda que *o derivado* (E′) *dum conjunto concentrado* (E) *é um conjunto perfeito.*

Para mostrarmos que o conjunto (E′) é, na realidade, perfeito, temos de provar que êle coincide com o seu derivado; e, como já sabemos pelo § 35, que todos os pontos de (E″) são pontos de (E′), basta provar que, recìprocamente, todos os pontos de (E′) são pontos de (E″).

Ora, como o conjunto (E) está contido em (E′), qualquer ponto de (E′) é limite duma sucessão de pontos do próprio (E′), e pertence *ipso facto* a (E″), *q. e. d.*

§ 37.— Se um conjunto (E) não contém todos os pontos possíveis, os pontos possíveis, que não lhe pertencem, formam outro conjunto (C), que se chama o seu *conjunto complementar*. Assim por exemplo, considerando como pontos possíveis todos os números reais, o conjunto dos números racionais e o dos números irracionais são dois conjuntos complementares.

Sejam (E′) e (C′) os derivados do conjunto (E) e do seu complementar (C). Podemos classificar os pontos possíveis em três grupos distintos:

1.º Os que pertencem a (E) sem pertencerem a (C′);
2.º Os que pertencem a (C) sem pertencerem a (E′);
3.º Os que pertencem a (E) e (C′), ou a (C) e (E′).

Os primeiros dizem-se *interiores* ao conjunto (E), ou *exteriores* ao conjunto (C), porque é sempre possível tomar um número ε suficientemente pequeno para que todos os pontos possíveis, cujo desvio, em relação a qualquer dêles, seja menor do que ε, pertençam a (E) e não a (C). Com efeito, se êsse número não existisse, isto é, se, por menor que fôsse a quantidade positiva δ houvesse sempre pontos de (C), cujo desvio, em relação ao ponto considerado fôsse menor do que δ, êsse ponto seria limite duma sucessão de pontos de (C), e pertenceria, portanto, a (C′), o que é contra a hipótese.

Os segundos dizem-se exteriores ao conjunto (E) e interiores ao conjunto (C). Anàlogamente se reconhece que, neste caso, é sempre possível tomar um número ε suficientemente pequeno para que todos os pontos possíveis, cujos desvios, em relação a qualquer dêles, sejam inferiores a ε, pertençam a (C) e não a (E).

Os terceiros, que fazem parte ao mesmo tempo dum conjunto e do derivado do seu complementar, chamam-se *pontos-fronteiras*.

Note-se que a existência dos pontos interiores ou exteriores não é essencial, isto é, um conjunto pode ser constituído só por pontos-fronteiras. É o que se dá, por exemplo, com o conjunto dos números irracionais. Todos êles podem considerar-se como limites de números racionais, isto é, pertencem ao mesmo tempo a (E) e a (C′); todos êles são, conseguintemente, pontos-fronteiras. O mesmo se diz do conjunto complementar, formado pelos números racionais. Entretanto, os conjuntos fechados, que têm pontos

interiores, apresentam um interêsse particular; Jordan dá-lhes, por isso, o nome especial de *domínios*, palavra que, aliás, nem todos os geómetras empregam com a mesma acepção.

§ 38.—*Se um conjunto não contém todos os pontos possíveis, há sempre pontos-fronteiras.*

Sejam, com efeito, $p(a, b, \ldots)$ um ponto de (E) e $\pi(\alpha, \beta, \ldots)$ um ponto de (C), ambos tomados ao acaso.

Designando por n um inteiro arbitrário, consideremos a sucessão dos pontos

$$\left(a + \frac{m}{2^n}\left[\alpha - a\right],\quad b + \frac{m}{2^n}\left[\beta - b\right],\quad \ldots\right)$$

em que m toma sucessivamente os valores $0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 2^n$. O primeiro ponto desta sucessão é p; o último é π. Seja p_k o último dos seus pontos que ainda pertence a (E), e π_k o imediato, que já pertence a (C). Pondo em evidência os sistemas de valores das variáveis, que os definem, poderemos escrever

$$p_k\,(a + t_k\,[\alpha - a],\quad b + t_k\,[\beta - b],\quad \ldots),$$

$$\pi_k\,(a + u_k\,[\alpha - a],\quad b + u_k\,[\beta - b],\quad \ldots),$$

sendo t_k e u_k duas fracções compreendidas entre 0 e 1, diferindo entre si de $\frac{1}{2^n}$, e tais que a primeira não decresce e a segunda não cresce, quando n aumenta.

Façamos então crescer n e suponhamos primeiro que a fracção t_k nunca deixa de crescer, e a fracção u_k nunca deixa de diminuir. Neste caso t_k e u_k tenderão para um limite comum θ, e os sucessivos pontos p_k, dum lado, e π_k, do outro, terão, por limite comum o ponto

$$\mathrm{P}\,(a + \theta\,[\alpha - a],\quad b + \theta\,[\beta + b],\quad \ldots).$$

Este ponto pertencerá, portanto, a (E′) e (C′), e como também pertence a (E) ou a C, porque por estes dois conjuntos se repartem todos os pontos possíveis, pertence necessàriamente a um conjunto e ao derivado do seu complementar. É um ponto-fronteira.

Se a fracção t_k ficar estacionária, ou com um valor constante t_ν a partir dum certo valor de n, a outra fracção decrescerá tendendo para t_ν: os sucessivos pontos $\pi_\nu, \pi_{\nu+1}, \ldots$, tenderão, portanto, para p_ν. Êste ponto pertencerá então a (C′), e como também pertence a (E) é um ponto fronteira.

Do mesmo modo se raciocinaria se fôsse a fracção u_k que ficasse estacionária, ou com um valor constante u_μ, a partir dum certo va-

lor de n; a fracção t_k cresceria neste caso, tendendo para u_μ, e tudo o mais se passaria como no caso anterior.

§ 39.—É fácil provar que a *fronteira dum conjunto, quando tenha uma infinidade de pontos, é um conjunto fechado,* entendendo-se por *fronteira* o conjunto dos pontos-fronteiras.

Seja com efeito b_1, b_2, b_3, ..., b_n ... uma sucessão ilimitada de pontos da fronteira (F), que tendem para um ponto limite b. Vamos demonstrar que b pertence a (F).

Daqueles pontos b_n, em número infinito, há de haver uma infinidade pertencendo ao mesmo tempo, ou a (E) e (C'), ou a (C) e (E'); ainda que não os haja em número infinito fazendo parte dêstes dois grupos de conjuntos, há de necessàriamente havê-los pertencendo a um dêles.

Suponhamos então que daqueles pontos-fronteiras há uma infinidade pertencentes a (E) e a (C'). O seu ponto limite b há de pertencer aos derivados (E') e (C''), e como (C') é fechado pertencerá também a (C'). Então, como todos os pontos possíveis se repartem pelos conjuntos (E) e (C), se pertence a (E) é um ponto-fronteira, por pertencer a (C'); se pertence a (C) ainda é um ponto-fronteira, visto pertencer a (E'). Então b pertence a (F), *q. e. d.*

Do mesmo modo se raciocinaria supondo que, dos pontos-fronteiras, havia uma infinidade pertencendo simultâneamente a (C) e (E').

§ 40. — Se todos os elementos dum conjunto linear são números inferiores a um número dado L, o conjunto diz-se *limitado superiormente* ou *à direita*.

Consideremos nesta hipótese o conjunto (A) formado pelos números maiores que os elementos do conjunto dado (E), e designemos por (A_1) o conjunto complementar de (A), e por M o ponto-fronteira dêstes dois conjuntos.

O ponto M assim definido, tanto pode pertencer a (A) como a (A_1), e ainda que pertença a (A_1) pode pertencer ou não a (E), pois que, se todos os pontos de (E) pertencem a (A_1), pode suceder que nem todos os pontos de (A_1) pertençam a (E). Entretanto aquele ponto goza destas propriedades:

1.ª Não há no conjunto (E) nenhum elemento maior do que M;

2.ª Por menor que seja o número positivo δ existe sempre algum elemento de (E) que seja $> M - \delta$ e $\leqq M$.

Com efeito, se houvesse em (E) um elemento M' superior a M, êsse elemento não poderia pertencer a (A), e pertenceria conseguintemente a (A_1); isto é, haveria pontos de (A_1) situados para a direita e para a esquerda de M, o que é incompatível com o facto de êste ponto ser um ponto-fronteira.

Por outro lado, se, não pertencendo M ao conjunto (E), fôsse possível assinalar um número positivo δ suficientemente pequeno

para que entre M e M—δ não houvesse nenhum elemento de (E), qualquer número M_1 compreendido entre M e M—δ, seria superior a todos os elementos de (E), e pertenceria, conseguintemente, a (A). Haveria, então, pontos pertencentes ao conjunto (A) situados à direita e à esquerda de M, o que ainda é incompatível com o facto dêste ponto ser um ponto-fronteira.

O ponto M goza, portanto, de ambas as propriedades indicadas; é o que se chama o *limite superior* do conjunto (E).

De modo análogo, se todos os elementos do conjunto são superiores a um número determinado l, o conjunto diz-se *limitado inferiormente* ou *à esquerda*, e existe um número m gozando das seguintes propriedades:

1.ª Não há no conjunto (E) nenhum elemento menor do que m;

2.ª Por menor que seja o número positivo δ, existe sempre algum elemento de (E) que seja $< m + \delta$ e $\geqq m$.

Êste ponto m é a fronteira comum do conjunto dos números inferiores a todos os elementos de (E) e do seu conjunto complementar; é o *limite inferior* do conjunto (E).

Se o conjunto é limitado à direita e à esquerda, pode dizer-se simplesmente que é *limitado*.

Quando qualquer dos limites, M ou m, é um elemento de (E), diz-se que é um limite *atingido*; neste caso aos limites superior e inferior também se dão, respectivamente, as designações de *máximo* e *mínimo* do conjunto. É, todavia, conveniente notar que alguns geómetras consideram sinónimas as designações de limite superior ou máximo, e de limite inferior ou mínimo. Parece-me, porém, mais lógica e natural a nomenclatura que adoptei.

§ 41.—Encarando a possibilidade de qualquer dos limites ser, ou não, atingido, três casos se podem examinar.

Supondo, para fixar ideas, que nos referimos ao limite superior M, é evidente que:

1.º Ou o limite M é atingido, mas existe um número positivo δ suficientemente pequeno para que entre M e M—δ não haja nenhum elemento do conjunto;

2.º Ou o limite M não é atingido. mas, por menor que seja o número positivo δ, existe sempre algum elemento do conjunto entre M e M—δ;

3.º Ou o limite M é atingido, e, ao mesmo tempo, por menor que seja o número positivo δ, existe sempre algum elemento do conjunto entre M e M—δ.

Interessa, pois, conhecer:

a) Se, sendo o limite M atingido, existe, ou não, algum elemento do conjunto compreendido entre M e M—δ, por menor que seja δ; ou

b) Se, existindo sempre algum elemento do conjunto compreendido entre M e M—δ, o limite M é, ou não, atingido.

No caso da alínea *a*), a resposta é, evidentemente, afirmativa se o conjunto é denso, pelo menos, nas vizinhanças do ponto M, porque então entre qualquer elemento do conjunto situado nessas vizinhanças e o próprio ponto M pode-se sempre intercalar um terceiro elemento, e, portanto, uma infinidade. Mas esta condição da densidade do conjunto não é necessária. Com efeito, se o conjunto é concentrado ou perfeito, todos os seus pontos (e, portanto, M) são pontos limites, e a condição de haver elementos entre M e $M-\delta$ verifica-se necessàriamente; ora já vimos que um conjunto pode ser concentrado sem ser denso, e mais adiante reconheceremos que há conjuntos perfeitos que não são densos em intervalo algum.

Mas a condição do conjunto ser perfeito ou concentrado também não é necessária, pois que pode ser fechado e M coincidir com um dos seus pontos limites; é, por exemplo, o caso do conjunto cujos elementos são

$$1, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \ldots, \quad \frac{n}{n+1}, \quad \ldots;$$

o limite superior do conjunto coincide com o seu único ponto limite, ou seja o elemento inicial 1. Entretanto, o ser o conjunto simplesmente fechado não é condição suficiente, pois M pode coincidir precisamente com um dos seus pontos isolados; é o que se verifica no conjunto dos valores da função

$$f(x) = \operatorname{sen} x + \lim_{n=\infty} \frac{1}{\left(1 + \left| x - \frac{\pi}{6} \right|\right)^n},$$

definida no intervalo $(0, \pi)$. n supõe-se inteiro e positivo. O segundo termo é igual a 1 no ponto $\frac{\pi}{6}$, e a zero em todos os outros. Há um ponto isolado $\frac{3}{2}$, que corresponde a $x = \frac{\pi}{6}$; todos os pontos restantes são pontos limites; e estes pontos limites preenchem o intervalo (0, 1), porque, embora a $x = \frac{\pi}{6}$ não corresponda o valor $\frac{1}{2}$, êste valor não deixa de aparecer, porque é o que se obtém para $x = \frac{5}{6}\pi$. O limite superior é, como se vê, o ponto isolado $\frac{3}{2}$.

No caso da alínea *b*), M é necessàriamente atingido se o conjunto é fechado ou perfeito, pois que M, nesta hipótese, é um ponto limite, e os conjuntos fechados e perfeitos compreendem todos os seus pontos limites. Mas esta condição não é necessária, pois que, sendo o conjunto simplesmente concentrado, pode M ser justamente um dos pontos comuns a êle e ao seu derivado. É o que confirma, por exemplo, o conjunto formado por todos os pontos dos intervalos (0, 1) e (2, 3), com exclusão do 1 e do 2.

Quanto aos conjuntos, que chamei complexos, com êsses podem verificar-se todos os casos.

O conjunto (E), considerado no § 31, tem um limite superior atingido, que é o número 2, mas entre 2 e $2-\delta$ não há nenhum elemento do conjunto logo que se tome $\delta < 1$.

O conjunto dos valores da função

$$\varphi(x) = \frac{1+x}{2} - \frac{3}{4}\,\mathrm{I}(x)$$

definida no intervalo (0, 1), é complexo porque não compreende o ponto limite 1, e tem o ponto isolado $\frac{1}{4}$; neste caso o limite superior 1 não é atingido, mas entre 1 e $1-\delta$ existe sempre algum elemento do conjunto por menor que seja δ.

Finalmente, o conjunto dos valores da função definída no intervalo (0, 1)

$$\psi(x) = 1 + x + \mathrm{I}\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \lim_{n=\infty} \frac{1}{\left(1 + \left| x - \frac{1}{2} \right|\right)^n}.$$

sendo constituído pelos números $\geqq 1$ e $< \frac{3}{2}$, pelo número 2 e pelos números $> \frac{5}{2}$ e $\leqq 3$, é também complexo porque não compreende os seus pontos limites $\frac{3}{2}$ e $\frac{5}{2}$, e tem o ponto isolado 2. O seu limite superior 3 é atingido, e entre 3 e $3-\delta$ existe sempre algum elemento do conjunto, por menor que seja δ.

Resulta desta discussão que só para os conjuntos *perfeitos* limitados superiormente é que podemos afirmar *à priori* que o limite superior M goza das três seguintes propríedades:

1.ª Não há no conjunto nenhum elemento maior que M;

2.ª Há no conjunto um elemento igual a M;

3.ª Por menor que seja o número positivo δ, existe sempre no conjunto algum elemento compreendido entre M e $M-\delta$.

Análogas considerações se podem fazer com relação ao limite inferior.

§ 42.—A questão de um limite ser, ou não, atingido pode apresentar-se sob um outro aspecto, aliás equivalente no fundo. O limite superior, por exemplo, é atingido quando há no conjunto um elemento que é maior do que todos os outros; não o é no caso contrário. O primeiro caso verifica-se no conjunto dos números reais compreendidos entre 0 e 1 no sentido lato; existe nele o elemento 1, maior do que todos os outros, que é um limite superior atingido. O segundo caso pode exemplificar-se com o conjunto dos

números irracionais compreendidos no mesmo intervalo, o qual tem, evidentemente, 1 como limite superior não atingido; por mais próximo que um dêsses números esteja de 1, pode-se sempre intercalar, entre êle e a unidade, outro número irracional, o que mostra a impossibilidade de haver no conjunto um elemento maior de que todos os outros.

Semelhantemente, o limite inferior é atingido se há no conjunto um elemento menor do que todos os outros; não o é no caso contrário.

§ 43.—Se vários conjuntos lineares (E_1), (E_2), ... têm limites superiores M_1, M_2, ..., é manifesto que o conjunto $(E_1 + E_2 + \ldots)$, formado pela sua junção, também é limitado superiormente, e que o seu limite superior é o maior dos números M_1, M_2, ...

Recíprocamente, se um conjunto linear (E), que admite um limite superior M, se pode decompor em conjuntos parciais (E_1), (E_2), ..., todos estes conjuntos parciais são igualmente limitados à direita, e o limite superior de cada um dêles é, quando muito, igual a M.

Conclusões semelhantes se tiram para os conjuntos limitados inferiormente.

§ 44. —Estendamos agora a noção de conjunto limitado aos conjuntos a qualquer número de dimensões.

Dizemos que um conjunto (E), cujos pontos são sistemas de valores de n variáveis x, y, ... é limitado, quando são limitados, cada um de per si, os conjuntos dos valores de todas essas variáveis.

Se os valores de x estão compreendidos entre a e b, o $|x|$ não pode exceder o maior dos dois números $|a|$ e $|b|$, que designaremos por η_1.

Do mesmo modo, se os valores de y estão compreendidos entre a' e b', o $|y|$ não pode exceder o maior dos números $|a'|$ e $|b'|$, que designaremos por η_2.

E assim para as outras variáveis.

Então, se fôr η o maior dos números η_1, η_2, ..., os módulos dos valores de todas as variáveis, considerados conjuntamente, têm por limite superior comum o número η.

Podemos então dizer mais cómodamente que um conjunto (E) de pontos p $(x, y, \ldots)$ é limitado quando o conjunto dos números $|x|$, $|y|$, ... é limitado superiormente.

Do mesmo modo, se m é o menor dos números a, a', ... e M o maior dos números b, b', ... também se pode dizer que o conjunto é limitado quando os valores de cada uma das variáveis estão compreendidos entre dois números finitos m e M,

É evidente que os conjuntos limitados estão no caso do § 34 e admitem por isso necessàriamente pontos limites.

§ 45. —Vamos fazer uma primeira aplicação do conceito de conjunto limitado ao problema da derivação sucessiva.

Quando o derivado (E') ou (E^1), dum conjunto limitado (E) também tem um derivado (E^2), este diz-se o derivado de segunda ordem de (E). Do mesmo modo, se (E^2) ainda tem derivado, este é o derivado de terceira ordem de (E); e assim sucessivamente.

É claro que todos estes derivados são igualmente limitados.

Se (E) é perfeito, (E^1) coincide com (E), (E^2) coincide com (E^1), e assim seguida e indefinidamente. Pode dizer-se neste caso que há conjuntos derivados de todas as ordens e que existe um conjunto perfeito constituïdo pelos pontos comuns a todos êles. E todos estes conjuntos, em número infinito, coincidem com o proposto.

Se (E) não é perfeito, (E^1) pode ter pontos que não pertencem a (E); é o que sucede, por exemplo, se (E) é concentrado. Mas como (E^1) é fechado, e o mesmo acontece a todos os derivados subseqüentes, qualquer dos conjuntos (E^1), (E^2), (E^3), ... contém todos os seguintes, de sorte que as derivações de ordem superior à primeira têm geralmente por efeito suprimir pontos.

Quando se forma a sucessão dos derivados dum conjunto limitado dois casos podem dar-se:

— Ou existe um número n tal que o derivado da ordem n tem um número finito de pontos, e já não admite, portanto, derivado, parando nêle a sucessão (caso em que o conjunto (E) se diz *reductível*);

— Ou, qualquer que seja n, o conjunto derivado de ordem n contém sempre um número infinito de pontos. Cantor demonstrou que neste caso existe sempre um conjunto (E^ω) de pontos comuns a todos os derivados, e que êsse conjunto é fechado.

O princípio é evidente, se (E) ou algum dos seus derivados for um conjunto perfeito. Abstraindo dêste caso particular, vamos então supor que os conjuntos derivados são simplesmente fechados. Nesta hipótese (E^1) compreende (E^2), como (E^2) compreende (E^3), como (E^3) compreende (E^4), e assim sucessivamente. Tomemos então um ponto a_1 de (E^1), que não pertença a (E^2); um ponto a_2 de (E^2) que não pertença a (E^3); um ponto a_3 de (E^3) que não pertença a (E^4); e assim sucessivamente. Os pontos

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots \tag{20}$$

admitem um ponto limite α (§ 34), e este ponto é comum a todos os (E^i), porque pertencendo todos os pontos (20) a (E^1) o ponto α pertence a (E^2); pertencendo todos os pontos (20), com excepção de a_1, ao conjunto (E^2), α pertence a (E^3), pertencendo todos os pontos (20), com excepção de a_1, e a_2, ao conjunto (E^3), α pertence a (E^4); dum modo geral, pertencendo os pontos de (20)

$$a_i, \quad a_{i+1}, \quad a_{i+2}, \quad \ldots$$

a (E^i), α pertence necessàriamente a (E^{i+1}); isto é, o ponto α pertence a todos os conjuntos derivados. E como podemos formar infi-

nitas sucessões (20), podemos obter infinitos pontos α, constituindo o conjunto (E^{ω}) dos pontos comuns a todos os derivados.

Seja agora α' um ponto limite de (E^{ω}). Dado um número δ tam pequeno quanto se queira, existem em (E^{ω}) pontos α para os quais se tem

$$\overline{\alpha\alpha'} < \frac{\delta}{2}. \tag{21}$$

Por outro lado, na sucessão (20), que tem por limite α, há um elemento a_n para o qual se dá a condição

$$\overline{a_n\alpha} < \frac{\delta}{2}, \tag{22}$$

que se verifica, por maioria de razão, para os elementos seguintes a_{n+1}, a_{n+2} .... Das desigualdades (21) e (22) conclui-se, como no § 35, que o ponto α' pertence a (E^{ω}). Este é, portanto, um conjunto fechado, *q. e. d.*

Nada impede que se continui a derivação *além do infinito* formando o derivado $(E^{\omega+1})$ de (E^{ω}), o derivado $(E^{\omega+2})$ de $(E^{\omega+1})$, e assim de camada em camada; nem que se forme o conjunto $(E^{\omega 2})$ dos pontos comuns a todos os derivados de (E^{ω}) e se proceda com $(E^{\omega\ })$ como se procedeu com (E^{ω}); e assim sucessivamente. E foi até desta maneira que Cantor chegou a uma primeira noção de *números transfinitos.*

§ 46.—Faremos uma outra aplicação do conceito de conjunto limitado à definição de certos elementos que desempenham um papel importante nesta teoria.

a) Consideremos um conjunto limitado (E) a qualquer número de dimensões, e formemos o conjunto (E_1) cujos elementos são os des ios mútuos dos pontos de (E) tomados dois a dois de todas as maneiras possíveis. Sendo $p\ (a, b, \ldots)$ e $p'\ (a', b', \ldots)$ dois pontos quaisquer de (E) e η o limite superior dos módulos de todas as variáveis $x, y, \ldots$, temos

$$\overline{pp'} = |a' - a| + |b' - b| + \ldots$$

ou

$$\overline{pp'} \leqq |a'| + |a| + |b'| + |b| + \ldots$$

ou finalmente

$$\overline{pp'} < 2n\eta.$$

O conjunto (E_1) é, pois, limitado superiormente. O seu limite superior é por definição o *diâmetro* do conjunto (E).

Diâmetro dum conjunto limitado é, pois, o limite superior do conjunto formado pelos desvios mútuos dos seus pontos tomados dois a dois de todas as maneiras possíveis.

b) Seja p um ponto definido por um sistema de n números e (E) um conjunto no mesmo espaço a n dimensões. Os desvios de p aos diferentes pontos de (E) formam um conjunto de números não negativos, que por isso mesmo é limitado inferiormente (§ 40). O seu limite inferior é, por definição, o *desvio* do ponto p em relação ao conjunto (E).

c) Do mesmo modo, dados dois conjuntos (E) e (E_1) formados por pontos da mesma natureza, e tendo, portanto, o mesmo número de dimensões, os desvios de cada um dos pontos de (E) a todos os pontos de (E_1) (ou vice-versa) formam outro conjunto de números não negativos, tendo, portanto, um limite inferior. Êsse limite é, por definição, o *desvio* dos dois conjuntos. Quando este desvio não é nulo diz-se que os conjuntos estão *separados*.

§ 47.—A propósito do desvio de dois conjuntos demonstraremos o seguinte teorema:

Se dois conjuntos limitados e fechados (E) *e* (E_1), *sem pontos comuns, têm um desvio* Δ, *há pelo menos um ponto de* (E) *e um ponto de* (E_1), *cujo desvio é precisamente igual a* Δ.

Sejam, com efeito, $p(x, y, \ldots)$ os pontos de (E), e $p_1(x_1, y_1, \ldots)$ os pontos de (E_1). Associemo-los dois a dois de todas as maneiras possíveis, de maneira a formar novos pontos $[pp_1](x, y, \ldots, x_1, y_1, \ldots)$.

Sendo (E) e (E_1) limitados, o conjunto (EE_1) dos pontos $[pp_1]$ é igualmente limitado. Os módulos das $2n$ variáveis $x, y, \ldots, x_1, y_1, \ldots$, que os definem, têm, com efeito, um limite superior, que é o maior dos dois que correspondem separadamente aos módulos das n variáveis $x, y, \ldots$, e das n variáveis $x_1, y_1 \ldots$.

Sendo (E) e (E_1) fechados, o conjunto (EE_1) é igualmente fechado. Na verdade, se $[\pi\ \pi_1]\ (a, b, \ldots, a_1, b_1, \ldots)$ é um ponto limite de (EE_1), os pontos $\pi\ (a, b, \ldots)$ e $\pi_1\ (a_1, b_1, \ldots)$ são pontos limites de (E) e (E_1); pertencem, portanto, a estes conjuntos, donde se segue que o ponto $[\pi\ \pi_1]$ pertence a (EE_1).

Pôsto isto, se não há em (E) um ponto p e em (E_1) um ponto p_1 tais que o seu desvio seja Δ, há-de haver, em todo o caso, pelo menos, um ponto p' de (E) e um ponto p'_1 de (E_1) tais que o seu desvio seja menor que $\Delta + \varepsilon$, sendo ε um número positivo tam pequeno quanto se queira (§ 40). Seja d' o desvio $\overline{p'\ p'_1}$.

Tomemos um número positivo ε, inferior ao menor dos dois números d' e $\frac{\varepsilon}{2}$ Há-de haver igualmente um ponto p'' de (E) e um ponto p''_1 de (E_1), cujo desvio seja inferior a $\Delta + \varepsilon_1$. Seja d'' êsse desvio.

Podemos da mesma maneira obter outros dois pontos p''' e p'''_1, um de (E), outro de (E_1), cujo desvio seja inferior ao menor dos

dois números d'' e $\frac{\varepsilon}{4}$; e assim indefinidamente. Obteremos dêste modo uma sucessão ilimitada de pares de pontos p', p'_1; p'', p''_1; p''', p'''_1; ..., cujos desvios mútuos convergem para Δ. Os pontos $[p' \; p'_1]$, $[p'' \; p''_1]$, ... do conjunto limitado (EE_1), sendo em número infinito, admitem um ponto limite $[p \; p_1]$, e como os pontos $[p^{(n)} \; p_1^{(n)}]$, que tendem para êsse limite, correspondem a pares de pontos $p^{(n)}$ e $p_1^{(n)}$, cujos desvios convergem para Δ, os pontos p e p_1 têm exactamente o desvio Δ. Mas, como o conjunto (EE_1) é fechado, o ponto $[p \; p_1]$ pertence a (EE_1) e, portanto, os pontos p e p_1 pertencem, respectivamente, a (E) e (E_1). Então o teorema é verdadeiro.

É claro que Δ não pode ser nulo, aliás os pontos p e p_1 confundir-se-iam, e os conjuntos (E) e (E_1) teriam um ponto comum, o que é contra a hipótese.

§ 48. — Temos considerado até aqui os pontos limites em geral, sem distinguirmos aqueles a que Lindelof deu o nome especial de *pontos de condensação* (§ 28). Vamos agora estabelecer algumas propriedades que interessam especialmente a essa classe particular de pontos limites.

Costuma-se demonstrar, de camada em camada, que todo o conjunto não numerável, limitado ou não, admite, pelo menos, um ponto de condensação; que os pontos de condensação dum conjunto não numerável formam um conjunto perfeito; e que todo o conjunto fechado pode sempre decompor-se num conjunto numerável e num conjunto perfeito (teorema de Cantor-Bendixon). Mas as demonstrações que se me têm deparado supõem, gratuitamente, a qualidade de numeráveis em conjuntos que muitas vezes podem compreender sòmente um número finito de elementos. Por outro lado, o próprio enunciado do teorema de Cantor-Bendixon não pode considerar-se como absolutamente verdadeiro sem umas certas restrições mentais. Assim, por exemplo, o conjunto fechado

$$0, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{4}, \quad \ldots, \quad \frac{1}{n}, \quad \ldots$$

não pode decompor-se num conjunto perfeito e num conjunto numerável; decompõe-se, sim, mas é no conjunto finito constituído pelo ponto 0, que é o seu derivado, e no conjunto numerável formado pelos elementos restantes. Por outro lado, é evidente que se pode formar um conjunto fechado juntando a um conjunto perfeito qualquer número finito de pontos isolados. Então, no enunciado daquele teorema tem de subentender-se que o conjunto fechado, de que se fala, não é numerável, e que na designação de conjunto numerável se compreende como caso particular o conjunto finito.

Estas considerações sugeriram-me a conveniência de enunciar o teorema de Cantor-Bendixon duma forma mais precisa, e de modificar, embora ligeiramente, as demonstrações habituais. Vou então ocupar-me dos princípios, a que me reporto, pela maneira que por melhor se me oferece, começando por apresentar no parágrafo seguinte um lema que muito facilitará a exposição.

§ 49.— *Um conjunto* (E), *formado pela reünião duma infinidade numerável de conjuntos* (E_1), (E_2), ..., (E), ..., *finitos ou numeráveis, é numerável.*

Com efeito, importando considerar todos os casos possíveis, podemos começar por estabelecer que estes são:

Ou os conjuntos (E_n) são todos numeráveis;

Ou são todos finitos;

Ou há um número finito de conjuntos finitos e uma infinidade de conjuntos numeráveis;

Ou há um número finito de conjuntos numeráveis e uma infinidade de conjuntos finitos;

Ou, finalmente, há uma infinidade de conjuntos finitos e uma infinidade de conjuntos numeráveis.

Se os conjuntos (E_n) são todos numeráveis, o conjunto (E) é numerável, como se demonstrou no § 11.

Se são todos finitos, podemos dispor seguidamente, numa ordem convencionada, primeiro os elementos de (E_1), depois os de (E_2), depois os de (E_3), e assim seguidamente. Chega-se à mesma conclusão.

Se há um número finito de conjuntos finitos e um número infinito de conjuntos numeráveis, a reünião dêstes últimos forma ainda um conjunto numerável (N) (§ 11), visto que, podendo-se sempre dispô-los pela ordem da grandeza crescente dos seus índices, essa infinidade de conjuntos é numerável (§ 6). Por outro lado, a reünião dos conjuntos finitos forma, evidentemente, um conjunto finito (F). E, finalmente, a junção dos conjuntos (N) e (F) dá ainda um conjunto numerável (§ 7).

Se há um número finito de conjuntos numeráveis e um número infinito de conjuntos finitos, a reünião dêstes últimos, como se acaba de ver, dá lugar a um conjunto numerável; e a junção dêste conjunto aos restantes conjuntos numeráveis (E_n), que são em número finito, dá ainda um conjunto numerável (§ 8).

Finalmente, se há uma infinidade de conjuntos finitos e uma infinidade de conjuntos numeráveis, a reünião dos primeiros determina um conjunto numerável (N), e a dos segundos, outro conjunto numerável (N′), (§ 11); e a junção de (N) e (N′) dá, mais uma vez, um conjunto numerável (§ 8).

Então o lema enunciado é verdadeiro em todas as hipóteses (*).

(*) Reconhecida a necessidade, que procuro evidenciar, de se atender aos conjuntos finitos, o princípio do § 11 pode logo estabelecer-se com esta forma

§ 50.— Pôsto isto, vamos demonstrar que *todo o conjunto não numerável, limitado ou não, admite, pelo menos, um ponto de condensação.*

Mostraremos primeiramente que podemos considerar apenas conjuntos limitados, pois, embora o conjunto dado não o seja, as cousas passam-se como se o fôsse.

Digo, com efeito, que é sempre possível achar um número R suficientemente grande para que o conjunto dos infinitos pontos do conjunto dado, cujos desvios, em relação a qualquer ponto fixo P do mesmo conjunto, são inferiores a R, seja não numerável.

Se assim não fôsse, poderíamos considerar uma sucessão de números indefinidamente crescentes

$$R_1, \quad R_2, \quad R_3, \quad \ldots, \quad R_n, \quad \ldots$$

e seriam finitos ou numeráveis:

1.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a P são menores do que R_1;

2.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a P são iguais ou maiores do que R_1 e menores do que R_2;

3.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a P são iguais ou maiores do que R_2 e menores do que R_3;

e assim sucessivamente.

O conjunto proposto, constituído por uma infinidade numerável de conjuntos finitos ou numeráveis, seria, portanto, numerável (§ 49), o que é contra a hipótese.

Então, por as cousas se passarem, em todos os casos, como se o conjunto fôsse limitado, ou, o que é o mesmo, como êle contém uma infinidade não numerável de pontos num espaço limitado, podemos estabelecer o princípio pela mesma forma por que no § 34 demonstrámos o teorema de Bolzano-Weierstrass. Neste caso, quando dividirmos o intervalo entre os limites, superior e inferior, das variáveis, em n partes iguais, e formarmos os n^k conjuntos parciais, associando de todas as maneiras possíveis os intervalos que respeitam aos valores de todas as variáveis, um dêsses conjuntos, pelo menos, há-de conter uma infinidade não numerável de pontos, pois que, se todos êles contivessem pontos em número finito ou numa infinidade numerável, o conjunto formado pela sua junção seria finito ou numerável, o que é contra a hipótese. E como os pontos $p_1, p_2, p_3, \ldots$, neste caso, formam uma sucessão numerável qualquer, extraída duma infinidade não numerável de pontos do conjunto dado, o seu ponto limite é, como se pretendia provar, um ponto de condensação.

---

mais geral. E convém empregar, por ser o mais simples, o processo de demonstração dêsse mesmo § 11, cuja aplicabilidade se reconhece atendendo à observação final do § 9 e à circunstância de os elementos dos conjuntos finitos se poderem numerar.

§ 51.— *Os pontos de condensação dum conjunto não numerável formam um conjunto perfeito.*

Seja (E) o conjunto dado e (K) o dos seus pontos de condensação.

E necessário provar que o conjunto (K) é fechado e não tem pontos isolados.

Reconhecemos que é fechado notando que, sendo π' um ponto limite de (K), há em (K) pontos π, cujos desvios em relação a π' são inferiores a número positivo dado $\frac{\delta}{2}$, por menor que seja δ; e, sendo qualquer dêsses pontos π um ponto de condensação de (E), há em (E) pontos p, formando uma sucessão não numerável, cujos desvios em relação a π são também inferiores a $\frac{\delta}{2}$. Então, procedendo como no § 35, reconhece-se que é

$$p\pi' < \delta$$

donde se depreende que π' é um ponto de condensação de (E) e pertence, conseguintemente, a (K).

Para provarmos que (K) não tem pontos isolados, admitamos, por absurdo, que o seja um dos seus pontos ω. Dada uma sucessão indefinida de números decrescentes

$$d_1, \quad d_2, \quad d_4, \quad \ldots, \quad d_n \quad \ldots,$$

tendo zero como limite, e sendo d_1 escolhido por forma que não haja nenhum outro ponto de (K) cujo desvio em relação a ω seja menor do que d_1, poderemos decompor o conjunto dos pontos de (E), cujo desvio em relação a ω seja menor do que d_1, numa infinidade numerável de conjuntos finitos ou numeráveis, o primeiro formado pelos pontos cujo desvio em relação a ω seja $< d_1$ e $\geqq d_2$; o segundo, por aqueles cujo desvio em relação ao mesmo ponto seja $< d_2$ e $\geqq d_3$; e assim seguidamente. Então o conjunto dêsses pontos de (E) será numerável (§ 49) e o ponto ω não poderá ser de condensação, contra a hipótese.

É claro que os conjuntos parciais, a que nos reportamos, são necessàriamente finitos ou numeráveis, por nas visinhanças consideradas do ponto ω não haver por hipótese nenhum outro ponto de condensação.

O teorema enunciado é, portanto, verdadeiro.

§ 52. — O princípio do parágrafo anterior permite demonstrar o teorema de Cantor-Bendixon, a que darei o seguinte enunciado:

Todo o conjunto fechado, não numerável, pode sempre decompor-se num conjunto perfeito e num conjunto finito ou numerável.

Seja (E) o conjunto dado e (K) o dos seus pontos de condensação. Como estes são pontos limites, e (E) é fechado, todos êles pertencem a (E). Já podemos, portanto, extrair de (E) um conjunto perfeito, que é o conjunto (K) dos seus pontos de condensação. Resta provar que os pontos restantes formam um conjunto finito ou numerável.

Designemos êsse outro conjunto por (N). Considerando duma maneira geral os pontos de (E) cujo desvio em relação a (K) seja maior do que um número positivo δ tomado à vontade, reconhece-se fàcilmente que o conjunto dêsses pontos é finito ou numerável. Se, com efeito, o não fôsse, tal conjunto admitiria um ponto de condensação, que não podia deixar de pertencer a (K); haveria, pois, em (K) pelo menos um ponto cujo desvio em relação a pontos de conjunto parcial considerado fôsse tam pequeno quanto se quisesse; o que está em contradição com a hipótese do desvio dêsses pontos em relação a (K) ser maior que δ.

Então podemos distribuir todos os pontos de (N), ou seja todos os pontos de (E) que não pertencem a (K), por uma sucessão de conjuntos finitos ou numeráveis, a saber:

1.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a (K) são maiores que δ;

2.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a (K) são $\leqq \delta$ e $> \frac{\delta}{2}$;

3.º O conjunto dos pontos cujos desvios em relação a (K) são $\leqq \frac{\delta}{2}$ e $> \frac{\delta}{2^2}$;

E assim seguidamante até onde fôr necessário para se atingirem todos os pontos de (N). E é o que fatalmente há de vir a suceder, pois um ponto de (E), cujo desvio em relação a (K) seja infinitamente pequeno, será um ponto limite do mesmo (K), e pertencerá, portanto, a (K) e não a (N), visto (K) ser perfeito.

Então o conjunto (N), sendo decomponível numa sucessão de conjuntos finitos ou numeráveis, é finito ou numerável, *q. e. d.*

§ 53. — Um conjunto perfeito diz-se *conexo* quando, dados arbitràriamente dois dos seus pontos p e q, e um número positivo δ, tam pequeno quanto se queira, existe no conjunto uma sucessão de pontos $p_1, p_2, \ldots, p_n$, compreendidos entre p e q, tais que os desvios $\overline{p\,p_1}, \overline{p_1 p_2}, \ldots, \overline{p_n q}$ sejam superiores a δ; ou, por outras palavras, quando p e q se podem ligar por uma cadeia de pontos intermédios, pertencentes ao conjunto, e tais que os desvios dos vértices sucessivos dessa cadeia sejam inferiores a δ.

Um conjunto nestas condições não pode ter pontos isolados, e é por isso que na definição não se fala em conjunto fechado, mas sim em conjunto perfeito.

É claro que um conjunto conexo não pode decompor-se em conjuntos perfeitos separados. Se, por absurdo, pudesse decompor-se,

por exemplo, em dois, (E_1) e (E_2), de desvio Δ, seria impossível reúnir os pontos p e q por uma cadeia de pontos intermédios pertencentes ao conjunto, logo que um dêsses pontos se tomasse em (E_1) e o outro em (E_2), e que o desvio entre os vértices sucessivos da cadeia fôsse inferior a Δ; isto é, o conjunto não seria conexo.

Um conjunto formado pela reünião dum número qualquer de conjuntos conexos, e tais que cada um dêles tenha, pelo menos, um ponto de comum com o precedente, é igualmente conexo; de facto, utilizando êsses pontos comuns para vértices da cadeia, é sempre possível ligar entre si dois pontos quaisquer do conjunto resultante por uma cadeia de pontos do mesmo conjunto nas condições da definição.

§ 54.— *Um conjunto conexo* (E) *a uma só dimensão, que contém dois números dados a e b, contém qualquer número c compreendido entre êles.*

Com efeito, intercalemos entre a e b uma cadeia de pontos, pertencentes a (E), tais que o desvio de cada dois consecutivos seja inferior a um número dado δ. Se c é algum dos vértices dessa cadeia verifica-se o teorema; se não é, c fica necessàriamente compreendido entre dois vértices sucessivos dela, que designaremos por a_1 e b_1.

Intercalemos depois entre a_1 e b_1 outra cadeia de pontos de (E) tais que o desvio de cada dois consecutivos seja inferior a $\frac{\delta}{2}$. Se c é algum dos vértices dessa nova cadeia, verifica-se o teorema; se não é, está necessàriamente compreendido entre dois vértices sucessivos dela, que designaremos por a_2 e b_2.

Intercalemos depois entre a_2 e b_2 outra cadeia de pontos em que o desvio de dois consecutivos seja inferior a $\frac{\delta}{2^2}$; e assim sucessivamente.

Se c nunca coincidir com algum vértice das cadeias que dêste modo se vão formando [caso em que pertenceria a (E)], obteremos duas sucessões de pontos $a, a_1, a_2, \ldots, b, b_1, b_2, \ldots$, que terão ambas c como ponto limite. c é então um ponto limite de (E), e pertencer-lhe há necessàriamente, visto (E) ser perfeito; *q. e. d.*

Daqui resulta que, se o conjunto conexo (E) é limitado à direita e à esquerda, constituem-no todos os números reais compreendidos, no sentido lato, entre o seu máximo M e o seu mínimo m.

Se é limitado só à direita, formam-no os números $\leqq M$; se é limitado só à esquerda, os números $\geqq m$.

Se não é limitado, é constituído por todos os números reais.

Da potência dos conjuntos de pontos

§ 55.—Para tratar da potência dos conjuntos de pontos, formados duma infinidade de elementos, começarei por apresentar alguns lemas, devidos, segundo creio, a Cantor, que muito facilitarão a exposição do assunto.

Provarei em primeiro lugar que

I — *Todo o conjunto, que não tem pontos limites, é numerável.*

Um conjunto (E) nestas condições é necessàriamente isolado, e, dado um qualquer p dos seus pontos, todos os outros pontos do mesmo conjunto, cujos desvios em relação a p estão compreendidos entre dois números dados, são forçosamente em número finito; se o não fôssem, admitiriam um ponto limite (§ 34), e o conjunto (E) teria, pelo menos, um ponto limite, o que é contra a hipótese.

Então, considerando uma sucessão de números indefinidamente crescentes

$$d_1\,,\quad d_2\,,\quad d_3\,,\quad \ldots\,,\quad d_n\ \ldots\,,$$

podemos considerar primeiro os pontos de (E), em número finito, cujos desvios em relação a p são $< d_1$; em seguida os pontos de (E), também em número finito, cujos desvios em relação a p são $\geqq d_1$ e $< d_2$; depois, os pontos de (E), ainda em número finito, cujos desvios em relação a p são $\geqq d_2$ e $< d_3$; e assim sucessivamente. O conjunto (E) fica deste modo decomposto numa infinidade numerável de conjuntos finitos, e é, portanto, numerável (§ 49), *q. e. d.*

II — *Todo o conjunto, que só tem um ponto limite, é numerável.*

Consideremos o conjunto (E) e o seu único ponto limite π.

Designemos por (E_1) o conjunto parcial formado por todos os pontos de (E) cujos desvios em relação a π estão compreendidos entre dois números fixos; e seja Δ o desvio de π ao conjunto (E_1). Êsses pontos são necessàriamente em número finito. De facto, se o não fossem, admitiriam pelo menos um ponto limite (§ 34); êsse ponto limite seria distinto de π, porque o seu desvio mútuo seria, pelo menos, igual a Δ; e haveria, portanto, em (E) outro ponto limite, além de π, o que é contra a hipótese.

Assente o facto, a demonstração completa-se como no lema anterior.

III — *Todo o conjunto, que tem um número finito de pontos limites, é numerável.*

Com efeito se o conjunto (E) tem k pontos limites $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k$, podemos considerar separadamente as sucessões de pontos de (E), que têm respectivamente por limites os pontos $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k$, e o conjunto (N) formado pelos pontos restantes. Cada uma daquelas

sucessões é numerável (lema II), e o mesmo acontece ao conjunto (N_1) resultante da sua junção (§ 8). Por outro lado (N), como não tem nenhum ponto limite, é numerável (lema I). Então é igualmente numerável o conjunto (E), que engloba os pontos de (N) e (N_1) (§ 8), *q. e. d.*

É óbvio que este lema abrange o anterior como caso particular.

IV — *Todo o conjunto, cujo derivado é numerável, é numerável.*

A demonstração é a mesma do lema III, com a diferença do o conjunto (N_1) ser formado, não por um número finito, mas por uma infinidade numerável de conjuntos numeráveis.

V — *O derivado dum conjunto isolado não tem pontos limites.*

O princípio é evidente se o derivado é um conjunto finito (§ 29). Suponhamos então que o não é.

Seja (E) um conjunto isolado a n dimensões, e admitamos, por absurdo, que o seu derivado (E′) tem um ponto limite π'. Haverá então em (E′) pontos $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, \ldots$, que tendem para π', e será sempre possível achar nessa sucessão dois pontos $\omega(\alpha, \beta, \ldots)$ e $\omega_1(\alpha_1, \beta_1, \ldots)$, suficientemente próximos de π' para que o seu desvio mútuo seja menor do que qualquer número positivo dado. Faremos então

$$\overline{\omega\omega_1} < \frac{\delta}{3},$$

sendo δ um número positivo tam pequeno quanto se queira.

Por outro lado, sendo ω e ω_1 pontos limites de (E), há de haver em (E) duas sucessões de pontos

$$p', \quad p'', \quad \ldots, \quad p^{(i)}, \quad \ldots$$
$$p_1', \quad p_1'', \quad \ldots, \quad p_1^{(i)}, \quad \ldots$$

que tendam respectivamente para ω e ω_1, e portanto será sempre possível achar nessas sucessões pontos $p^{(k)}(x_k, y_k, \ldots,)$ e $p_1^{(l)}(x_l, y_l, \ldots,)$ tais que se tenha

$$\overline{p^{(k)}\omega} < \frac{\delta}{3} \qquad \text{e} \qquad \overline{p_1^{(l)}\omega_1} < \frac{\delta}{3}.$$

Ora

$$(23)\quad \begin{cases} \overline{p^{(k)}p_1^{(l)}} = |x_l - x_k| + |y_l - y_k| + \cdots; \\ \overline{\omega\omega_1} = |\alpha_1 - \alpha| + |\beta_1 - \beta| + \cdots; \\ \overline{p^{(k)}\omega} = |\alpha - x_k| + |\beta - y_k| + \cdots; \\ \overline{p_1^{(l)}\omega_1} = |\alpha_1 - x_l| + |\beta_1 - y_l| + \cdots. \end{cases}$$

Mas

$$|x_l - x_k| = |\alpha_1 - \alpha + \alpha - x_k - (\alpha_1 - x_l)| \leqq |\alpha' - \alpha| + |\alpha - x_k| + |\alpha_1 - x_l|$$

e anàlogamente

$$|y_l - y_k| \leqq |\beta_1 - \beta| + |\beta - y_k| + |\beta_1 - y_l|,$$

etc.

Somando ordenadamente estas n expressões e atendendo às igualdades (23), vem

$$\overline{p^{(k)} p_1^{(l)}} \leqq \overline{\omega\,\omega_1} + \overline{p^{(k)}\omega} + \overline{p_1^{(l)}\omega_1}$$

ou

$$\overline{p^{(k)} p_1^{(l)}} < \delta.$$

Haverá então em (E) pontos cujo desvio será inferior a um número positivo dado, por menor que seja. Mas esta conclusão é falsa, pois que todos os pontos de (E) são pontos isolados. Então falsa é também a hipótese da existência do ponto limite π', *q. e. d.*

VI — *O derivado dum conjunto isolado é finito ou numerável.*

Com efeito, pelo lema V, o derivado dum conjunto isolado (E) não tem pontos limites, portanto, se não é finito, é numerável (lema I). Em qualquer das hipóteses (lemas III e IV) o conjunto (E) é numerável, *q. e. d.*

a) Conjuntos isolados

§ 56.— Um conjunto isolado, ou não tem derivado, ou tem um derivado finito ou numerável (lema VI).

A aplicação dos lemas I a IV permite-nos concluir imediatamente que

Todo o conjunto isolado tem a potência do numerável.

b) Conjuntos perfeitos

§ 57.— Dado um conjunto no espaço a qualquer número de dimensões, isto é, cujos pontos são definidos por qualquer número finito ou por uma infinidade numerável de variáveis, vimos nos §§ 20 e 21 que, querendo apenas determinar a potência do conjunto, é lícito supor que os valores que as variáveis tomam pertencem todos ao intervalo (0, 1). Por outro lado, entre todos os pontos dêste intervalo e os números irracionais nele contidos, existe uma correspondência unívoca e recíproca, de modo que, para a consideração da potência, é ainda permitido substituir os valores

efectivos das variáveis pelos correspondentes números irracionais do intervalo (0, 1).

Podemos, por conseqüência, limitar-nos a considerar um conjunto (E), cujos pontos são definidos por coordenadas irracionais compreendidas entre 0 e 1. Como vimos nos §§ 20 e 21 pode-se fazer corresponder a cada um dêsses pontos um número irracional do mesmo intervalo; e recìprocamente. Seja (J) o conjunto dêsses números irracionais, que tem a mesma potência que (E).

Pôsto isto, suponhamos agora que o conjunto (E) é perfeito, o que estamos no caso do § 20. Cada um dos pontos de (E)

$$\pi\,(\alpha_1\,,\quad \alpha_2\,,\quad \ldots\,,\quad \alpha_n)$$

é limite duma sucessão de pontos do mesmo conjunto

$$p_i\left(x_1^i\,,\quad x_2^i\,,\quad \ldots\,,\, x_n^i\right)$$

de sorte que, sendo

$$\alpha_h = \frac{1\,|}{|\,a_h} + \frac{1\,|}{|\,b_h} + \ldots \qquad (h = 1,\, 2, \ldots,\, n)$$

e, em geral,

$$x_k^i = \frac{1\,|}{|\,a_k^i} + \frac{1\,|}{|\,b_k^i} + \ldots \qquad (k = 1,\, 2, \ldots,\, n)$$

ter-se há

$$a_h = \lim a_k^i$$

$$b_h = \lim b_k^i$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Então, quando no intervalo (0, 1) determinarmos, pelo processo do § 20, o ponto π' que corresponde a π, e os pontos p_i' que correspondem a p_i, reconheceremos que π' é o ponto limite da sucessão dos pontos p_i'. De modo que, se todos os pontos de (E) são pontos limites, e não há outros, todos os pontos de (J) são igualmente pontos limites, e êles só. Quere dizer, de ser perfeito o conjunto (E) resulta que o conjunto linear (J), que tem a mesma potência do que êle, é igualmente perfeito.

Por igual forma raciocinaríamos se estivéssemos no caso do § 21.

Vê-se, pois, que, para determinar a potência de todo e qualquer conjunto perfeito, basta considerar os conjuntos perfeitos a uma só dimensão, limitados. É então dêstes que vou ocupar-me, supondo-os, para maior generalidade, contidos num intervalo $(a,\, b)$, que pode ser diferente do intervalo (0, 1).

§ 58.— Estudemos, primeiro que tudo, a estrutura dos conjuntos perfeitos lineares. O caso mais simples é o do conjunto conter todos os pontos dum intervalo, ou dum número finito de intervalos compreendidos entre dois números dados. Neste caso a sua potência é a potência do contínuo.

Se outra é a estrutura do conjunto perfeito (E) contido num intervalo (a, b), seja p um ponto dêsse intervalo que não pertence a (E). Êsse ponto divide o conjunto (E) noutros dois: o conjunto E_1), formado pelos pontos que ficam à esquerda de p, e o conunto (E_2) constituído pelos pontos que ficam à sua direita. Ambos estes conjuntos são perfeitos. Com efeito, qualquer dêles só tem pontos limites e deve conter todos os seus pontos límites, pois que entre um e outro fica o ponto p, que não só não pertence a (E), como também não pode ser nenhum dos pontos limites de (E). O conjunto (E_1) tem por limite superior um ponto M, e o conjunto (E_2) tem por limite inferior um ponto N, e êsses limites, ambos atingidos, pertencem necessàriamente a (E). Então, nem M nem N coincidem com p, ficando assim este ponto dentro dum intervalo MN, do qual só as extremidades pertencem a (E). O Sr. Baire deu o nome de *intervalos contíguos* ao conjunto (E) a estes intervalos MN, que vimos de definir.

Todo e qualquer ponto do intervalo (a, b), que não pertence a (E), é, portanto, interior a um intervalo contíguo, sendo a palavra *interior* tomada no seu sentido próprio, que exclui os limites do intervalo.

Pôsto isto, o conjunto dos intervalos contíguos ao conjunto (E), se não é finito é necessàriamente numerável, pois como a soma de todas as suas amplitudes não pode exceder a do intervalo (a, b), são sempre em número limitado aqueles cujas amplitudes excedem um número dado δ. Podemos assim numerar primeiramente aqueles intervalos cuja amplitude excede δ; depois aqueles cujas amplitudes são iguais ou menores que δ e maiores que $\frac{\delta}{2}$; depois aqueles cujas amplitudes são iguais ou menores que $\frac{\delta}{2}$ e maiores que $\frac{\delta}{2^2}$; e assim sucessivamente. O que prova o que afirmamos.

Assim, considerando os conjuntos finitos incluídos nos conjuntos numeráveis como caso particular, podemos enunciar o seguinte teorema devido a Cantor:

Um conjunto perfeito linear pode obter-se suprimindo do intervalo que o contém todos os pontos interiores a um conjunto numerável de intervalos sem pontos comuns, e até sem extremos comuns.

A razão por que se acrescenta — *e até sem extremos comuns* — é porque, se dois intervalos contíguos tivessem um extremo comum, êsse extremo comum seria um ponto isolado de (E), e (E) não tem pontos isolados por ser perfeito.

Recíprocamente, *se suprimirmos dum intervalo (a, b) todos os pontos interiores a uma infinidade numerável de intervalos sem pon-*

tos comuns, nem extremos comuns, o conjunto restante (E) *será perfeito.*

Em primeiro lugar, desta supressão resulta sempre um conjunto (E), pois que os extremos dos intervalos não são suprimidos.

Em segundo lugar, êsse conjunto (E) é fechado, pois que todo o ponto de (a, b), que não lhe pertence, é um ponto do *interior* dum intervalo contíguo, e não pode por isso ser ponto limite de (E).

Finalmente, no conjunto (E) não pode haver pontos isolados, visto que, se existissem, seriam os extremos comuns de dois intervalos contíguos, e estes, por hipótese, não têm extremos comuns.

Logo o conjunto (E), sendo fechado e sem pontos isolados, é perfeito, *q. e. d.*

§ 59. — Pelo processo das supressões, que acabo de indicar, é possível construir conjuntos perfeitos que não são densos em intervalo algum. Limitar-me-hei a apresentar o exemplo mais simples. É o conjunto das fracções decimais, limitadas ou não, que se escrevem só com os algarismos 0 e 1. É fácil de ver que este conjunto é perfeito, mas não é denso em nenhum intervalo.

Com efeito, dado um elemento qualquer deste conjunto, pode obter-se uma infinidade doutros cujos desvios em relação ao primeiro sejam tam pequenos quanto se queira, o que quere dizer que todos os pontos do conjunto são pontos limites. (Por exemplo, se o elemento dado é 0,0101, há no conjunto uma infinidade de pontos cujos desvios em relação ao primeiro não excedem, suponhamos, 0,0001; ou sejam 0,01011, 0,010101, 0,0101011, 0,0101001, etc.)

Por outro lado, nenhuma outra fracção decimal do mesmo intervalo (0,1) pode ser ponto limite do conjunto dado, pois fica compreendida necessàriamente entre dois elementos do mesmo conjunto do que difere de grandezas finitas. (Assim, por exemplo, 0,023 está compreendido entre 0,1 e 0,0111111111 . . . e sendo $0{,}1 - 0{,}023 = 0{,}073$ e $0{,}023 - 0{,}011111111 = 0{,}01188838 \ldots$, vê-se que não há no conjunto dado nenhum elemento cujo desvio em relação a 0,023 seja inferior a 0,01).

Estabelecidos estes dois factos, é evidente que o conjunto dado é perfeito.

Entretanto o mesmo conjunto não é denso em intervalo algum, pois há em qualquer intervalo fracções que se escrevem com algarismos diferentes de 0 e 1, e que pertencem, conseguintemente, a intervalos contíguos ao mesmo conjunto. Por exemplo, a fracção 0,006 pertence a um intervalo contíguo, cujos extremos são 0,01 e 0,0011111 . . . . E é claro que, entre os pontos do conjunto, que são extremos de intervalos contíguos, não se pode intercalar nenhum outro elemento do mesmo conjunto, por isso que não existe nenhum *no interior* dêsses intervalos.

§ 60. — *Todos os conjuntos perfeitos lineares não densos são semelhantes.*

Sejam, com efeito, (E) e (E′) dois conjuntos perfeitos lineares não densos, o primeiro compreendido num intervalo (a, b) e o segundo num intervalo (a', b'). Vamos reconhecer que é possível aplicá-los um sôbre o outro (§ 26), de maneira a conservar-se a *ordem de grandeza* entre os elementos correspondentes. Para isso faremos corresponder os intervalos δ, contíguos a (E), aos intervalos δ' contíguos a (E′), de maneira que os que se correspondam fiquem dispostos na mesma ordem nos dois segmentos (a, b) e (a', b').

Comecemos por fazer corresponder o maior intervalo δ_1 de (E) ao maior intervalo δ'_1 de (E′); depois os maiores intervalos compreendidos entre a e δ_1, que designaremos por δ_2, e entre δ_1 e b, que designaremos por δ_3, respectivamente, aos maiores intervalos compreendidos entre a' e δ'_1, que chamaremos δ'_2, e entre δ'_1 e b', que chamaremos δ'_3. Continuemos assim indefinidamente a tomar em cada um dos conjuntos dados o maior intervalo que houver entre dois já considerados, e a fazer corresponder entre si os que caibam a intervalos que já forem correspondentes; por êste processo todos os intervalos dum e doutro se nos irão deparando, e poderemos dispô-los na mesma ordem.

O conjunto (E′) fica assim aplicado sôbre o conjunto (E), porque os extremos dos intervalos se correspondem uniformemente na mesma ordem, e, com êles, todos os pontos limites, únicos que existem, visto os conjuntos serem perfeitos.

O princípio enunciado é, portanto, verdadeiro.

É conveniente notar que, na aplicação dum conjunto sôbre o outro, se conservam os pontos limites.

§ 61.—Não é possível fazer uma aplicação rigorosa dum conjunto (E), perfeito, linear e não denso, sôbre o conjunto, com a potência do contínuo, formado por todos os pontos do intervalo (0, 1). Com efeito, os extremos dum intervalo contíguo a (E) são dois pontos entre os quais não há nenhum elemento de (E), emquanto que entre dois números quaisquer, pertencentes ao conjunto contínuo (0, 1), pode-se sempre intercalar uma infinidade de pontos do mesmo conjunto. A aplicação pode, todavia, efectuar-se, se convencionarmos que os dois extremos dum mesmo intervalo contíguo a (E) correspondem a um ponto único do intervalo (0, 1).

Para o demonstrarmos, basta-nos considerar um conjunto particular, visto todos os conjuntos perfeitos lineares não densos serem semelhantes (§ 60).

Consideremos, então, o conjunto das fracções decimais, limitadas ou não, que se escrevem sòmente com os algarismos 0 e 1. É, como vimos (§ 59), um conjunto perfeito não denso. Para realizar a correspondência, por ordem de grandeza, com o intervalo (0, 1), basta fazer corresponder cada fracção decimal à que se escreve da

mesma maneira no sistema de numeração de base 2. Cada número do intervalo (0, 1) obtém-se dêste modo uma só vez, excepto os números racionais cujo denominador é potência exacta de 2. Para estes há duas expressões diferentes no sistema de base 2, uma limitada, outra ilimitada. Por exemplo, a fracção *um meio* é representada no sistema de base 2 ou por 0, 1, ou pela dízima ilimitada 0, 011111 .... Estas duas fracções, no sistema de base 10, representam então dois elementos diferentes de (E), entre os quais não pode haver nenhum outro elemento do mesmo conjunto, e que são, por conseqüência, os extremos dum intervalo contíguo a (E).

Vê-se, pois, que, se abstrairmos dum dos extremos de cada um dos intervalos contíguos, suprimimos do conjunto (E) uma infinidade numerável de pontos (§ 58), o que não altera a sua potência (§ 14); e, como abstraindo dêsses extremos o conjunto resultante é aplicável sôbre o intervalo contínuo (0, 1), segue-se que o conjunto (E), e, portanto, todos os conjuntos perfeitos lineares não densos, têm a potência do contínuo.

§ 62. — Resulta do exposto nos §§ 57 a 61, que, qualquer que seja o número das suas dimensões,

Todo o conjunto perfeito tem a potência do contínuo.

c) Conjuntos fechados

§ 63. — Um conjunto fechado (E) tem um derivado (E′), que pode ser finito, numerável ou não numerável.

Nas duas primeiras hipóteses o conjunto (E) é numerável. (Lemas III e IV).

Na terceira, como (E′) é uma parte da (E), o conjunto (E) também não é numerável; admite, conseguintemente, pontos de condensação: e pelo teorema de Cantor-Bendixon pode decompôr-se num conjunto perfeito e num conjunto finito ou numerável. Mas os conjuntos perfeitos têm a potência do contínuo, e a adição a um conjunto doutro, que seja finito ou numerável, não altera a sua potência. Então, nesta hipótese, o conjunto (E) tem a potência do contínuo. Logo

Todo o conjunto fechado, ou é numerável, ou tem a potência do contínuo.

d) Outros conjuntos

§ 64. — A potência dos conjuntos concentrados ainda até hoje não foi determinada, e muito menos a daqueles que tenho considerado sob a designação de complexos.

Embora nas três classes anteriores só encontrássemos conjuntos tendo a potência do numerável ou a potência do contínuo, não repugna admitir que haja alguma potência intermédia. Cantor pensava que não havia, mas o facto é que ainda hoje não se pode dar à

questão uma resposta definitiva. E essa resposta torna-se tanto mais difícil quanto é certo que o derivado dum conjunto nada esclarece sôbre a sua potência. Assim o conjunto dos números racionais do intervalo (0,1) e o conjunto dos números irracionais do mesmo intervalo têm ambos o mesmo derivado, que é o conjunto dos números reais do intervalo (0,1) no sentido lato; em todo o caso o primeiro daqueles dois conjuntos é numerável e o segundo tem a potência do contínuo.

Termino aqui as minhas reflexões. A *mensuração dos conjuntos* é, certamente, um dos pontos mais interessantes e mais úteis desta teoria, mas não preciso ocupar-me dêle, pois nada tenho a juntar, pelo menos por ora, ao que sôbre o assunto dizem os livros da especialidade.

RÉSUMÉ

L'intention de l'auteur, en publiant ce travail, est d'exposer quelques remarques sur la théorie des ensembles qui lui ont été suscitées dans la pratique de l'enseignement. Ces remarques portent principalement sur la théorie des ensembles de points, mais, pour plus de clarté, l'auteur fait le développement de cette théorie, en intercalant ses remarques au fur et à mesure, et le fait précéder d'un coup d'œil sur la théorie des ensembles abstraits.

L'une des remarques qu'il présente se rapporte à la classification des ensembles de points. Même en admettant la distinction entre les ensembles fermés et les ensembles parfaits, il y a une classe d'ensembles qui n'entre dans aucune de celles considérées jusqu'ici; c'est celle des ensembles avec points isolés et points limites, qui ne contiennent pas tous leurs points limites. Il propose pour ces ensembles la désignation de *complexes*, parce que ce sont eux qui présentent le degré le plus élevé de complexité au point de vue de leurs rapports avec l'ensemble dérivé.

Un autre point, sur lequel il insiste, c'est la nôtion d'ensemble borné. Il discute spécialement, dans le cas des ensembles bornés, la question de savoir si, lorsque l'une limite M est atteinte, il y a, ou non, quelque élément de l'ensemble compris entre M et $M-\delta$ quelque petit que soit δ; ou si, lorsqu'on sait qu'entre M et $M-\delta$ il existe toujours quelque élément de l'ensemble, quelque petit que soit δ, la limite M est, ou non, atteinte.

D'autres de ses remarques se rapportent aux ensembles finis. L'auteur prétend montrer non seulement que ces ensembles doivent être considérés comme des cas particuliers des ensembles dénombrables, mais encore que plusieurs principes d'application constante ne sont véritables dans toutes les hypothèses que moyennant cette considération. De là la convenance de modifier certains énoncés, pour les rendre précis et rigoureux, et la nécessité de compléter

certaines démonstrations, pour que toutes les hypothèses possibles soient prises en considération. Cela s'applique, par exemple, au célèbre théorème de Cantor-Bendixon, que l'auteur énonce ainsi: «Tout ensemble fermé, non dénombrable, peut toujours se décomposer en un ensemble parfait et un ensemble fini ou dénombrable».

En terminant ses considérations par la détermination de la puissance des ensembles de points, l'auteur cherche à donner une démonstration générale de ce que tous les ensembles parfaits ont la puissance du continu, quelle que soit leur structure et le nombre de leurs dimensions.

LE ALTERAZIONI SPLENICHE NELLA LEISHMANIOSI INFANTILE

OSSERVAZIONI DEL

PROF. ENRICO EMILIO FRANCO

Direttore dell'Istituto di Patologia Generale e di Anatomia Patologica
dell'Universitá di Lisbona

Lo studio delle Leishmaniosi finora é stato fatto principalmente nei riguardi della parassitologia e della clinica, comprendendosi in quest'ultima le osservazioni delle alterazioni ematiche intese a scopo di diagnosi e le modificazioni del sangue prima e dopo la splenectomia.

I reperti anatomo-patologici non hanno fatto oggetto di studi specialmente sviluppati. Questi ultimi furono presi in considerazione quasi esclusivamente da ricercatori italiani che hanno avuto modo di osservare un numero considerevole di casi nella metá sud della Penisola. Nella Penisola Iberica solo la Dottoressa Nieves Gonzales Barrio, di Madrid, se ne é occupata, studiando organi da parecchi anni conservati in differenti liquidi; in Portogallo, (mentre della distribuzione topografica delle Leishmaniosi ho trattato io stesso, dell'agente etiologico Dionísio Álvares che qui per primo scoperse la Leishmania, e Estêvão Pereira da Silva, che affrontó anche il problema della trasmissione, sulla parte clinica Salazar de Sousa, sulle forme cutanee e cutaneo-mucose Álvaro Lapa e Adelino Padesca, e sulla trasmissione della forma cutanea alla Scimmia, Firmino Sant'Anna) sull'anatomia patologica non esistono che una mia nota del 1911, riferentesi al IV caso di Leishmaniosi infantile constatato a Lisbona e che io avevo avuto occasione di seguire clinicamente e poi di farne l'autopsia, che era la prima del genere in Portogallo, e un mio recente studio sulle cellule istioidi e loro derivati nella milza e nel sangue circolante di bambini affetti da Leishmaniosi. Altre mie ricerche su tutti gli organi nelle varie forme morbose da Leishmanie e su argomenti che con esse si connettono furono interrotti dalla guerra, e, ripresi, non sono ancora completati. Intanto mi pare opportuno continuare a riferire sulle alterazioni della milza, non solo per cominciare a colmare una sensibile lacuna dello studio anatomo-patologico di tali forme morbose in questo

Paese, ma anche perché i miei reperti, che vertono su dieci casi, non collimano, sotto qualche riguardo, con quelli degli Autori che hanno studiato altrove la splenomegalia da Leishmania.

Le dieci milze che formano oggetto di questo scritto vanno cosí suddivise:

due appartengono a bambini dei quali personalmente ho fatto l'autopsia (Casi I e V).

cinque provengono da splenectomie fatte dal Prof. Salazar de Sousa di questa Universitá (Casi II, III, IV, IX e X) e da lui gentilmente concessemi;

tre furono potute studiare soltanto su strisci di succo splenico tratto da punture esplorative eseguite sui piccoli malati a scopo diagnostico (Casi VI, VII, e VIII).

Lo studio degli strisci di succo splenico colorati con i metodi in uso per l'ematologia (May-Grunwald-Giemsa, pironina-verde di metile secondo Unna-Pappenheim, Leishman; policosinati di Grosso, bicosinato di Tribondeau, ecc.) mi é parso assolutamente indispensabile anche quando ho avuto a mia disposizione il pezzo anatomico. Nelle sezioni istologiche spesso non è facile orientarsi sulla vera natura di alcune cellule, sulla loro fina struttura o su quella di eventuali inclusioni cellulari. Inoltre le Leishmanie non riescono cosí nitidamente colorate come sugli strisci. Perció ho condotto l'osservazione parallelamente sugli strisci e sulle sezioni istologiche, potendo in tal modo venire a risultati impossibili ad ottenersi collo studio limitato ai pezzi inclusi delle milze in esame: i quali furono fissati in alcool, formalina al 10 %, e nei liquidi di Zenker, di Kaiserling e di Flemming. Le sezioni istologiche vennero colorate coll'ematossilina-eosina, Van Gieson, Ribbert-Mallory-Löwenstein, carmini, Weigert per le fibre elastiche, fuxina acida-orange G-verde malachite secondo Pianese, Giemsa; Bielschowski-Levi e Bielschowski-Maresch per le «Gitterfäsern».

CASO I

Bambino di 16 mesi, nato a Lisbona, donde non si mosse mai. Epato- e splenomegalico e profondamente anemico. Punture aspiratrici del fegato e della milza fatte intra vitam positive per i corpi di Leishman. Morte per anemia gravissima e bronchite diffusa bilaterale, grave.

Milza del peso di 183 grammi [1]. Lunghezza 18 cm.; larghezza 10; spessore 5. Forma regolarmente ovoide. Capsula normale meno che in una piccola zona della faccia esterna in cui si notava un'area tondeggiante di perisplenite fibrosa, non adesiva, del diametro di circa 5 cm. Parenchima di colorito vinoso, un poco molle; folli-

[1] Peso della milza normale a 18 mesi, 25-30 gr. (Banti).

coli poco visibili; trabecole ben evidenti. Mancano infarti e zone emorragiche.

Esame istologico

Eccezion fatta per la piccola area di perisplenite adesiva, che presenta un tessuto cicatriziale senza fatti notevoli, capsula e trabecole non presentano alcunché degno di rilievo. Il loro tessuto elastico é completamente normale.

Follicoli. Non sono piú voluminosi della norma. In nessuno esiste un centro germinativo. In alcuni il finissimo reticolo di connettivo adenoide non é alterato; in altri, e sono i piú, la avventizia dell'arteria penicillare é circondata da uno spesso anello di fibre connettive abbastanza sottili da cui partono altre dirette in vari sensi e che, intersecandosi, formano una rete che invade tutto il follicolo. Questo sviluppo anormale di connettivo é in molti follicoli assai abbondante; in qualcuno le fibre sono fuse insieme, non solo, ma hanno anche subito la degenerazione ialina.

Mancano fibroblasti. Negativa la ricerca dell'amiloide.

Le arteriole penicillari non presentano nulla di notevole né nelle pareti né dentro al lume. Il tessuto elastico é normale. Nei follicoli con abnorme sviluppo di connettivo non si trovano fibre elastiche, eccezion fatta per quelle che, anche normalmente, si riscontrano nelle pareti arteriose.

Le cellule proprie dei follicoli il cui reticolo é normale sono spesso distanziate l'una dall'altra come se essi fossero stati invasi da discreto edema; pochissime sono in mitosi. In questi follicoli, che assai poco si allontanano dal normale, non si trovano parassiti.

Nei follicoli che presentano ipertrofia dello stroma non sono numerosi gli elementi cellulari (pochi linfoblasti, prolinfociti e linfociti). Fra di essi esistono non copiose cellule grandi, a nucleo pallido, povero di cromatina, talora vescicoloso, nel cui citoplasma, largo ed irregolare, spesso con prolungamenti, si trovano numerose Leishmanie. Queste cellule parassitifere sono qualche volta situate in tutta prossimitá dell'avventizia dell'arteria penicillare; piú spesso si trovano fra le maglie del reticolo, sovente aderenti alle fibrille connettive. Negli endoteli delle arteriole non si trovano parassiti.

Polpa rossa. Il reticolo é normale. L'ampiezza delle lacune varia secondo le zone, ma non si trovano mai eccessivamente ristrette o molto larghe. Le cellule endoteliali che le tappezzano non hanno lesioni, né contengono parassiti. Nel lume delle lacune vi sono abbondanti emazie e globuli bianchi non molto numerosi commisti a parecchie cellule globulifere: di raro esiste anche qualche elemento parassitifero. Alcune delle cavitá in discorso presentano rottura delle pareti, ed allora un gran numero di elementi della polpa rossa, cellule con parassiti comprese, vi si versa dentro.

Nei cordoni della polpa rossa le emazie sono in numero assai considerevole; molte sono in distruzione. Abbondano, inoltre, cellule grandi, mononucleate, con picnosi, lisi, ressi, frammentazione e va-

cuolizzazione nucleare. Alcune di queste presentano nel loro interno gocciole di grasso (metodo di FLEMMING). Abbondano altresí leucociti a nucleo polimorfo; non sono scarse le globulifere, e mancano, invece, completamente le pigmentifere ed il pigmento libero. Numerose le Plasmazellen sparse senza predilezione di sede: assenti gli eosinofili.

Nei medesimi cordoni le cellule con parassiti sono molto numerose. Grandi, mononucleate, coi caratteri di quelle viste nei follicoli, contengono fino a 15–20 Leishmanie. Tali cellule soltanto di rado si trovano isolate; piú spesso sono riunite a gruppetti di 6–12. Talora risiedono attorno a qualche vaso, hanno nucleo piú ricco di cromatina e piú denso di quelle altre e sono cosí strettamente aderenti all'avventizia da far pensare che siano elementi facenti parte di questa membrana. Altre volte coi vasi non hanno rapporto alcuno, e sono aderenti alle fibrille del reticolo. Qualche elemento contenente Leishmanie racchiude, anche, globuli rossi. Non esistono parassiti liberi, né in altre cellule che non siano le suddette.

Preparati per istriscio

(Da punture aspiratrici della milza del malato e dalla milza del cadavere)

Cellule primordiali. *A*. Emocitoblasti. Sono tali le cellule parassitifere con nucleo monocitoide. (v. avanti): rarissimi emocitoblasti [1].

Serie granulocitica: cellule immature: nessuna. Mature: pochi neutrofili (evidentemente provenienti del sangue circolante, e non di origine splenica). Nessun acidofilo o basofilo.

Serie monocitica: cellule immature: nessuna. Monociti maturi: rari.

Serie linfocitaria: abbondanti linfoblasti e prolinfociti, alcuni dei quali in cariocinesi. Linfociti maturi: moltissimi, parecchi dei quali appartengono alla varietá leucocitoide (leucocitoidi linfociti con granulazioni azzurrofile di PAPPENHEIM).

Serie emoglobinica: cellule immature: pochi normoeritroblasti basofili, policromatofili ed ortocromatici. I globuli rossi sono in generale normali; alcuni, peró, presentano la policromatofilia ordinaria (non azzurrofila) e si devono perció considerare come elementi non completamente maturi.

Plasmazellen presenti, ma non numerose.

Cellule del tipo di RIEDER e di TÜRK: assenti.

Megacarioociti: assenti. Piastrine: molto scarse e normali.

Globulifere: poche. Pigmentifere: nessuna. Pigmento libero: assente.

---

[1] Per gli elementi cellulari del sangue e di tutti gli organi ematopoietici seguo la classificazione e la terminologia di FERRATA. Circa le sinonimie con i termini degli altri ematologi, vedi l'opera del FERRATA: *Le Emopatie*, Milano, Soc. Ed. Libr., 1918.

Cellule in distruzione: poche.

Elementi parassitiferi: abbondanti, contenenti molte Leishmanie. La maggior parte di essi ha nucleo con struttura monocitoide con le caratteristiche di quello dei monociti, e cioé si tinge in rosso-violetto chiaro col metodo di MAY-GRÜNWALD-GIEMSA, reticolo cromatico tenue, con filamenti sottili, mai riuniti in blocchi; membrana nucleare poco o punto visibile. Il citoplasma é finamente granuloso e si colora in bleu-violetto molto pallido. I suoi contorni sono ora tondeggianti, ora sfrangiati, con prolungamenti irregolari, a margini non nitidi, sfumati.

Qualche elemento parassitifero ha citoplasma coi caratteri dei suddetti, e nucleo a pezzi cromatinici grossi formanti un reticolo a maglie larghe, con vacuoli (nucleo a spugna). Se ne trovano molti di simili senza parassiti.

In nessuna altra specie di cellule si trovano Leishmanie.

Le Leishmanie libere non sono molte; esse hanno la classica morfologia descritta da tutti gli Autori che trattarono della Leishmaniosi dei bambini.

CASO II

Bambino di 3 anni. di Ameixoeira (Lisbona), splenomegalico. Leishmanie nel sangue circolante (SALAZAR). Splenectomia il 1 Giugno 1914. Muore il 2 Agosto successivo, a casa sua, per gastroenterite. Non venne fatta, naturalmente, l'autopsia.

Milza pesante 370 grammi. Lunghezza 16 cm.; larghezza 9, spessore 4. Forma regolarmente ovoide con una incisura poco pronunciata sul margine anteriore. Capsula senza lesioni. Parenchima di color rosso vinoso, abbastanza consistente, ma non duro. Non si vedono ad occhio nudo i follicoli; pochissimo visibili le trabecole. Emorragie ed infarti mancano.

Esame istologico

Capsula e trabecole non hanno lesioni; normale il comportamento del loro tessuto elastico. Follicoli: sono quasi tutti piccoli: nessuno ha un centro germinativo. Tutti presentano abbondantemente ed abnormemente sviluppato lo stroma connettivo, a detrimento delle cellule che vanno progressivamente diminuendo di numero a mano a mano che il reticolo si fa piú spesso e ricco di fibrille. Queste ultime in alcuni follicoli conservano la loro individualitá, e formano, intersecandosi, maglie cosí strette che ognuna di esse non é capace di piú di una cellula; in altri le fibrille si fondono tra di loro dando origine a travate connettive che spesso subiscono la degenerazione ialina la quale procede dalla vicinanza dell'arteria, presso cui si é iniziata la iperproduzione connettiva, verso la periferia. La reazione dell'amiloide manca. Le arterie penicillari non hanno alcuna lesione; i loro endoteli non contengono mai parassiti. In al-

cune zone, limitate, il connettivo neoformato di un follicolo si unisce con quello proveniente dai follicoli vicini venendo in tal modo a dar origine a travate. Anche in questo caso, come nel connettivo che sta in seno ai follicoli, mancano completamente i fibroblasti. Le fibre elastiche sono in tutto normali. Solo in qualche follicolo con iperproduzione connettiva si videro rare e finissime fibrille rettilinee neoformate. Nei follicoli fibroadenici le «Gitterfäsern», sono piú o meno sviluppate e spesso molto grosse e tortuose. Esse partono dai contorni della penicillare, talora solo da un lato, tal altra da tutta la periferia del vaso, venendo a costituire cosí una specie di «caput Medusae». Attorno ad alcuni follicoli sono sviluppate in modo da formare un anello perifollicolare. In alcuni follicoli, eccetto che attorno alla arteriola, non si colorano altre «Gitterfäsern» ossia non si colora un reticolo endofollicolare di queste fibre. In alcuni follicoli, oltre alla iperproduzione connettiva, si ha fra le cellule linfocitarie infiltrazione di emazie ben conservate.

Nei follicoli non esistono né cellule contenenti Leishmanie, né parassiti liberi.

Polpa rossa. Il reticolo dei cordoni della polpa rossa non é né aumentato né leso. Le maglie di esso sono in alcune zone molto ristrette, in altre son ampie. Le «Gitterfäsern» sono normali sotto ogni aspetto. Le lacune della polpa contengono sempre molti elementi cellulari; alcune, anzi, ne sono completamente ripiene. Tali elementi sono emazie in scarsa quantitá, non molti granulociti e molte cellule mononucleate, grandi, con nucleo pallido, talora vescicoloso, con largo protoplasma spesso vacuolizzato e contenente anche globuli rossi, oltre numerose Leishmanie. Queste ultime non si trovano mai dentro gli endoteli che rivestono le lacune.

Nei cordoni della polpa rare sono le cellule in mitosi, molti i globuli rossi ben conservati e pochi in distruzione; poche le Plasmazellen disposte senza ordine; rarissimi gli eosinofili, rare cellule globulifere, assenti le pigmentifere. I vasi della polpa non hanno alterazioni, e nemmeno le cellule endoteliali di questi, come quelle delle lacune, contengono mai i parassiti.

Le cellule che contengono questi ultimi sono molto meno numerose di quelle del precedente caso. Sono grandi, con nucleo pallido e sovente vescicoloso, riunite a gruppetti di 6–12, disposte ora in tutta vicinanza alle pareti delle lacune o dei vasi, ora da questi distanti e ora adese alle fibre del reticolo. Non esistono parassiti liberi, né dentro ad altri elementi cellulari che non siano i descritti.

Esame degli organi dell'ilo

Rami arteriosi: senza lesioni. Non vi sono parassiti né dentro gli endoteli, né dentro le poche cellule nucleate commiste, nel lume, ai non molti globuli rossi.

Rami venosi.—Nei maggiori non si vedono né alterazioni né parassiti: contengono scarso sangue. I rami minori contengono abbon-

dante sangue: molte le cellule nucleate, specialmente linfociti. Assenza di parassiti.

Linfatici e nervi: normali.

Preparati per istricio

(Da punture aspiratrici della milza eseguite qualche giorno prima dell'operazione, e dall'organo asportato chirurgicamente)

Cellule primordiali. Abbondano le cellule monocitoidi emoistioblastiche, talora binucleate. É assai notevole il loro potere fagocitario, trovandosi dentro al loro corpo globuli rossi anche ben conservati, rarissimamente qualche granulocita neutrofilo a nucleo polirmofo, e perfino normoeritroblasti ortocromatici. Rarissimi gli emocitoblasti.

Serie granulocitiche. Nessun elemento immaturo. Granulociti maturi: neutrofili non copiosi. Assenti gli eosinofili ed i basofili.

Serie monocitica: Monoblasti pochi. Monociti abbondanti.

Serie linfocitaria. Linfoblasti e prolinfociti numerosi. Linfociti piccoli basofili: numerosissimi; linfociti leucocitoidi con granulazioni azzurrofile: pochi.

Serie emoglobinica. Cellule immature: normo-eritroblasti basofili: abbastanza numerosi; policromatici ed ortocromatici: scarsi. Molte emazie con policromatofilia ordinaria (non azzurrofila).

Plasmazellen: non molto abbondanti.

Cellule tipo Rieder e Türk mancano.

Megacariociti: assenti. Piastrine, poche, isolate; alcune normali, altre grandi, altre ancora gigantesche.

Globulifere e pigmentifere: rare. Pigmento libero: molto scarso.

Molte cellule, specialmente linfociti e monociti, sono in distruzione.

Cellule parassitifere: abbondanti. Hanno i medesimi caratteri di quelle del Caso I. Qualcuna, peró, ha il nucleo colle caratteristiche di quello degli emocitoblasti; (forme di passaggio fra le cellule emoistoblastiche monocitoidi e gli emocitoblasti?) Il citoplasma, che é identico a quello delle cellule parassitifere del Caso I, talora presenta granulazioni azzurrofile. I parassiti dentro di esse sono sempre pochi; egualmente poche sono le Leishmanie libere.

In altri elementi che non siano i su citati non esistono parassiti.

CASO III

Bambino di 14 mesi, di Lisbona, splenectomizzato il 27 Giugno 1914 dal Prof. Salazar de Sousa.

Misure della milza: lunghezza 14 cm.; larghezza 8,5 cm.; spessore 3,5 cm. Peso 295 grammi. Forma ovoidale con due incisure sul margine anteriore, una presso ciascuno dei poli. Capsula ed ilo normali. Superficie di sezione rosse; follicoli visibili sotto

forma di punticini biancastri; trabecole non visibili. Parenchima consistente. Una lieve suffusione emorragica sottocapsulare nel polo inferiore, e una piccola zona emorragica nel parenchima, nel centro del viscere. Non vi sono infarti. All'ilo piccoli gangli apparentemente senza lesioni.

Esame istologico

Capsula e trabecole senza lesioni; normale il loro tessuto elastico.

Follicoli. Alcuni non hanno alterazioni; i due strati, germinativo o linfoblastico, e periferico o linfocitico, sono ben distinti. Nel primo vi sono cellule in mitosi, il che dimostra l'attivitá funzionante dei follicoli stessi. In alcuni lo strato germinativo é molto sviluppato. In tali follicoli nessuna cellula contiene parassiti.

Altri follicoli, invece, si staccano dalla norma: in alcuni non esiste uno strato germinativo; altri sono molto ridotti di volume; altri ancora sono ridotti ad un esiguo accumulo di cellule linfocitarie. Nella gran maggioranza di questi follicoli anormali vi é iperproduzione di connettivo che prende punto di origine dall'avventizia dell'arteria penicillare. Questa neoformazione del tessuto di sostegno che si dispone a reticolo a maglie di ampiezza differente, ora é appena incipiente, ora é assai sviluppata, ed in tali casi ad essa si deve l'atrofia del nodulo follicolare. Spesso é abnormemente sviluppato l'anello di fibrille connettive che anche normalmente trovasi alla periferia di parecchi follicoli. Non é da obbiettarsi che questo anello così ispessito possa essere dovuto ad uno stiparsi delle fibre connettive dello stroma della polpa rossa attorno ai follicoli per pressione eccentrica degli elementi di questi ultimi su di esso, perché gli anelli alle volte mancano attorno a follicoli grossi e, viceversa, sono presenti alla periferia di altri follicoli di volume ridotto od esiguo.

Il connettivo neoformato trovasi spesso in degenerazione ialina, mai in quella amiloide.

In grembo a questo connettivo si trovano spesso fibrille elastiche non abbondanti, sottilissime, rettilinee, qualchevolta in connessione con quelle dell'avventizia della penicillare. Si tratta evidentemente di fibrille neoformate.

Nei follicoli fibroadenici, in grembo al connettivo neoformato, é abbondante lo sviluppo delle «Gitterfäsern» che si dispongono a reticolo a maglie di diversa ampiezza. Queste fibre non sono sinuose, partono dai contorni dalla penicillare, e non si dispongono mai, come quelle del caso precedente, a «caput Medusae». Alla periferia di qualche follicolo sono specialmente abbondanti, formando uno spesso anello perifollicolare.

L'endotelio dell'arteria penicillare é integro e nei suoi elementi non si trovano mai parassiti.

Le Leishmanie esistono abbondanti dentro ai follicoli, nel corpo di cellule con nucleo pallido e talora vescicolare, con citoplasma

abbondante, non dissimili a quelle studiate nei due casi che precedono. Tali elementi parassitiferi talora somigliano molto ai linfoblasti dello strato germinativo dei follicoli di MALPIGHI.

Polpa rossa. Il suo reticolo é diffusamente aumentato; esso si dispone a maglie strette o larghe secondo le zone. Le lacune hanno differente ampiezza, ma in generale il loro lume é ristretto; in questo sonvi globuli rossi e numerose cellule nucleate fra cui alcune notevolmente grandi contenenti parassiti. Le cellule endoteliali delle lacune non presentano particolaritá degne di nota e non contengono mai Leishmanie. Nella polpa rossa le fibre elastiche sono completamente normali per sede, numero, volume, costituzione. Lo stesso dicasi delle «Gitterfäsern».

Nei cordoni della polpa esistono moltissime cellule grandi e mononucleate contenenti parassiti: esse sono identiche a quelle viste nei follicoli, e, come queste, ora sono in tutta prossimitá dei vasi, ora ne sono discoste. Insieme a tali cellule parassitifere si trovano Plasmazellen discretamente numerose, rari eosinofili, rare pigmentifere, non abbondanti globulifere, e scarso pigmento extracellulare. Le globulifere contengono, alle volte, anche qualche Leishmania.

Qualche cellula della polpa rossa é in mitosi.

Esame degli organi dell'ilo

Reperto identico a quello del caso precedente.

Preparati per istriscio

Cellule primordiali. Abbondanti cellule emoistioblastiche con nucleo monocitoide, di cui parecchie hanno nucleo linfoblastico. Emocitoblasti: molti.

Serie granulocitiche. Cellule immature: qualche promielocito e mielocito neutrofilo, e anche qualche raro mielocito eosinofilo. Mancano le basofile.

Cellule mature: granulociti neutrofili non abbondanti; eosinofili rari; basofili nessuno.

Serie monocitica. Monoblasti e monociti: rari.

Serie linfocitaria. Linfoblasti, prolinfociti e linfociti maturi: abbondanti. Alcuni di questi ultimi appartengono alla varietá leucocitoide con granulazioni azzurrofile.

Serie emoglobinica. Cellule immature. Normoeritroblasti basofili: molti; policromatici: parecchi (non azzurrofili). Ortocromatici: rari. Abbondano emazie policromatofile, grandi. Emazie mature normali: molte.

Plasmazellen: non numerose.

Elementi tipo RIEDER e TÜRK: assenti.

Megacariociti: rarissimi (non piastrinogeni). Piastrine poche e grandi.

Globulifere, pigmentifere e pigmento libero: assenti.

Cellule in distruzione: poche.

Cellule parassitifere: numerose. Qualcuna é identica a quelle descritte nei due precedenti casi (cellule emoistioblastiche monocitoidi). La maggior parte, pur avendo lo stesso citoplasma ampio, finamente granuloso, che si colora in bleu-rossastro sporco col MAY-GRÜNWALD-GIEMSA, sono peró piú piccole, e non hanno, o hanno pochi prolungamenti. Il loro nucleo presenta i caratteri di quello dei linfoblasti (forma tendente alla rotonda o alla ovale, filamenti di cromatina grossi con spazi chiari interposti, nucleoli colorati in rosa). Rare cellule contenenti parassiti hanno nucleo con struttura che sta fra quella dei monociti e quella dei linfoblasti, e citoplasma bleu chiaro, finissimamente granuloso; i loro contorni sono tondeggianti, senza prolungamenti.

Le Leishmanie contenute in tutti questi elementi non sono molto numerose (da 1 a 15). Parassiti liberi sono pochi.

CASO IV

Bambina di tre anni e mezzo, operata di splenectomia il 16 Dicembre 1919 dal Prof. SALAZAR DE SOUSA.

É di Vila Franca de Xira (Ribatejo), donde non si era mai mossa.

Milza. Niente di notevole nella sua forma che é ovoidale.

Lunghezza 18 cm.; larghezza 10; spessore 5. Pesa 450 gr. Capsula normale. Parenchima rosso scuro, poco consistente, non diffluente. Follicoli ben visibili sotto forma di punticini biancastri; non si scorgono ad occhio nudo le trabecole. In tutto l'organo sono disseminati piccoli punti emorragici. Non vi sono infarti. In corrispondenza dell'ilo, due gangli linfatici ovoidali, piccoli, rosei. Niente di notevole nel loro parenchima.

Esame istologico

Capsula e trabecole senza lesioni. Il loro tessuto elastico é normale.

Follicoli. Soltanto rarissimi si possono dire integri. Quasi tutti presentano le note della fibroadenia consistenti, come nei casi precedenti, in una neoformazione di connettivo che si origina dall'avventizia della penicillare. Attorno a qualcuno si trova, anche, ispessimento dell'anello di connettivo che anche normalmente, ma molto piú sottile, esiste alla periferia di alcuni follicoli. La fibroadenia é piú o meno sviluppata secondo le zone, ma mai tanto da ridurre tutto il follicolo ad un blocchetto di connettivo. La rete connettiva intrafollicolare é a maglie molto strette, in ognuna delle quali si trovano una o due cellule.

Assolutamente assente la neoformazione di fibre elastiche. Le «Gitterfäsern», hanno la normale disposizione, ma sono notevolmente aumentate di numero e di spessore.

Non é infrequente la degenerazione ialina del connettivo neoformato. Talora, ma di rado, si ha anche degenerazione ialina delle pareti della penicillare. Manca sempre la reazione dell'amiloide. Nell'endotelio della penicillare non si trovano mai parassiti.

Nei follicoli sono rari i linfoblasti, e rare le cariocinesi. Un centro germinativo non si trova mai, per quanto in qualche rara zona, vista a piccolo ingrandimento, si potrebbe sospettare che un vero centro germinativo esistesse. A forte igrandimento, peró, si scorge che il preteso centro germinativo é formato da cellule rigonfie a protoplasma torbido, con nucleo vacuolizzato ed in lisi, e da blocchetti di sostanza ialina che ad un attento esame si rivelano per emazie omogeneizzate e confluenti le une colle altre. Fra gli elementi linfocitari dei follicoli esistono abbondanti emazie ben conservate.

Soltanto in questi follicoli con un pseudo centro germinativo si trovano cellule parassitarie, le quali sono numerosissime, raccolte presso la penicillare, o un poco da essa distanti, talora aderenti alle fibrille del reticolo come negli altri casi. Queste cellule sono tumide, con nucleo pallido o vescicoloso, fornito o no di nucleoli.

Polpa rossa. Le lacune sono in generale ristrette. Il lume di molte é addirittura abolito, essendo i cordoni tumefatti per la enorme quantitá di elementi cellulari nucleati e di emazie. Nel lume delle lacune si trovano numerosissimi globuli rossi conservati ed in distruzione e molti elementi nucleati della serie monocitica e linfocitica. Rare le cellule contenenti parassiti.

Il reticolo della polpa rossa é ora normale, ora aumentato. La neoproduzione connettiva parte dagli strati profondi della capsula, dalla avventizia dei vasellini della polpa e dalla periferia delle trabecole. Viceversa non parte dal connettivo che sta attorno all'endotelio delle lacune. Non v'é alcuna neoformazione di fibre elastiche. Le «Gitterfäsern» hanno disposizione normale, ma sono aumentate di volume e di numero.

Degli elementi cellulari della polpa rossa le globulifere e le pigmentifere si trovano solo in alcune zone, ossia in quelle che, come si dirá, non presentano parassiti.

Abbondanti dovunque le Plasmazellen, che non hanno sede di predilezione. Numerosissimi i globuli rossi, raccolti talora in piccoli focolari, e rari, relativamente, i bianchi a nucleo polimorfo. Rare le cellule in mitosi. Qualche arteria della polpa ha la parete in degenerazione ialina: nell'endotelio delle lacune e dei vasi non si trovano mai Leishmanie.

Cellule parassitifere. Convien notare che in questo caso, per ragioni che sfuggono, i parassiti si colorano male anche su pezzi fissati freschissimi sia in Zenker che in formalina al 10 % ed in alcool.

In alcune zone le cellule parassitifere sono assenti, in altre sono abbondantissime. In queste ultime si raccolgono a gruppi di molti elementi senza predilezione di sede. Sono cellule chiare, grosse, tumide, con nucleo spesso vacuolizzato, identiche a quelle descritte nei follicoli di questo stesso caso. Talora l'abbondanza degli elementi cellulari della polpa rossa é tale che i cordoni si rompono in corrispondenza delle pareti delle lacune venendosi a versare dentro di esse le singole cellule, compreso buon numero di quelle che contengono parassiti.

Esame degli organi dell'ilo

Reperto identico a quello del Caso II.

Preparati per istriscio

(*Fatti dalla milza appena asportata*)

Cellule primordiali. Emoistioblasti: vedi cellule parassitifere. Qualche emocitoblasto.

Serie granulocitica. Cellule immature: qualche promielocito e mielocito neutrofilo. Mature: pochi neutrofili. Assenti gli acidofili e i basofili.

Serie monocitica. Numerosi monoblasti e monociti.

Serie linfocitaria. Linfoblasti copiosi; prolinfociti e linfociti numerosissimi.

Serie emoglobinica. Cellule immature: numerosi normoeritroblasti basofili e policromatici; rari gli ortocromatici. Emazie policromatiche frequenti; alcune con granulazioni basofile (maturazione dell'eritrocito a tipo embrionale). Niente di notevole negli eritrociti maturi.

Plasmazellen copiose.

Cellule tipo Rieder assenti. Tipo Türk: discretamente numerose.

Megacariociti: assenti. Piastrine: poche e senza alcunché degno di nota.

Pigmentifere e globulifere: rarissime.

Pigmento libero: assente.

Cellule parassitifere: abbastanza numerose in alcuni preparati, mancanti del tutto in altri. Lo stesso dicasi dei parassiti liberi negli strisci.

Le cellule contenenti Leishmanie hanno nucleo monocitoide, con o senza nucleoli: sono tipici emoistioblasti. Protoplasma sottile, bleu pallido, finamente granuloso, talora con qualche piccolo vacuolo. Il citoplasma ha contorni regolari, tondeggianti, nitidi e non possiede granulazioni o filamenti speciali. Alcune di queste cellule contengono poche Leishmanie; altre ne sono completamente piene.

CASO V

(Autopsia nº 1118 dell'Istituto di Patologia Generale e di Anatomia Patologica dell'Università di Lisbona : 19 Gennaio 1920)

Bambina di 4 anni, nata a Silves (Algarve); aveva contratta la malattia a Moita (Ribatejo); venne a morte per broncopolmonite bilaterale. Alla necroscopia si trovarono: steatosi del fegato, del cuore e dei reni; ipertrofia di tutto il sistema ganglionare linfatico; un nodulo caseoso nel polmone destro; midollo delle ossa lunghe funzionante.

In vita si erano riscontrati i parassiti di LEISHMAN nel succo splenico.

Milza. Arrivava inferiormente ad 1 cm. sotto la spina iliaca superiore anteriore; anteriormente arrivava ad una linea tirata parallelamente alla mediana del corpo, partendo dal limite tra il terzo medio ed il terzo interno della clavicola sinistra. Le sue misure sono: lunghezza 18 cm.; larghezza 10; spessore 4. Peso: 350 grammi.

Capsula ed ilo normali. Parenchima molle, non diffluente, di color rosso scuro. Ad occhio nudo non si vedono né le trabecole né i follicoli. Non vi sono infarti né emorragie. Nel polo superiore un piccolo nodo caseificato, sottocapsulare.

Esame istologico

A piccolo ingrandimento il fatto che piú spicca é l'enorme quantitá di globuli rossi che infiltra i cordoni della polpa, mentre ció non esiste nei follicoli. Ne vien di conseguenza che in molte zone questi ultimi sembrano immersi in laghi di sangue.

Capsula e trabecole sono normali, come normale è il loro tessuto elastico.

Follicoli. In generale sono piccoli; in piú punti quasi non sono riconoscibili. L'arteria penicillare ha talora l'endotelio desquamato; le cellule di esso non contengono mai parassiti. Il connettivo di sostegno é aumentato con punto di origine dall'avventizia dell'arteria; non é, peró, mai molto abbondante, né vi é mai neoformazione di fibre elastiche. Esso forma una rete a maglie larghe e irregolari, e non é in preda alla degenerazione ialina. In qualche follicolo si trovano blocchetti ialini dovuti al fondersi di emazie ialinizzate, Le «Gitterfäsern» sono piú abbondanti e piú spesse della norma, ma non hanno una particolare disposizione.

Le cellule proprie dei follicoli sono rappresentate da numerosi linfoblasti e da copiosissimi prolinfociti e linfociti. Nei follicoli non si trovano elementi che contengano parassiti.

Polpa rossa. Il reticolo in alcune zone é normale, in altre é aumentato lievemente o fortemente a seconda dei punti. Le maglie

che esso forma sono piuttosto larghe. La neoformazione connettiva parte dall'avventizia delle venule e delle arteriuzze della polpa. Nessuna neoformazione di fibre elastiche. «Gitterfäsern» abbondanti, spesse, sinuose, con regolare disposizione.

I vasi sono congesti Nelle lacune vi é molto sangue fra i cui elementi esistono numerose cellule pigmentifere.

Alcune lacune hanno le pareti rotte sicché il loro contenuto ematico stravasa nei cordoni.

I cordoni della polpa sono infiltrati da numerosissimi globuli rossi commisti a moltissimi elementi cellulari; ció fa che il tessuto alle volte si presenti compatto, sí che spesso le lacune, compresse, non si vedono che osservando con molta attenzione. Nei loro endoteli non si trovano mai parassiti. Le cellule parassitifere risiedono ora in vicinanza delle pareti delle lacune, ora sono da esse distanti e senza ordine fisso. Esse hanno le stesse caratteristiche di quelle dei casi che precedono.

Le pigmentifere sono molte numerose in alcune zone, mentre mancano in altre.

Dove vi sono pigmentifere, mancano le parassitifere.

Talora il pigmento riempie le cellule endoteliali delle lacune. Le globulifere sono relativamente rare. Non si trovano megacariociti.

Esame degli organi dell'ilo

Reperto come quello dei casi che precedono.

Preparati per istriscio

(Fatti all'autopsia)

Cellule primordiali: molte cellule a nucleo monocitoide, emoistioblastiche, e pochi emocitoblasti.

Serie granulocitiche. Cellule immature: nessuna. Mature: rari granulociti neutrofili; rarissimi gli eosinofili; assenti i basofili.

Serie monocitica. Monoblasti e monociti: non numerosi.

Serie linfocitaria. Linfoblasti: copiosi. Prolinfociti e linfociti: numerosissimi.

Serie emogolobinica. Cellule immature: proeritroblasti e normoeritroblasti basofili non molto numerosi. Meno copiosi i policromatici. Ortocromatici: rari. Globuli rossi: qualche policromatofilo. Normali gli ortocromatici.

Cellule tipo Rieder: assenti. Tipo Türk: non molto numerose.

Globulifere: rare; sono quelle che contengono parassiti.

Pigmentifere: assenti.

Pigmento libero: manca.

Plasmazellen: copiose. Megacariociti: assenti. Piastrine: poche e normali.

Cellule parassitifere: moltissime. Sono del tipo delle emoistioblastiche monocitoidi, con nucleo tondo od ovale abbastanza rego-

lare, con nucleolo bleu o rosa. Citoplasma ampio, bleu-violetto sporco, finamente granuloso, senza filamenti o granulazioni speciali, qualche volta con prolungamenti irregolari a pseudopodo. I contorni cellulari anche degli elementi tondeggianti sono sempre sfumati, indecisi.

Qualcuna di queste cellule ha il nucleo nettamente linfocitico. Altre presentano il nucleo deteriorato, pallido, mal colorabile (fenomeni cadaverici?).

CASO VI

Bambino di 5 anni, di Poço do Bispo (Lisbona), splenomegalico e profondamente anemico. Malato del Prof. PULIDO VALENTE.

Preparati per istriscio

(*Fatti con succo splenico ricavato con una puntura aspiratrice della milza*)

Cellule primordiali: pochi emoistioblasti contenenti parassiti (v. cellule parassitifere) e scarsi emocitoblasti.

Serie granulocitiche. Cellule immature: mieloblasti proneutrofili e mielociti neutrofili scarsi: mancano cellule immature eosinofile e basofile. Elementi maturi: pochi granulociti neutrofili, rari relativamente gli acidofili. Mancano i basofili.

Serie monocitica. Pochi monoblasti e monociti.

Serie linfocitaria. Numerosi linfoblasti prolinfociti e linfociti.

Serie emoglobinica. I suoi elementi abbondano. Molti di essi sono evidentemente deteriorati, ció che é indicato dalle frequenti vacuolizzazioni del nucleo e del citoplasma. Nelle cellule di questa serie le mitosi sono rarissime. Le emazie presentano sovente la policromatofilia ordinaria (non azurrofila). Qualcuna é anche punteggiata. Le emazie mature, ortocromatiche, non hanno nulla degno di nota (assenza di anisocitosi, poichilocitosi, forme giganti, ecc.).

Plasmazellen: presenti non abbondanti. Lo stesso dicasi degli elementi tipo TÜRK. RIEDER: assenti.

Megacariociti: rarissimi e non piastrinogeni. Piastrine: pochissime e normali.

Globulifere, pigmentifere e pigmento libero mancano del tutto.

Cellule parassitifere: molto poche, grandi, tondeggianti o con molti prolungamenti citoplasmatici. Nucleo grande, rosso-violetto chiaro con reticolo finissimo, monocitoide. Nucleoli bleu, molto pallidi. Citoplasma sottile, lievemente bleu, finissimamente granuloso, senza granulazioni o filamenti speciali. Molti parassiti nel loro interno, con nucleo, blefaroplasta e contorni cellulari ben visibili (come quelli del Caso I).

In nessuna altra specie di elementi si trovano Leishmanie.

Parassiti liberi fra le cellule: non abbondanti, normali.

CASO VII

Bambino di 2 anni e mezzo, da Setubal, ove contrasse la malatia. Anemico e splenomegalico. Malato del Prof. SALAZAR.

Preparati per istriscio

(Ricavati da una puntura aspiratrice della milza)

Cellule primordiali: qualche raro emocitoblasto. Emoistioblasti (v. cellule parassitifere).

Serie granulocitiche. Mancano gli elementi immaturi. Cellule mature: non abbondanti granulociti neutrofili. Eosinofili e basofili mancano.

Serie monocitica. Monoblasti e monociti in discreto numero.

Serie linfocitaria. Copiosi linfoblasti, prolinfociti e linfociti.

Serie emoglobinica. Elementi immaturi: qualche raro megaloblasto basofilo. Proeritroblasti e normoeritroblasti basofili grandi e piccoli e policromatici non abbondanti. Normoeritroblasti ortocromatici: non copiosi.

Emazie: anisociti e poichilociti. Policromatofilia non azzurrofila.

Plasmazellen: rare.

Cellule tipo RIEDER: assenti. Tipo TÜRK: poche.

Megacariociti: assenti. Piastrine: numerose, normali.

Globulifere: sono tali solo le cellule che contengono anche parassiti; pigmentifere e pigmento libero mancano.

Cellule in distruzione: numerose.

Cellule parassitifere: numerosissime, con nuclei grandi, tondi, ovali, allungati, arcuati, irregolari, qualche volta con vacuoli, a struttura nitidamente monocitoide. In tali nuclei spesso mancano i nucleoli. Quando vi sono, si colorano in rosa e piú raramente in bleu. Qualche nucleo ha struttura linfocitoide. Citoplasma ampio, irregolare, con prolungamenti, finissimamente granuloso, spesso vacuolizzato, alle volte ridotto come un cribro. Esso si colora col metodo di MAY-GRÜMWALD-GIEMSA, in bleu violaceo sporco.

Qualche volta in questo citoplasma si vedono granulazioni bleu ed azzurrofile.

Dentro a queste cellule i parassiti si trovano in numero molto vario. Alcune ne sono completamente piene, altre, oltre ai parassiti, contengono piastrine ed emazie; mai pigmento.

Parassiti liberi sono moltissimi. Spesso si tovano dentro a una sostanza che ha i medesimi caratteri del citoplasma delle parassitifere sopra descritte e che non é se non frammenti di esso.

In altri elementi cellulari che non siano i sopra detti non esistono parassiti.

CASO VIII

Bambina di 3 anni, da Poço do Bispo (Lisbona). Anemia profonda; splenomegalia. Malata del Prof. SALAZAR DE SOUSA.

Preparati per istriscio

(Fatti col succo splenico tratto con una puntura aspiratrice)

Cellule primordiali: mancano gli emocitoblasti; numerosissimi gli emoistioblasti a nucleo monocitoide.

Serie granulocitiche: mancano gli elementi immaturi; dei maturi si vedono soltanto i neutrofili.

Serie monocitica: monoblasti rari; monociti pochi.

Serie linfocitaria: linfoblasti e prolinfociti discretamente abbondanti; linfociti molti.

Serie emoglobinica. Elementi immaturi: rari proeritroblasti. Qualche eritroblasto basofilo e qualche normoeritroblasto policromatico ed ortocromatico con nucleo in picnosi. Qualche emazia con policromatofilia ordinaria.

Plasmazellen: molto numerose.

Cellule tipo RIEDER: assenti; tipo TÜRK: assai rare. Megacariociti: assenti. Piastrine: molte e normali.

Globulifere numerose; appartengono tutte alle cellule emoistioblastiche a nucleo monocitoide.

Pigmentifere e pigmento libero mancano.

Cellule in distruzione: poche.

Cellule parassitifere. Poche; tutte del tipo delle emoistioblastiche monocitoidi, con citoplasma a molti prolungamenti. Molte sono binucleate. I caratteri del citoplasma sono i soliti; non ha vacuoli. I parassiti in esse contenuti sono sempre pochi. Oltre a questi molte contengono piastrine e globuli rossi; mai leucociti.

Leishmanie libere poche.

I parassiti non si trovano in altri elementi che non siano i sopra descritti.

CASO IX

Bambino di 4 anni e mezzo, nato a Santarem (Ribatejo), da cui non si mosse mai. Splenomegalico. Punture aspiratrici della milza positive per i corpi di LEISHMAN: lo stesso dicasi per il midollo osseo ottenuto per trapanazione dell'epifisi superiore della tibia.

Splenectomia il 1 Maggio 1920 (SALAZAR DE SOUSA). Milza del peso di 850 gr. Lunghezza 23 cm.; larghezza 12 cm.; spessore 6 cm. Forma ovoide, regolare. Una incisione poco profonda sul margine anteriore, in prossimitá del polo superiore.

Capsula del tutto normale. Consistenza del viscere solida, elastica. Parenchima: assenza di infarti; follicoli ben visibili sotto forma di punti biancastri della grossezza di teste di spillo; polpa di colotito rosso scuro; innumerevoli emorragie della grandezza da una capocchia di spillo a quella di un cece, sparse per ogni dove, e specialmente abbondanti lungo il margine posteriore, ove confluiscono in parte.

Durante la splenectomia esce dal tronco della vena splenica abbondantissimo sangue scuro, fluido. Se ne fanno strisci per l'esame istologico.

All'ilo un pacchetto di gangli linfatici grossi da un cece ad un fagiuolo, non fusi tra di loro, consistenti, con parenchima congestionato, umido. Anche colla loro polpa, come con quella della milza, si allestiscono preparati per istriscio.

Esame istologico

Capsula normale; trabecole pure senza alcunché di notevole. Il loro tessuto elastico non mostra particolaritá degne di nota.

Follicoli. Molti sono grandi, con largo centro germinativo, il quale spesso é piú ampio della corona di elementi linfocitari che vi sta attorno. Nel centro germinativo non sono rare le cellule in cariocinesi e i globuli rossi normali, infiltrati fra i suoi elementi.

Il reticolo dei follicoli é soltanto raramente aumentato (fibroadenico) per neoformazione di fibrille che partono dalla avventizia delle penicillare o per ingrossamento delle preesistenti: in qualche centro germinativo fra le cellule si trovano dei blocchi di sostanza ialina che si colora in azzurro col metodo di Ribbert-Mallory-Löwenstein. Non vi é neoformazione di fibre elastiche.

In altri follicoli le lesioni sono piú gravi. La penicillare, pure avendo pareti integre, é deformata per la pressione su di essa esercitata da un'enorme quantitá di emazie che ha occupato il corpo del follicolo, disgregandone gli elementi. Fra emazie e cellule proprie del follicolo esiste gran quantitá di pigmento granulare che dá le reazioni del ferro (emosiderina).

Tutto all'intorno resiste ancora un anello di cellule linfoidi. Questo aspetto della penicillare conservata in mezzo ad un lago di sangue é costante. Alcune volte l'emorragia é piú imponente e trabocca dai limiti del nodulo follicolare disgregandoli del tutto e versandosi nella circostante polpa rossa. Infine si arriva a questo: grosse zolle di pigmento giallo, che si direbbe in via di cristallizzazione, che non dá la reazione del ferro, sono circondate da uno stipato reticolo di fibre connettive che si colorano intensamente in azzurro col metodo di Perls per il ferro. Tra fibrilla e fibrilla vi sono granulazioni di pigmento che non dá questa reazione, globuli rossi e fibroblasti.

Alla periferia di questo complesso di elementi si trova la penicillare larga ed intatta: e il tutto é affondato in un lago di sangue,

ossia di globuli rossi ben conservati fra cui esistono cellule linfocitoidi e pigmento granulare finissimo che non dá la reazioni del ferro. Tutto attorno v'é la polpa rossa, a tessitura molto stipata.

Non vidi lesioni vasali che giustifichino questi accumuli di sangue nei quali non si trovano, o son rarissimi, i granulociti.

Nei follicoli non esistono cellule parassitifere, come non sono tali gli endoteli delle penicillari.

Polpa rossa. Il reticolo é diffusamente ispessito e in certi punti piú che in altri. Talora in ognuna delle maglie strette di esso si trovano soltanto una o due cellule. La neoformazione connettiva, almeno parzialmente, proviene dalla periferia delle trabecole.

Le «Gitterfäsern» in questa milza sono normali.

Le lacune della polpa in alcune zone sono obliterate per l'enorme quantitá di emazie che infiltra il tessuto. Negli altri punti son d'ampiezza normale o pressoché tale. I loro endoteli non contengono mai parassiti. Nel lume sono raccolti moltissimi elementi: emazie, granulociti neutrofili e acidofili, linfociti, cellule grandi contenenti parassiti ed elementi della serie emoglobinica.

Non di rado le pareti delle lacune sono rotte in un punto, ed allora i circostanti elementi cellulari della polpa vi irrompono dentro in massa. Alle volte il contenuto delle lacune é cosi grande che il loro lume ne é completamente zaffato.

Importante é la produzione cellulare della polpa rossa perché non solo é abbondantissima, ma anche per la ragione che in essa si trovano elementi granulocitici che non si videro negli altri casi, come i granulociti acidofili: i neutrofili sono molto abbondanti, come pure notevole é la copia degli elementi della serie rossa, maturi ed immaturi. Numerosi sono i monociti, numerosissime le Plasmazellen.

I megacariociti sono in numero discreto, disposti la maggior parte in prossimitá delle pareti delle lacune e gli altri nello spessore dei cordoni: essi non contengono, dentro al loro corpo, né Leishmanie né elementi cellulari. Non vidi mai quei pseudopodi che si introducono nel lume vascolare (pseudopodi piastrinogeni) descritti da Cesaris Demel.

Le cellule parassitifere sono moltissime e, come si é detto, nón se ne trovano all'interno dei follicoli, ma risiedono soltanto nella polpa rossa. Alcune hanno stretti rapporti coi filamenti del reticolo di Tigri. Spesso sono riunite in ammassi di molti elementi: ma la loro distribuzione é senza ordine, essendo piú abbondanti in alcuni punti che in altri. Nelle sezioni il loro nucleo é tumido, povero di reticolo cromatinico, talora vescicolare. Il numero delle Leishmanie é sempre molto notevole: talora insieme a queste vi sono, nello stesso corpo cellulare, elementi maturi ed immaturi della serie emoglobinica.

Vasi dell'ilo e tronco della vena splenica

Non hanno alcuna alterazione. Anche il tessuto elastico si comporta normalmente. Nel lume della vena vi sono moltissime emazie, non molti globuli bianchi e parecchie cellule parassitifere.

Esame sugli strisci

(Da punture aspiratrici prima della splenectomia, e dalla polpa splenica dell'organo appena asportato)

Cellule primordiali.

A) Emoistioblasti.— Pochi. Sono cellule identiche a quelle che ho descritto sotto questo nome con FERRATA. Per la loro minuta descrizione rimando a quel lavoro. Il nucleo, unico e grande, violetto chiaro col May-Grünwald-Giemsa, ha nitida struttura «a spugna»: cioé é costituito da grossi filamenti formanti un reticolo qua e lá vacuolizzato: due o tre nucleoli, bleu col MAY-GRÜNWALD-GIEMSA. Protoplasma ampio, deformato dai vicini elementi cellulari, con filamenti e granulazioni azzurrofili (ergastoplasmatiche?). Oltre a questi, altre cellule emoistioblastiche sono rappresentate dalle solite appartenenti ai reticoli splenici, e che contengono le Leishmanie (v. cellule parassitifere).

Non vidi dentro questi elementi alcun corpo fagocitato.

B) Emocitoblasti.— Non sono abbondanti.

Serie granulocitiche.— La neutrofila é completa e abbondante in tutti i suoi elementi. La acidofila c'é tutta, ma é rappresentata piú specialmente dai mielociti, metamielociti e leucociti ed é piuttosto scarsa.

Serie monocitica. Monoblasti e monociti scarsi.

Serie linfocitica. Tutta abbondante.

Serie emoglobinica. Tutta rappresentata e abbondante. Vi é anche qualche megalobasto patologico.

Plasmazellen. Non molto abbondanti. Cellule tipo RIEDER molte. Tipo TÜRK non molto abbondanti.

Megacariociti molto numerosi: molti con «campeggiamento» ed evidente produzione di piastrine. Piastrine isolate poche. Parecchie «placche» di piastrine.

Globulifere. Numerose; sono le stesse che contengono i parassiti di LEISHMAN (v. cellule parassitifere).

Pigmentifere e pigmento libero mancano del tutto.

Cellule patologiche. Molti elementi di specie differente, mononucleati, presentano vacuoli nel nucleo e nel protoplasma. Alcuni sono ridotti ad un cribro addirittura.

Cellule parassitifere. Sono in abbondanza, rotonde, tondeggianti e talora ovali e allungate, grandi, con nucleo tondo ad ovale e a struttura monocitoide, o con reticolo un poco piú spesso, in generale con nucleoli tinti in bleu dal MAY-GRÜNWALD-GIEMSA. Altre

cellule parassitifere hanno nucleo «a spugna». Citoplasma con contorni ora nitidi, ora sfrangiati e mal definiti, sempre molto sviluppato, bleu, finamente granuloso. Queste cellule alle volte contengono moltissimi parassiti in diversi stadi di conservazione secondo gli elementi. Oltre alle Leishmanie, quasi costantemente queste cellule parassitifere inglobano elementi cellulari, e specialmente quelli della serie emoglobinica in qualsiasi loro stadio di sviluppo. Oltre a queste qualche volta vi sono piastrine, mai vi ho visto fagocitati elementi bianchi a nucleo polimorfo, monociti o linfociti. I medesimi macrofagi talora contengono solamente cellule emoglobiniche.

Sangue del tronco della vena splenica

(*Raccolto durante la splenectomia*)

Vi si trovano tutti gli elementi visti negli strisci della polpa. I derivati granulocitici degli emoistioblasti sono in numero abbastanza scarso. Le emazie presentano spesso la policromatofilia comune. Presenti, in un certo numero, anche le cellule parassitifere.

CASO X

Bambina di 2 anni e mezzo, nàta e sempre residente a Lisbona. Anemica e splenomegalica. Punture aspiratrici della milza diedero reperto positivo per i corpi di Leishman.

Splenectomia il 15 Maggio 1920 (Salazar de Sousa).

Milza del peso di 460 grammi. Lunghezza 16 cm.; larghezza 10 cm; spessore 4 cm. Forma ovoide, con una profonda incisura nel margine anteriore. presso al polo superiore, e due altre piccole incisure nel margine posteriore, presso al polo inferiore.

Capsula normale. Parenchima piuttosto molle. Trabecole non visibili. Follicoli assai ben distinti, uniformemente grossi come teste di spillo, bianchi, molto molli. Polpa congesta, di color vinoso, con emorragie piccole sparse qua e lá, specie verso il polo superiore e il margine posteriore. Non si osservano infarti.

Colla polpa e col sangue della vena splenica si allestiscono molti preparati per istriscio.

Esame istologico

Capsula e trabecole son normali. Le loro fibre elastiche sono pure normali per numero e struttura. I vasi delle trabecole non presentano particolaritá degne di nota: nei loro endoteli non si trovano parassiti.

Follicoli. Son grandi, ben visibili; in generale non mostrano alterazioni. Rarissimi hanno un lieve processo di fibroadenia, il cui connettivo prende punto di partenza dai contorni della penicil-

lare. È spesso ben sviluppato un centro germinativo che presenta molti elementi in cariocinesi.

Fra le cellule dei due strati follicolari si trova una scarsa infiltrazione di globuli rossi ben conservati. Non esistono nei follicoli cellule contenenti Leishmanie.

In generale molte emazie si trovano tutto attorno ai follicoli, molti dei quali sembrano circondati da uno spesso anello di questi elementi.

Le penicillari non presentano alterazioni, né nelle loro pareti, né nel loro endotelio in cui non si scorgono mai parassiti.

Polpa rossa. Il reticolo é ora normale, ora ispessito, secondo i punti. Le sue singole fibrille, in quest'ultimo caso, sono ingrossate, non aumentate di numero.

Le lacune della polpa non sono mai ectasiche; talora, per lo contrario, sono ristrette. La quantitá del loro contenuto varia: alle volte sono piene di cellule, specie di emazie, altre volte queste non sono abbondanti. Sempre presenti sono gli elementi nucleati, specie quelli della serie rossa e della serie linfocitica: come pure costituiscono frequente reperto grandi cellule a contorni irregolari, a gran nucleo piú meno ricco di cromatina, con Leishmanie fagocitate. Gli endoteli delle lacune non contengono mai parassiti.

Non infrequentemente le pareti delle lacune si presentano rotte in un punto, e le cellule della polpa rossa che stanno loro vicine irrompono dentro al lume.

Nella polpa rossa scarseggiano gli elementi granulocitici neutrofili: non si riscontrano gli eosinofili.

Presenti, ma non abbondanti, le cellule immature della serie emoglobinica e non abbondantissime le emazie. Pure non abbondanti i monociti ed i linfociti. Numerose le tipiche Plasmazellen raccolte spesso in piccoli accumuli senza speciali luoghi di elezione. Pochi sono i megacariociti, ora vicini ora lontani da vasi e da lacune. Essi non dimostrano mai proprietá fagocitarie verso le Leishmanie o verso elementi cellulari o di altra specie. Neanche in questo caso prolungamenti del loro corpo cellulare si insinuano dentro le vene o dentro le lacune della polpa. Pigmento libero o fagocitato manca del tutto.

Cellule parassitifere. Come si é detto mancano nei follicoli; invece sono, nella polpa rossa, estremamente numerose, e piú in alcune zone che in altre. Si trovano sia in prossimitá che distante dalle lacune e dai vasellini della polpa. Molte sembrano appartenere all'avventizia di questi ultimi o al connettivo che sta immediatamente all'esterno delle lacune.

Con una osservazione molto attenta si scorge che il nucleo degli elementi perivasali contenenti parassiti é piú denso di cromatina che quello delle cellule che non hanno alcun rapporto colla parete esterna dei vasi e delle lacune. Queste ultime cellule a nucleo piú chiaro, spesso vescicoloso, ben distinguibili da tutte le altre della polpa rossa di cui sono, anche, molto piú voluminose, sono spesso

adese ai filamenti del reticolo di TIGRI e appartengono ad esso (cellule endotelioidi del reticolo). Nel loro interno molte, e spesso moltissime, sono le Leishmanie, contemporaneamente alle quali si trovano non di rado emazie ed elementi cellulari piú o meno ben conservati.

Vasi dell'ilo e tronco della vena splenica

Nessuna lesione in essi. I loro endoteli non contengono parassiti. Nella splenica é contenuto molto sangue e copia di elementi nucleati della serie emoglobinica, delle serie linfocitica e monocitica e grandi cellule parassitifere qualcuna delle quali anche globulifera, in generale con nucleo poco ricco di cromatina: ma ve ne sono anche con nucleo piú denso, piú colorato. Il loro citoplasma é irregolare, sfrangiato o sbavato.

Preparati per istriscio

(Da punture aspiratrici della milza prima dell'operazione, e da strisci dell'organo subito dopo asportato)

Cellule primordiali.

A) Emoistioblasti. Numerosissime grandi cellule in generale mononucleate, a contorni irregolari o sfrangiati, con forte potere fagocitario verso le Leishmanie e spesso anche verso elementi maturi ed immaturi della serie emoglobinica. Il nucleo, che possiede nucleoli, é a filamenti piuttosto sottili formanti un reticolo a maglie strette. Si colora in rosso violaceo pallido col MAY-GRÜNWALD-GIEMSA (nucleo simile al monocitoide). Fra questi elementi ed altre cellule piú piccole coi caratteri dei monoblasti e dei monociti vi sono tutti gli stadi di passaggio.

Dai confronti colle sezioni istologiche, queste cellule appartengono al reticolo di TIGRI.

Una seconda specie di cellule emoistioblastiche é provvista di nucleo «a spugna», con vacuoli e nucleoli.

Il citoplasma é come quello delle precedenti, ora a contorni ben definiti, ora sfrangiati. Si colora in bleu col MAY-GRÜNWALD-GIEMSA ed é finamente spongiaplastico oppure granuloso, come polverulento. Anche queste cellule hanno potere fagocitario verso le Leishmanie e qualchevolta, ma di rado, verso i globuli rossi. Fra esse ed elementi piú piccoli dalle caratteristiche dei linfoblasti, prolinfociti e linfociti vi sono nitidi stadi di transizione. Questa seconda specie di emoistioblasti si riscontra, nelle sezioni, all'esterno dei vasi della polpa e delle lacune.

B) Emocitoblasti. Scarsamente presenti.

Serie granulocitiche. Di queste serie si trovano soltanto rari mielociti e ben pochi granulociti neutrofili; nessun eosinofilo o basofilo.

Serie emoglobinica. É tutta presente, elementi immaturi e maturi, ma non é cosi abbondante come in altri dei precedenti casi. In molte delle sue cellule il nucleo é in mitosi. Gli eritroblasti poli-

cromatici e basofili sono scarsissimi come le corrispondenti emazie.

Plasmazellen: molte, tipiche, disposte senza sedi di predilezione.

Cellule patologiche, tipo RIEDER e TÜRK mancano.

Megacariociti, in discreto numero, non piastrinogeni, e sprovvisti di proprietá fagocitiche. Piastrine assai poche e normali.

Cellule globulifere: sono esclusivamente le emoistioblastiche anzidette.

Cellule pigmentifere e pigmento libero mancano.

Cellule parassitifere sono soltanto le sudette emoistioblastiche dei due tipi, cioé a nucleo simile al monocitoide e a nucleo «a spugna», rispettivamente appartenenti alle cellule endotelioidi del reticolo di TIGRI e alle cellule avventiziali dei vasellini della polpa e ad alcuni di quelle che si trovano alla periferia delle lacune spleniche.

Non ho visto parassiti di LEISHMAN in grembo ad altri elementi cellulari.

Sangue della vena splenica

Gli elementi nucleati sono abbondantissimi; si puó dire che vi sono tutte le cellule viste negli strisci della polpa splenica: ed é naturale, ricordando che spesso le pareti delle lacune son rotte e che in esse le cellule della polpa irrompono. Le emazie hanno spovente la policromatofilia comune, non la azzurrofila: nessun altro fatto notevole in esse.

Abbondano gli elementi parassitiferi e globuliferi descritti negli strisci della polpa e i derivati monocitici e linfocitici emoistioblastici giá in essi menzionati.

COMMENTO

Da quanto ho esposto nei singoli reperti delle milze esaminate risulta che il tumore splenico era dovuto ai seguenti fattori:

1° Produzione, talora molto notevole, di elementi ematici della serie emoglobinica (intensa eritropoiesi splenica).

2° Congestione delle lacune.

3° Iperproduzione delle cellule ematiche della serie linfocitica dei cordoni, accompagnata spesso da quella della serie monocitica (monocitopoiesi e linfopoiesi) e dalle Plasmazellen.

4° Modificazione fibroadenica del reticolo dei follicoli o dei cordoni della polpa, o di ambedue insieme; bisogna peró notare che quest'ultima, nei follicoli, va spesso di pari passo colla scomparsa di molti elementi follicolari.

5° Abbondanza di grandi cellule contenenti i parassiti di LEISHMAN. (Cellule endotelioidi emoistioblastiche dei reticoli.

In una di queste milze (Caso IX) alla iperproduzione di elementi della serie emoglobinica, si aggiungeva anche quella delle cellule

delle serie granulocitiche, sia passanti per una fase emocitoblastica (granulociti del sangue circolante normale) sia derivanti direttamente dall'emoistioblasto (granulociti istiogeni).

Quanto all'aspetto macroscopico del viscere, basta ricordare la descrizione dei diversi casi per concludere che, eccezion fatta per il notevolissimo aumento di tutti i diametri, non vi sono caratteristiche tali che permettano di stabilire, in assenza dei dati dell'esame volto alla ricerca del parassita, di trovarsi in presenza di una splenomegalia da Leishmaniosi.

Giá nelle prime righe di questo scritto ho fatto notare che fra i miei reperti e quelli di altri AA. vi sono notevoli differenze.

Da questo riassunto dei fattori della splenomegalia risulta subito tale disparitá dei quadri anatomo-patologici.

Credo opportuno insistere su queste differenze, riassumendo le principali [1].

A) *Infarti.*— Non una volta io ne ho trovati nelle sette milze studiate sul pezzo anatomico.

Viceversa altri AA. ne hanno riscontrato. Dionisi, ad esempio, in alcuni casi ha visto «grossi infarti anemici dipendenti da trombosi arteriose come nella leucemia e nella febbre ricorrente». Cicatrici sclerotiche da vecchi infarti trovarono Jemma e Di Cristina.

B) *Perisplenite.*—Pianese (cit. da Severino) l'ha osservata costantemente. Martelli ne parla come di un fatto costante nella Leishmaniosi infantile, insieme alla splenite interstiziale. Di Cristina e Cannata (cit. dalla G. Barrio) trovarono, in un caso, la capsula leggermente ispessita. La G. Barrio stessa nota, in un caso, il reperto medesimo.

Soltanto in una milza (Caso I) io ho osservato una piccola area di perisplenite fibrosa, non adesiva.

C) *Tessuto elastico.*—Mentre i miei reperti concordano con quelli di quasi tutti gli altri AA. circa la iperproduzione connettiva, specie quella che avviene nei glomeruli e che parte dall'avventizia dall'arteria penicillare, non altrettanto posso dire della presenza del tessuto elastico. Io lo ho visto sempre normale, per sviluppo e costituzione, nella capsula e nei suoi prolungamenti interni (trabecole) e nei cordoni della polpa. Nel connettivo neoformato dei follicoli fibroadenici o mancava del tutto, o v'era un lieve accenno alla sua neoproduzione (Casi II e III).

Invece Martelli come fatto costante dá l'iperformazione elastica dovunque si trovi connettivo.

---

[1] Per quanto possa sembrare superfluo, faccio notare che istituisco il confronto soltanto per i casi resi noti di *Leishmaniosi infantum*, senza occuparmi, per ora, di prendere in esame quelli di Leishmaniosi degli adulti, o Kala-Azar propriamente detto. Ma con questo non voglio affatto pronunziarmi qui sulla identitá o meno delle due forme morbose, non essendomi mai occorso di studiare la Leishmaniosi interna degli adulti.

Aumento del tessuto elastico hanno visto anche PIANESE e VISENTINI: SEVERINO dice addirittura che «il tessuto elastico é sviluppatissimo, sproporzionato allo sviluppo del connettivo»; analogamente TOMASELLI ne notó aumento di formazione nella milza di una scimmia a cui aveva trasmesso l'infezione Leishmanica di un bambino. Al pari di me, PACCHIONI e MENABUONI non hanno notato iperproduzione di fibre elastiche nei due casi da essi studiati, ma giova osservare che essi non vi rilevarono nemmeno fibroadenia: solo notano che le pareti di alcune arterie penicillari erano alquanto ispessite. Questo riferisco perché nei miei due casi in cui avevasi neoproduzione elastica essa avveniva lá soltanto dove si notava, nei follicoli, la fibroadenia.

D) *Funzione emocateretica della milza.* — DIONISI nota come fatto costante una esagerata funzione emocateretica degli elementi della polpa, ció che contribuisce a giustificare il tumore splenico che per questo A. «é in gran parte spodogeno, come nella malaria ed in altre anemie secondarie».

Numerosi macrofagi e scarse cellule pigmentifere vi ha veduto SEVERINO; pigmento ematicó nelle stesse cellule che contenevano parassiti videro JEMMA e DI CRISTINA, come pure DI CRISTINA e CANNATA (cit. dalla GONZALES BARRIO). Nel caso di VISENTINI le pigmentifere e le globulifere erano rarissime. Al contrario di quanto DIONISI vide nei suoi casi, io non ho mai osservato una esagerazione della funzione emocateretica della milza: anzi si puó dire che in alcuni dei miei esemplari la emocateresi sia quasi abolita, mai essendo numerosi e talora mancando gli elementi globuliferi, ed essendo rare o non trovandosi addirittura le cellule pigmentifere ed il pigmento libero. Pigmento ematico abbondante io non vidi che nelle zone o presso le zone di emorragia.

Un fatto interessante che non posso lasciar di notare é che nei Casi IV e V pigmentifere, globulifere e pigmento libero si trovano presenti soltanto in alcuni punti e precisamente in quelli ove non v'erano Leishmanie. Parrebbe, pertanto, che vi dovesse essere una relazione di causa ed effetto fra la presenza del parassita e la assenza di funzione emocateretica della milza. Non so che altri Osservatori abbiano notato questo reperto singolare.

E) *Funzione emopoietica della milza.* — DIONISI, LOMBARDO e VISENTINI non ne fanno cenno. MARTELLI e SEVERINO, escludono che si trovino «mielociti o globuli rossi nucleati»; LA GONZALES BARRIO non fa menzione che di «eosinofili molto abbondanti», JEMMA e DI CRISTINA non notano che un grande aumento delle cellule linfoidi nella polpa, scarsi eritroblasti e scarse cellule eosinofile.

JEMMA parla solo di un aumento di numero «di quelle cellule che furono descritte nella milza come megaloblasti e quí hanno un aspetto piú differenziato, in quanto che il loro protoplasma é piú fortemente carico di sostanza tingibile». PACCHIONI e MENABUONI hanno trovato «relativamente poco numerose le cellule linfoidi, scarsi gli eritroblasti, scarsissime le eosinofile». Questi AA. citano

i reperti di PIANESE[1] e cioé iperproduzione di tessuto linfoide, nessun accenno a tessuto mieloide.

Circa, poi, la maggior o minore quantitá di globuli rossi maturi, i risultati delle osservazioni dei singoli AA. sono differentissimi; dal PIANESE che ha trovato la milza macroscopicamente povera di sangue, al VISENTINI che la vide fortemente iperemica, con infiltrazione sanguigna cosí intensa «da dare in qualche punto l'apparenza di veri e propri laghi di sangue».

PACCHIONI e MENABUONI hanno osservato un analogo reperto.

In tutti i miei casi i globuli rossi maturi erano numerosissimi e non solo nei vasi e nelle lacune, ma anche fra gli elementi cellulari della polpa rossa e talora di quella bianca: né vi é da meravigliarsi perché, oltre alle iperemia, v'é in tutti i miei casi, una spiccatissima produzione di elementi della serie emoglobinica.

L'infiltrazione di emazie nei follicoli si puó spiegare, oltre che col meccanismo suddetto, in parte anche con piccoli stravasi che siano avvenuti per diapedesi attraverso le pareti delle lacune congeste passivamente.

Per questo carattere i miei reperti specialmente differiscono da quelli degli altri Osservatori. Alle due splenectomie a cui assistetti vidi la vena splenica molto ingorgata; né é a dirsi che questo fatto fosse dovuto ad avere il Chirurgo allacciato o compresso essa prima di fare altrettanto sulla arteria.

I diversi Autori non fanno menzione della produzione della serie granulocitica: in questo concordano anche nove dei miei casi, perché in essi io la vidi o scarsissima o nulla. Invece tutto il contrario avviene in uno, il IX.

I miei reperti differiscono da quelli degli altri AA. anche sotto il rapporto della eosinofilia perché ho trovato (in 9 casi su 10) o assenti o estremamente scarsi gli eosinofili.

F) *Megacariociti.*— Essi per lo piú o mancavano o eran pochi.

Infatti su dieci casi, in sei non ho mai visto queste cellule gigantesche, in due (Casi III e VI) erano rarissime, in uno eran discretamente abbondanti e solo nel Caso IX si trovarono in buona quantitá.

Invece PIANESE avrebbe trovati i megacariociti costantemente relativamente numerosi.

Vale la pena di soffermarsi in modo speciale su questi elementi, intorno ai quali le opinioni sono tuttora piú discordi che mai; e non solo sulla dottrina della provenienza da essi delle piastrine, recentissimamente messa in dubbio da PERRONCITO o addirittura negata da PIANESE (il quale ultimo arriva perfino a escludere che quello che il BIZZOZERO chiamó «terzo elemento morfologico del sangue», esista preformato in esso, ma vi compaia soltanto in condizioni partico-

---

[1] Devo citare sempre di seconda mano questo A. perché non mi fu possibile avere, né direttamente, né indirettamente i suoi lavori.

lari); ma anche sulle loro funzioni fagocitarie. Anzi su questo punto la discordia arriva a tale segno che nello stesso numero 1° del giornale *Haematologica*, mentre PERRONCITO (pag. 116) dice «dei megacariociti noi conosciamo le importantissime attivitá fagocitarie: queste cellule hanno insieme le attivitá dei microfagi e quelle dei macrofagi, giacché sono capaci di fagocitare indifferentemente globuli bianchi e globuli rossi, bacteri e protozoi»; il PIANESE (pag. 88) asserisce che, secondo le sue ricerche, senza voler negare in modo assoluto qualsiasi potere batteriofago o protistofago ai megacariociti, scrive: «essi non spiegano alcuna azione fagocitaria né contro il B. tubercolare, né contro i piogeni in genere né contro la Leishmania. E non sono nemmeno citofagi». Detto Autore spiega la presenza di granulociti neutrofili ed acidofili dentro ai megacariociti non come una prova di una attivitá fagocitaria di quest'ultimi verso i globuli bianchi, ma, al contrario, come una invasione dei megacariociti da parte dei granulociti.

Stando cosí le cose, interessanti sono i miei reperti.

Nelle milze da me prese in esame ho visto che i magacariociti non hanno sedi fisse: essi stanno sia in tutta prossimitá delle lacune della polpa, sia distanti da esse, nello spessore dei cordoni di BILLROTH: non ho mai osservato il fenomeno descritto da CESARIS DEMEL del passaggio di loro pseudopodi attraverso le pareti delle vene o delle lacune venose.

Nei preparati per istriscio in alcuni casi ho constatato il cosidetto «campeggiamento» del citoplasma dei megacariociti, analogo a quello descritto da molti Autori (WRIGHT, FOÁ, OGATA, LE SOURD e PAGNIEZ, DOWNEY, CESARIS-DEMEL, FERRATA e NEGREIROS-RINALDI, ecc.) e che attesterebbe la derivazione delle piastrine dai megacariociti in seguito ad un processo di differenziamento del loro protoplasma linfoide.

Circa le proprietá fagocitarie dei megacariociti devo dire che, né su i preparati in sezione microtomica, né sugli strisci, ho mai constatato corpi di alcun genere nel loro interno: né Leishmanie, né cellule del tessuto, né globuli del sangue. Con questo io non voglio né posso generalizzare, asserendo che in nessun caso i megacariociti siano dei fagociti: dico soltanto che nelle dieci milze che ho presso in esame le cellule gigantesche in questione non sono né parassitifere né citofaghe, venendo in tal modo a confermare quanto in proposito ha affermato il PIANESE.

G) *Sede delle Leishmanie.*— Quasi tutti gli Osservatori concordano nel dire che le Leishmanie si trovano nell'interno degli endoteli dei vasi di tutte le regioni spleniche. Oltre che in queste cellule, DIONISI le ha viste dentro ad «elementi della polpa che alla funzione emocateretica esagerata associano la fagocitosi dei parassiti, subendo poi alterazioni degenerative e necrotiche» e inoltre negli elementi del reticolo».

PACCHIONI e MENABUONI parlano di una quantitá straordinaria di cellule endoteliali ripiene di parassiti, senza specificare maggior-

mente. LOMBARDO le vide anche nei globuli bianchi mononucleati: VISENTINI le vide, nella milza, in cellule endoteliali e dentro a cellule fisse del reticolo, principalmente, colpite da degenerazione grassa; MARTELLI parla di grandi cellule mesenchimali o di cellule endoteliali. SEVERINO e MANSON di forme di passaggio e di elementi endoteliali.

LA GONZALES BARRIO classifica le cellule che contengono parassiti per «mononucleati grandi e piccoli, per macrofagi» e «polinucleari della polpa splenica», oltre che per endoteli delle lacune della polpa. JEMMA e DI CRISTINA parlano solo di endoteli dei vasi e delle lacune come contenenti parassiti. PIANESE di cellule connettivo-vascolari o mesenchimali.

Io, a parte che non ho mai visto in modo sicuro parassiti liberi nelle sezioni istologiche, come alcuni AA. (GONZALES BARRIO), in centinaia di preparati in sezione non ho mai osservato Leishmanie in un solo endotelio dei vasi ematici o linfatici o delle lacune della polpa, né negli endoteli dei vasi dell'ilo.

Detto cosí delle principali differenze fra i miei ed i casi degli altri AA., conviene soffermarsi su alcuni dei fatti descritti.

E, prima di tutto, come debbono interpretarsi le cellule contenenti le Leishmanie descritte nella esposizione dei quadri microscopici?

Su questi elementi ho pubblicato giá una nota a parte[1], ed a quella rimando il Lettore. Qui mi limito ad aggiungere che neppure ho visto Leishmanie dentro ad elementi, maturi od immaturi, delle serie emoglobinica e granulocitiche.

Data la loro sede e la loro struttura credo di potere affermare che le cellule contenenti parassiti appartengono a due categorie di elementi, e cioé: 1°) a quelle del reticolo di TIGRI e del reticolo dei follicoli con questa limitazione: che, mentre in tutti i casi quelle del reticolo di TIGRI erano parassitifere, quelle del reticolo dei follicoli lo erano solo in qualcuno; 2°) alle cellule delle avventizie vasali e ad alcune di quelle che si trovano subito all'esterno delle lacune della polpa.

Ambedue queste specie cellulari si debbono interpretare come emoistioblasti capaci di originare elementi monocitici (quelle del reticolo) e linfocitici (le avventiziali).

Senza dilungarmi su questo argomento, ricopio qui dalla accennata nota le conclusioni a cui sono in essa venuto:

1) Le cellule del reticolo di TIGRI e di quello dei follicoli di MALPIGHI (cellule endotelioidi) sono emoistioblasti (clasmatociti) a nucleo simile al monocitoide con denso reticolo di pezzi cromatinici sottili. Costantemente, nelle dieci milze affette da Leishmaniosi da me studiate, «mobilizzandosi», danno origine a cellule emoistio- blastiche della serie monocitica, senza passare per una fase emocitoblastica.

---

[1] V. n° 9 della 3ª serie di questo Giornale.

2) Queste cellule endotelioidi dei reticoli splenici ed i loro derivati monocitici, hanno sempre squisite proprietá fagocitarie verso le Leishmanie, spesso verso gli elementi cellulari, immaturi e maturi, della serie emoglobinica e verso le piastrine.

3) Le cellule avventiziali dei vasi e alcune di quelle che si trovano immediatamente all'esterno delle lacune della polpa sono veri e propri emoistioblasti che possono dare origine a linfociti emoistioblastici e piú raramente (un caso su 10) a granulociti acidofili e neutrofili emoistioblastici. Non ho constatato cellule emoistioblastiche con granulazioni basofile.

Gli elementi di origine avventiziale hanno nucleo cosidetto «a spugna».

4) I derivati linfocitici emoistioblastici hanno proprietá fagocitarie verso le Leishmanie; i granulociti emoistioblastici del caso succitato non mostrano proprietá fagocitiche.

5) Nelle milze da me studiate gli endoteli dei vasi ematici e linfatici e quelli delle lacune della polpa non avevano potere fagocitico né verso le Leishmanie né verso elementi cellulari.

6) L'entrata nella vena splenica degli emoistioblasti del reticolo o delle avventizie e dei loro derivati, molti dei quali contengono Leishmanie, si spiega colla irruzione di una quantitá di elementi cellulari nel lume delle lacune della polpa per le frequente rottura della parete di esse.

7) I medesimi elementi si riscontrano nel sangue circolante, ma in numero molto piccolo, perché molto verosimilmente la maggior parte di essi vengono trattenuti nei capillari epatici.

Le mie conclusioni 1 e 2 sarebbero analoghe alle vedute di Aschoff e Kiyono i cui istiociti, derivanti dagli elementi del reticolo splenico, corrisponderebbero ai monociti emoistioblastici dei miei casi, e che detti AA. avrebbero colorati vitalmente; e in parte a quelle di Ferrata e Negreiros-Rinaldi che hanno veduto fatti simili ai miei negli strisci delle milze e nel sangue di malarici.

In parte, perché mentre Ferrata e Negreiros-Rinaldi ammettono che le cellule con nucleo «a spugna» apppartengano agli elementi del reticolo, i confronti fra strisci e preparati in sezione istologica dei miei casi mi fanno concludere, come ho detto, che altre cellule siano, invece avventiziali. Al reticolo, secondo me, appartengono le cellule clasmatocitiche emoistioblastiche con nucleo monocitoide, da cui si originano i monociti: quegli elementi cioé che contenevano i parassiti di Leishman, i quali ultimi non ho mai visto negli endoteli.

Ritengo molto probabile, al pari di detti Autori, che nel processo di maturazione della serie monocitica emoistioblastica entri, in parte, anche il fenomeno delle clasmatosi, sebbene io non abbia visto emoistioblasti forniti di prolungamenti cosí sviluppati e polimorfi come quelli rappresentati dalla figure degli Autori in questione.

Altro fenomeno degno di nota, e che ha richiamato scarsa attenzione da parte dei ricercatori é la produzione di elementi della

serie emoglobinica, costante in tutti i miei dieci casi, come é costante, un sol caso eccettuato (e sul quale mi intratterró piú avanti) la nessuna o scarsissima neoformazione di cellule delle serie granulocitiche.

Evidentemente ha dovuto esistere uno stimolo speciale che, agendo sugli elementi (o sull'elemento) primordiali da cui traggono origine i corpuscoli sanguigni, li abbia fatti evolvere in un senso piuttosto che in un altro, ossia verso la serie emoglobinica (oltre che verso la monocitica e la linfocitica) proibendo loro, per cosí dire, del tutto (Casi I, II, V, VII, VIII) o quasi del tutto (Casi III, IV, VI, X) di evolvere nell'altro senso, e cioé di originare cellule della serie granulocitica.

La milza all'etá degli individui presi in esame (il piú giovane aveva 14 mesi, il piú avanzato in etá aveva 5 anni) non é piú un organo produttore di globuli rossi: quindi in tutti i casi di Leishmaniosi infantile da me studiati, e per una ignota stimolazione, se ne é messo a produrre in abbondanza.

La questione della natura di tal stimolo, donde provenga, a quali deficienze eventualmente sopperisca questa produzione di elementi della serie emoglobinica (che deve corrispondere ad una necessitá dell'organismo) é uno dei tanti lati meriteveli di considerazione, e non solo sotto i riguardi della forma morbosa in istudio, ma anche e piú per cercare di mettere in luce i rapporti fisiopatologici esistenti fra milza ed altri organi a funzione emopoietica o emocateretica. Questo non posso ora fare occupandomi nella presente memoria soltanto delle lesioni spleniche: ma cercheró di affrontare il problema trattando a suo tempo dell'anatomia patologica di tutti gli organi degli individui affetti da Leishmaniosi.

Con questa produzione di cellule della serie emoglobinica si spiega in gran parte la sovrabbondanza di globuli rossi maturi nei cordoni della polpa e, talora, anche fra gli elementi dei follicoli (Casi II, IV, V, IX): dico in gran parte perché in piccola parte possono provenire, come già dissi, da stravasi sanguigni.

La congestione splenica é ora attiva, e dovuta alla presenza di stimoli provenienti dai parassiti o dai prodotti del loro metabolismo, ora passiva: ed in quest'ultímo caso puó essere spiegata coll'ostacolo al circolo refluo dato dalla tumefazione dei cordoni della polpa, stracarichi di elementi cellulari; la quale tumefazione viene spesso a restringere, e talora ad obliterare, il lume di molte lacune venose.

Poiché l'iperemia, specie la passiva, puó variare di intensitá in modo notevole, con questi periodi di maggiore o minor ingorgo di sangue si verrebbero a spiegare le oscillazioni nel volume della milza, notate, da piú di un Osservatore, anche a piccole distanze di tempo, al letto del ammalato.

Nei follicoli, anche indipendentemente da fatti emorragici, ho visto emazie infiltrate fra gli elementi, conglutinate e ridotte a bloc-

chetti di sostanza ialina. E probabile che i blocchetti ialini, osservati da altri AA. ripetano la medesima origine.

Delle emazie stravasate o delle altre prodotte in situ e lá rimaste, parte vengono inglobate dalle cellule globulifere (che mancano nei casi I e VI) che son le stesse a fagocitare le Leishmanie: nel tessuto non ne ho trovate di distrutte che assai poche. Logicamente dovrebbe attendersi che si avesse una formazione di pigmento ematico in relazione ai globuli rossi distrutti. Invece questo non avviene (Casi I, VI, VII, VIII, X) o avviene in proporzioni minime (Casi II, III) o limitatamente a certe zône della stessa milza (Casi IV, V).

Solo nel Caso IX, in cui si hanno notevoli e numerosissime emorragie, il pigmento ematico é abbondante.

Questo fenomeno non manca di una certa importanza dovendosi ricorrere, per tentare di spiegarlo, alle funzioni della milza.

E noto come alcuni AA. affermino che in quest'organo le emazie si indeboliscano e vengano perció ad essere piú facilmente distrutte (azione emocatatonistica di Bottazzi cit. da Martelli, *l. c.*) ora, nei miei casi, questa azione indebolitrice sarebbe molto tenue o addirittura mancante: da ció la pochissima o nessuna distruzione di globuli rossi e consecutiva assenza di formazione di pigmento: le emazie verrebbero, invece, a conglutinarsi e a dare origine a piccoli blocchi ialini.

Quali le cause della modificazione fibroadenica costante in moltissimi follicoli di tutte le milze, frequenti nei cordoni di Billroth?

Ho notato come essa si inizi sempre dai contorni delle penicillare e, quando esiste nei cordoni di Billroth, parte dall'avventizia delle arteriole: solo nel IV e nel IX Caso partiva anche dagli strati profondi della capsula e dai contorni delle trabecole. In base a ció parrebbe logico supporre che esista un agente irritante e sclerotizzante in circolazione nel sangue arterioso, portato dal di fuori, che prende, cioé punto di partenza in altro organo che non sia la milza, e che il connettivo di esso sia specialmente sensibile ai prodotti del parassita e reagisce colla fibroadenia.

Colla corrente arteriosa, oltre che l'agente sclerogeno, arriverebbero nella milza anche i parassiti: ma essi, invece di attraversare di regola le pareti della penicillare, relativamente robuste, vi entrerebbero attraversando quelle delle lacune, facilitate in ció non solo dalla delicatezza delle pareti di queste cavitá, ma anche dalla piú lenta circolazione del sangue che si fa dentro di esse.

A prova di questa ipotesi si puó portare il fatto che le cellule parassitifere sono sempre presenti nella polpa rossa anche quando non lo sono nei follicoli: e che in ogni modo sono sempre assai meno abbondanti in questi che in quella.

Riportandosi ai quadri istologici e alla congestione dell'organo, si potrebbe obbiettare che la modificazione fibroadenica é indipen-

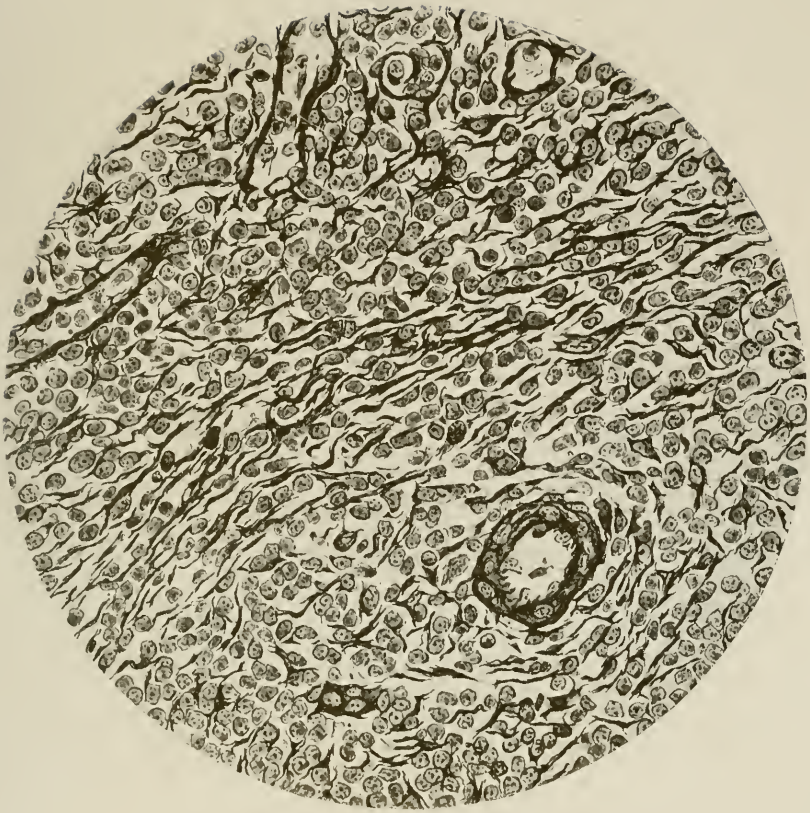


Fig. 1

Fig. 2

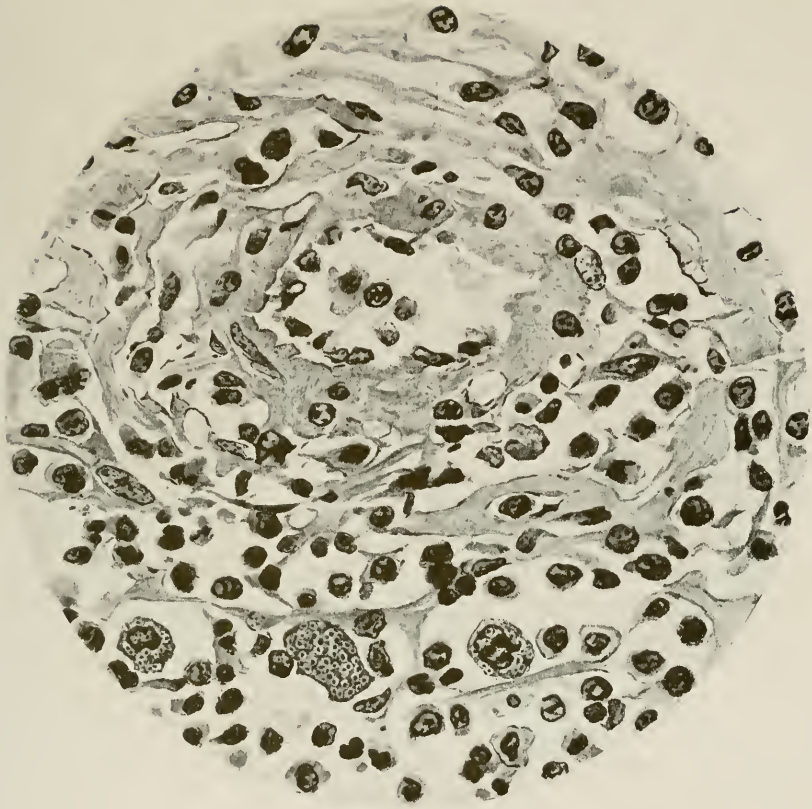


Fig. 3

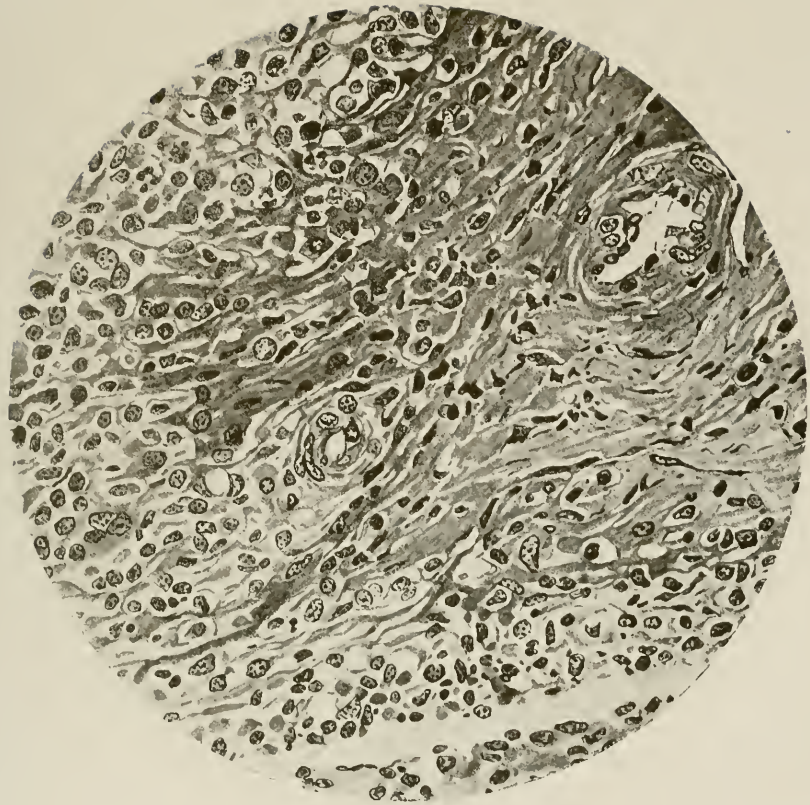


Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

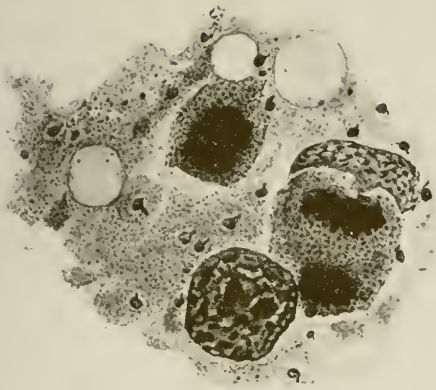


Fig. 8

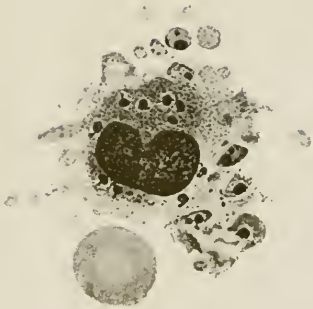


Fig. 9

dente dai parassiti e dalle sostanze sclerogene di loro provenienza, e che essa si puó spiegare colla stasi splenica che stimolerebbe le cellule avventiziali alla produzione di nuovo connettivo.

Si tratterebbe, in tal caso, di un fenomeno analogo a quello studiato da P. Foá, che produceva nei conigli una stasi della milza o colla legatura della porta, oppure con iniezioni di pirodina, la quale, dice, l'A.: «produce un ingorgo in tutte le lacune della milza e nella periferia dei reticoli in cui penetrano globuli rossi». Ma ammettendo questa ipotesi apparrebbe strano il fatto che la iperproduzione connettiva sia principalmente legata alla avventizia delle penicillari e sia meno frequente nel reticolo dei cordoni e che rarissimamente parta dalla capsula e dai suoi prolungamenti trabecolari. D'altra parte le milze da me studiate non presentano le classiche alterazioni della «milza da stasi» mancando del tutto, o quasi, il pigmento libero, e rare essendo le pigmentifere e le globulifere: oltre a ció, non sono ingrossate le pareti delle vene, le trabecole, la capsula; non vi sono fenomeni regressivi di molte cellule; insomna si tratta di milze che, pur essendo ingorgate di sangue, non hanno quei fatti di iperproduzione connettiva e di altra specie riferibili a stasi recenti o croniche.

Oltre a ció, parecchi AA. (Pianese ed altri) videro quadri analoghi ai miei, circa lo sviluppo del connettivo, in milze povere di sangue.

Circa alla *natura del connettivo* ho parlato senz'altro di fibroadenia perché, come ho notato nella descrizione dei quadri istologici, non esiste formazione di fibroblasti: non si tratta quindi, in nessun caso, di un tessuto di granulazione. Non posso lasciar di notare che le alterazioni microscopiche delle milze in esame collimano in gran parte coi quadri che il Banti descrive a proposito dell'anemia splenica degli adulti, e anche con alcuni aspetti del primo stadio della malattia che va sotto al suo nome [1].

Parimenti, come si osserva talora nel 1° stadio del morbo di Banti, ho notato, ma solo nel caso IX, nel centro dei follicoli, cellule degenerate e tumefatte: mai peró ho visto le cellule poligonali, di cui parla Pianese, ricordanti per l'aspetto e per la disposizione gli elementi specifici di un epitelioma.

In sei dei miei casi ho esaminato, come risulta dalla descrizione istologica, anche le vene spleniche all'ilo.

Non vi ho mai trovato lesioni: manca, quindi, in esse l'endoflebite cronica, che esiste quasi costantemente tanto nell'anemia splenica degli adulti quanto nella malattia di Banti nel tronco della vena splenica (Banti).

---

[1] Il Banti ammette identici il 1° stadio dell'anemia splenica degli adulti e il 1° stadio della splenomegalia con cirrosi epatica (morbo di Banti); e non esclude in via assoluta che si tratti di una unica entitá morbosa.

Non conviene lasciar senza qualche parola di commento speciale il Caso IX. Questa milza si allontana dalle altre che han presentato caratteri sensibilmente simili fra di loro, perché:

1). Accanto alle iperproduzione di elementi della serie emoglobinica, monocitica e linfocitica, si ha quella delle cellule granulocitiche.

2). Parallelamente ad una produzione granulocitica, diremo cosí normale, ossia di elementi che passano per una fase emocitoblastica, se ne ha una i cui elementi non passano attraverso a questa fase emocitoblastica, ma derivano direttamente, per successive trasformazioni, dallo emoistioblasto, conservando come caratteristica il nucleo «a spugna» di esso.

3). Si nota la presenza di eosinofili, che non esisteva in nessuna altra delle milze.

4). Lo sviluppo della fibroadenia nei follicoli é scarsissimo e in molti mancante.

5). Vi é copia di pigmento ematico, che sta peró in relazione colle emorragie e non con una normale emocateresi.

Riportandomi a quanto ho detto piú innanzi, mentre per nove milze deve essere esistito uno stimolo speciale che, agendo sull'elemento o sugli elementi primordiali da cui traggono origine i corpuscoli sanguigni, li ha fatti evolvere nel senso della serie emoglobinica, linfocitica e monocitica e non nel senso delle granulocitiche, in quest'unica milza la stimolazione deve essere avvenuta anche per la produzione dei granulociti: fatto questo tanto piú interessante perché si é visto che i granulociti avevano non solo una provenienza normale o emocitoblastica, ma anche una provenienza non comune ossia direttamente emoistioblastica.

Fenomeni tutti questi di difficile spiegazione, tanto piú che all'esame clinico non parve che il malato avesse altri fatti morbosi per spiegarli. In vista della eosinofilia furono eseguite ripetute ricerche di uova di elminti nelle feci, ma con risultato negativo. Ho cercato, altresí, di vedere le ragioni delle emorragie, riportandomi anche all'osservazione di Visentini che spiega gli stravasi sanguigni da lui osservati nel fegato di un caso di Leishmaniosi con una constatata degenerazione grassa delle pareti vasali: ma io non ho trovato nulla di simile nelle milze, e la ragione delle emorragie rimane quindi ancora oscura.

In conclusione, non resta che notare una volta di piú la non assoluta costanza delle reazioni degli organi ad una medesima causa nociva per ragioni che, spesso, sono ancora perfettamente ignote.

Le presenti ricerche sulla milza non concordando in piú punti colle analoghe di altri Osservatori, rendono ancor piú complesso il problema del modo d'infezione e di propagazione della Leishmania nell'organismo. Tanto maggiormente, quindi, si impone uno studio minuto delle lesioni anatomo-patologiche di tutti gli organi nella Leishmaniosi, potendo esse, se non addirittura risolvere la questione

della porta d'entrata dei corpi di LEISHMAN e della consecutiva loro penetrazione nei diversi organi, almeno a rischiarare molti punti ancora dubbi o del tutto sconosciuti, ed elucidare alcuni fenomeni, gli ematologici per esempio, che avvengono nell'infezione in discorso, che si modificano colla splenectomia e di cui siamo ancor lungi dall'avere una spiegazione che non sia scevra da obbiezioni di importante valore.

Mi é grato porgere i piú vivi ringraziamenti ai Colleghi SALAZAR DE SOUSA e PULIDO VALENTE per gli aiuti fornitimi col permettermi di procedere all'esame del sangue e del succo splenico dei loro infermi; specialmente riconoscente sono al primo di essi per la cessione delle milze provenienti dalle sue splenectomie.

Lisbona, Giugno 1920.

AUTORI CITATI

ASCHOFF (L.) e KIYONO (K.) — «Zür Frage der grossen Mononukleaten». (*Folia Haematologica. Archiv,* Bd. XV, 1913, H. 3).

ÁLVARES (D.) — «Um caso de Kala-Azar em Lisboa». (*A Medicina Contemporânea,* Lisboa 1910. p. 90).

BANTI (G.) — «Anatomia Patologica», vol. I, Milano, Societá Editrice Libraria, 1917.

CESARIS DEMEL (A.) — «Le Piastrine». (*Archivio per le Scienze Mediche,* vol. XLII, fasc. 1 e 2, 1919, p. 78).

DIONISI (A.) — «Contributo all'anatomia patologica della anemia da Leishmania. (*Lo Sperimentale.* Anno LXVII. Supplemento al fasc. IV, 1913).

FERRATA (A.) — «Le Emopatie». Milano, Societá Editrice Libraria, 1918.

FOÁ (P.) — «Sulla produzione delle piastrine del sangue e sulla trasformazione fibroadenoidea della milza». (*Archivio per le Scienze Mediche,* 1915, vol. 39, p. 317).

FRANCO (E. E.) — «Intorno ad un caso di Kala-Azar infantile». (*A Medicina Contemporânea,* Lisboa 1911, p. 289).

—— e FERRATA (A.) — «Cellule istioidi (emoistioblasti) e loro derivati nel sangue circolante. Nota 1ª. Sulla presenza di emoistioblasti e di loro derivati granulocitici e monocitici nel sangue circolante di leucemici». (*Archivio per le Science Mediche,* vol. XLII, 1919, p. 100).

—— «Études sur les Leishmanioses». «Les Leishmanioses au Portugal». (*Questo giornale*, 3ª serie, nº 8, 1921).

—— «Cellule istioïdi e loro derivati monocitici, linfocitici e granulocitici nella milza e nel sangue circolante di bambini affetti da Leishmaniosi. (*Questo giornale*, 3ª serie, nº 9, 1922).

GONZALES BARRIO NIEVES.— «Estudios sobre la anatomia patológica del Kala-Azar infantil». (*Boletin* del Instituto Nacional de Higiene de Alfonso XIII, Madrid 1917).

KIYONO (K.) — «Die vitale Karminsprecherung», G. Fischer, Jena 1914.

JEMMA (R.) — Sull'anemia splenica infantile da parassiti di Leishman (Kala-Azar?). (*Atti* della R. Accademia delle Scienze Mediche di Palermo, 1910).

—— e DI CRISTINA.— Sull'anemia da Leishmania nei bambini. (*Annali di Clinica Medica*, Palermo 1910).

LOMBARDO (G.) — «Contributo allo studio delle alterazioni anatomiche della anemia da Leishmania». (*Pathologica*, vol. v, n.º 109, 1913, p. 292).

MANSON.— «Manuale delle malattie dei climi caldi». Trad. italiana di Dante de Blasi, Soc. Ed. Ital., Milano 1911.

MARCHAND (F.) — Citato da Ferrata, *l. c.*

MARTELLI (C. D.) — «Le malattie del sangue e degli organi ematopoietici», Unione Tip., Torino 1913.

MAXIMOW (A.) — Cit. da Ferrata, *l. c.*

PACCHIONI (D.) e MENABUONI (G.) — «Richerche cliniche ed anatomo-patologiche su due casi di Leishmaniosi». (*Rivista di clinica pediatrica*, 1911, n.º 9).

PARDI.— Cit. da Ferrata, *l. c.*

PEREIRA DA SILVA (E.) — «Kala-Azar. Dissertação inaugural apresentada à Faculdade de Medicina de Lisboa». 1912.

PERRONCITO.— «Sulla derivazione delle piastrine dai megacariociti. (*Haematologica*, vol. I, fasc. I, 1920, p. 111).

PIANESE (G.)— «Citato da Pacchioni e Menabuoni, Severino ed altri, *l. c.*».

—— «Per una migliore conoscenza dei megacariociti». (*Haematologica*, vol. I, fasc. I, genn., 1920, p. 61).

RANVIER (L.) — Citato da Ferrata, *l. c.*

SALAZAR DE SOUSA.— «Sôbre esplenectomia». (*Jornal da Sociedade de Sciências Médicas de Lisboa*, 1910, n.ºs 3 a 7).

—— «Considérations sur le traitement du Kala-Azar infantile par la splénectomie». (*Arch. de Med. des Enfants*, 1915, p. 350).

SEVERINO (G.) — «Anemia splenica e morbi affini». Napoli, Detken e Rocholl, 1911.

TOMASELLI (A.) — «Sull'anatomia patologica del Kala-Azar sperimentale». (*Folia clinica chimica et microscopica*, vol. III, fasc. VII, 1911).

VISENTINI (A.) — «Sulla anatomia patologica del Kala-Azar osservato in Calabria e in Sicilia». (*Studi intorno ad alcune malattie tropicali della Calabria e della Sicilia*. Roma, Tipografica Labicana, 1910).

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1.— Caso III.— Follicolo di Malpighi. Fibroadenia incipiente. Reichert. oc. 4 obb. 7 a. Tubo 160 mm. Colorazione: *Ribbert-Mallory-Loewenstein.*

Fig. 2.— Caso III.— Follicolo di Malpighi. Fibroadenia avanzata. Reichert. oc. 2 obb. $^1/_{12}$ imm. omog. Tubo 160 mm. Colorazione: *Ribbert-Mallory-Loewenstein.*

Fig. 3.— Caso I.— Follicolo di Malpighi. Fibroadenia e cellule parassitifere. Degenerazione ialina del connettivo. Reichert oc. 3 obb. $^1/_{12}$ imm. omog. Tubo 160 mm. Colorazione: ematossilinaeosina.

Fig. 4.— Caso II.— Fibroadenia molto avanzata di un follicolo con degenerazione ialina del connettivo neoformato. Dal follicolo la fibroadenia si diffonde alla polpa rossa. Reichert oc. 4 obb. 7 a. Tubo 160 mm. Colorazione: *Ribbert-Mallory-Loewenstein.*

Fig. 5.— Caso IV.— Polpa rossa. Fibroadenia sviluppata. Reichert. oc. 4. obb. 7 a. Tubo 160 mm. Colorazione: *Ribbert-Mallory-Loewenstein.*

Fig. 6.— Caso I.— Polpa rossa. Cellule parassitifere. Reichert. oc. 4. obb. $^1/_{12}$ imm. omog. Tubo 160 mm. Colorazione: ematossilina-eosina.

Fig. 7.— Caso IV.— Rottura della parete di una lacuna e versamento nel suo interno degli elementi della polpa. Reichert. oc. 4 obb. $^1/_{12}$ imm. omog. Tubo 160 mm. Colorazione: ematossilinaeosina.

Fig. 8.— Caso IX.— Cellula emoistioblastica binucleata del reticolo fagocitante due elementi della serie rossa in cariocinesi, tre globuli rossi (i quali sono in distruzione piú o meno avanzata) e molte Leishmanie. Osservisi la deformazione di uno dei nuclei dell'emoistioblasta dovuta alla compressione dell'elemento in cariocinesi (diaster). Preparato per istriscio. Reichert. oc. 4. obb. $^1/_{12}$ imm. omog. Tubo 160 mm. Colorazione: *May-Grünwald-Giemsa.*

Fig. 9.— Caso X.— Una cellula del reticolo contenente molte Leishmanie. Notisi lo spezzettamento del suo citoplasma. Vicino vi é un globulo rosso. Stessa colorazione e ingrandimento della precedente.

OBSERVATIONS SUR LA BILHARZIOSE À «SCHISTOSOMA HAEMATOBIUM»

III

L'œuf et l'embryon

PAR

CARLOS FRANÇA

Naturaliste du Musée Bocage (Faculté des Sciences)

Les œufs des cas portugais sont typiques. Ils mesurent d'ordinaire, comme nous l'avons déjà dit[1], 133 à 143 μ de long (62,5 % des œufs mesurés), sur 63 à 70 μ de large.

La courbe de fréquence des longueurs des œufs de *S. haematobium* est intéressante. Le graphique suivant (fig. 1) montre les courbes d'un même cas obtenues en deux jours différents. On remarquera la constance des accidents de ces courbes.

L'une d'elles a un plus grand pourcentage d'œufs de dimensions inférieures à 133 μ mais, il faut le remarquer, les mensurations ont été faites seulement 4 jours après l'obtension du sédiment de sorte que la plupart des œufs n'étaient plus normaux, ne donnant pas de *miracidia*.

Nous avons enregistré ici cette courbe car elle démontre que l'ovométrie, même tardive, fournit des éléments de valeur pour apprécier les modifications produites chez les œufs par le traitement.

La courbe précédente étant d'un cas récent, il était intéressant d'obtenir celle d'un cas assez ancien pour voir si, dans ces conditions, la courbe maintenait ses caractéristiques.

Nous avons eu la chance de pouvoir faire l'ovométrie d'un cas dont l'ancienneté nous était bien connue, ayant pu le diagnostiquer il y a plus de cinq ans.

Ce cas est celui du Docteur M. dont nous avons publié l'histoire dans une note précedente. La courbe de fréquence de ce cas agé

---

[1] Carlos França, «Observations sur la Bilharziose. — I. Le traitement par l'émétique» (*Jornal das Sciências Matemáticas Físicas e Naturais*).

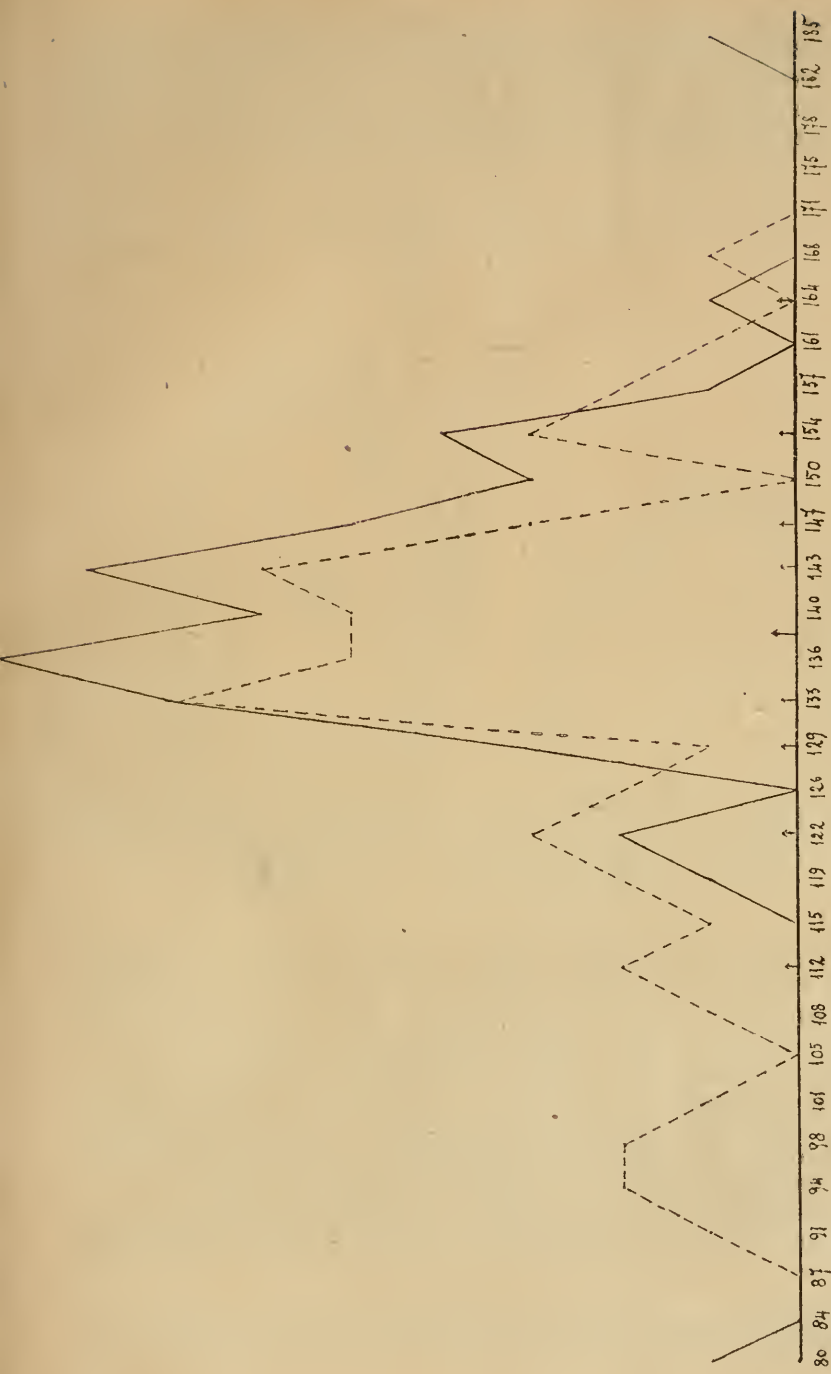


Fig. 1 — Graphique des longueurs des œufs de «S. haematobium» (Cas Th.)
Trait continu — 5 – x ; 54 œufs mesurés
Trait pointillé — 6 – x ; 50 œufs mesurés
NB. Le sédiment du 6 – x n'a été observé que 4 jours après.
Œufs ayant moins de 133 μ : 21 %.

de 7 ans (fig. 2) montre que son maximum se trouve compris entre 122 et 129 μ, c'est-à-dire, que la plupart des œufs sont assez petits.

Le pourcentage plus élévé des œufs de petites dimensions doit être en rapport avec la vieillesse des parasites. On remarquera la constance des accidents des courbes dans les deux cas.

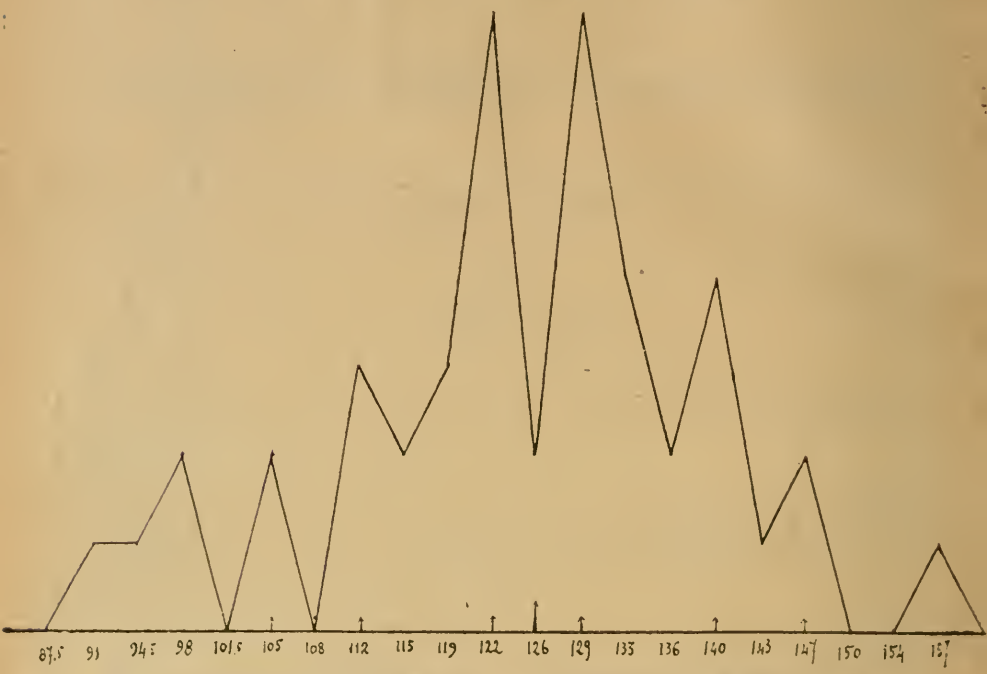


Fig. 2 — **Graphique des longueurs des œufs de «S. haematobium» d'un cas ancien (Dr. M.)**
Mensuration de 41 œufs
Œufs ayant moins de 133 μ : 68 %

Les élévations de cette courbe (105, 112, 122, 129, 140 et 147 μ) sont symétriques par rapport à 126 μ, comme les accidents de la courbe du cas récent de la fig. 1 (112, 122, 129, 133, 143, 147, 154 et 164) sont symétriques par rapport à 138 μ.

Ceci nous montre que, pour chaque malade, on doit construire, avant de commencer le traitement, la courbe de fréquence puisque dans les cas assez anciens cette courbe est déplacée vers la gauche.

La forme des œufs de *Sch. haematobium* est celle d'un ovoïde dont l'extrémité grossie est pourvue d'un éperon ayant de 3,5 à 7 μ de long [1]. Quelques formes aberrantes en sont dépourvues.

Le pourcentage d'œufs calcifiés est sensiblement la même chez les cas récents et chez les cas anciens (4 à 4,6 μ %).

---

[1] Quelques auteurs (Guiart, Verdun) attribuent à l'éperon des dimensions vraiement excessives (20 μ).

D'ordinaire dans l'œuf des cas non traités il existe un embryon parfaitement différencié. Dans presque tous les œufs des cas relativement récents l'embryon, entouré du vitellus nutritif, occupe seulement une partie de la coque et la membrane vitelline laisse à chaque pôle de l'œuf deux calotes (fig. 3, *A*). L'embryon parfaitement développé d'un œuf de 143,5 μ ne mesure que 119 μ.

Parmi les œufs des anciens cas on en trouve de très petits (105 μ), ayant un embryon vivant et parfaitement différentié remplissant complètement la coque. (Fig. 3, *B*).

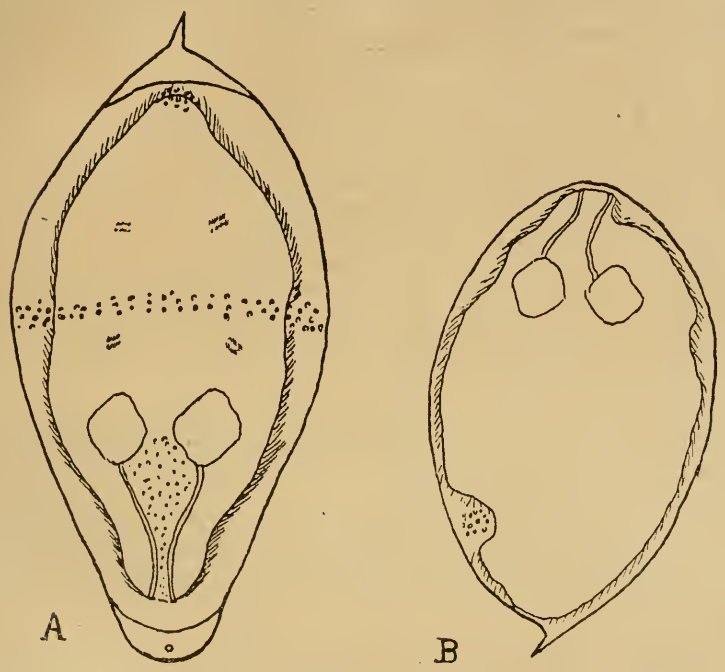


Fig. 3

L'épuisement de la glande coquillière doit précéder celui de l'ovaire.

La position de l'embryon à l'intérieur de la coque est variable et ne semble pas obéir à une règle quelconque. Tantôt le rostre de l'embryon est tourné vers le pôle à éperon, tantôt vers le pôle opposé.

A. Conor [1], en 210 observations, a trouvé 40 fois le rostre placé vers l'extrémité pointue de l'œuf et 170 fois vers l'extrémité postérieure.

---

[1] A. Conor, «Quelques particularités biologiques du *miracidium* du *Schistosoma haematobium*» (*Bull. de la Société de Pathologie Exotique*, t. III, p. 332, 1910).

W. W. Cort a également remarqué[1] que l'embryon de *S. mansoni* peut avoir le rostre tourné vers l'extrémité à èperon ou vers l'autre extrémité de l'œuf.

Dans la plupart des exemplaires on trouve (fig. 3, *A*) des amas de granulations d'excrétion dans l'extrémité postérieure de l'embryon et dans un cercle transversal vers l'union des tiers moyen et postérieur de l'animal[2].

Le cercle equatorial est en rapport avec une zone du corps de l'embryon du *S. haematobium* dépourvue de cils. Quand on observe pendant quelque temps des œufs ayant un embryon vivant, on voit augmenter rapidement les résidus, surtout ceux agglomérés près de l'extrémité postérieure.

Dans l'embryon encore inclus dans l'œuf on voit, nettement les néphridies, surtout la paire antérieure.

Les néphridies antérieures sont situées dans le tiers moyen et les postérieures dans la partie antérieure du tiers postérieur du corps.

Les autres organes embryonnaires apparents sont les deux cellules glandulaires, leurs tubes excréteurs, l'appareil digestif rudimentaire (*l'enteron*) et les cellules germinales[3].

L'embryon présente trois étranglements, l'un dans l'union des tiers antérieur et moyen, l'autre vers l'union des tiers moyen et postérieur et le dernier dans le tiers postérieur du corps.

Dès que les œufs sont mis en contact avec de l'eau les embryons commencent à s'agiter.

Tout d'abord on remarque des oscillations latérales de la queue et, ensuite, des mouvements de propulsion du rostre. On voit, grâces aux mouvements des cils, les granulations d'excrétion se déplacer sous la membrane ovulaire.

Sous l'influence de l'eau l'embryon augmente de dimensions, se gonfle, de sorte que les étranglements qu'il présentait, quand il était immobile, ont presque disparu. En même temps ses mouvements deviennent plus actifs, on le voit s'agiter vivement et se re-

---

[1] W. W. Cort, «Notes on the Eggs and Miracidia of the human Schistosoma» (*University of California Publications in Zoology*, vol. XVIII, nº 18, January 1919).

[2] Dans une figure de Railliet on voit, entre l'embryon et la coque de l'œuf, deux amas de granulations, ceux que nous avons mentionné comme des produits d'excrétion, et d'autres placés au niveau de l'étranglement antérieur de l'embryon. La situation de ces amas sera expliquée plus loin.

[3] La coque de l'œuf de *Schistosoma haematobium* est très perméable aux matières colorantes. A frais, le rouge neutre teint la coque en rose, l'éperon en rose foncé et l'embryon inclus dans l'œuf se colore facilement: l'*enteron* en rouge et les cellules germinales en magenta. Le brillant Krésylblau colore en bleu la coque et la substance vitelline en violet. Le vert de methyle teint très bien la coque et l'embryon. Cette matière colorante met bien en evidence la structure des cellules germinales, surtout la structure nucléaire. Toutes ces matières colorantes laissent complètement incolores les cellules glandulaires. Le carmin aluné, après fixation en liquide d'Hofer, teint très bien l'embryon.

Le bleu polychrome de Unna colore les cellules glandulaires en rouge et cette métachromasie est un des caractères de la mucine.

tourner, son rostre étant tourné tantôt vers l'un, tantôt vers l'autre pôle de l'œuf.

D'ordinaire au bout de 20′ on assiste à la sortie de l'embryon et, habituellement, la sortie des différents embryons est simultanée.

La déhiscence est toujours longitudinale et la sortie de l'embryon très rapide.

A. Conor dit que l'embryon s'engage dans la fente longitudinale de l'œuf et sort l'extrémité postérieure en avant.

Dans un grand nombre de cas nous avons assisté à la sortie de l'embryon ayant l'extrémité céphalique dirigée en avant. Nous avons fixé quelques préparations où on peut voir ce que nous décrivons (fig. 4). Ceci montre que l'embryon peut abandonner

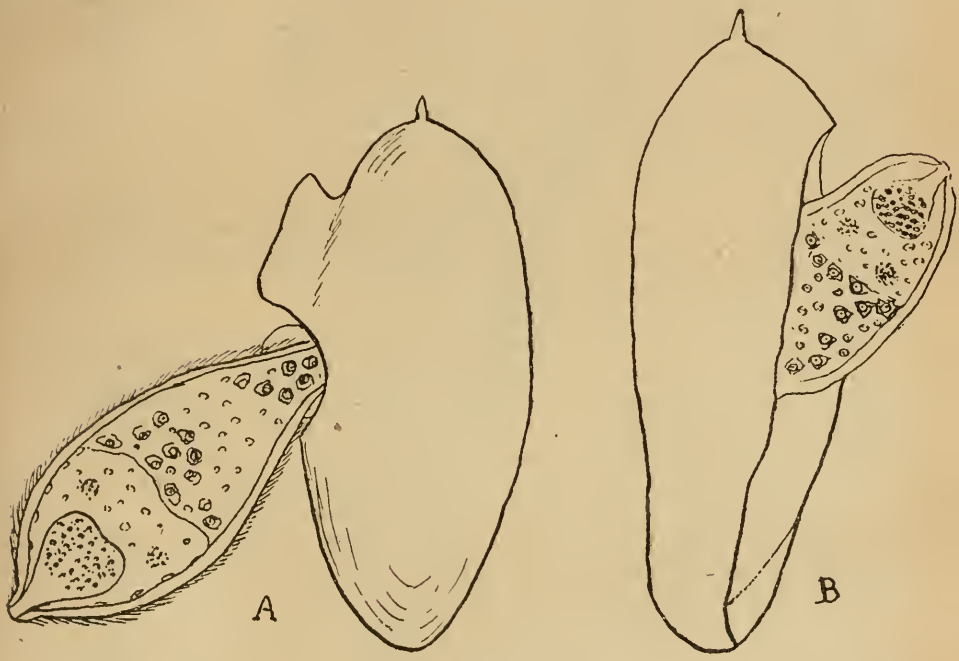


Fig. 4

l'œuf dans une position quelconque. Simplement comme la ligne de rupture de l'œuf est plus proche de son extrémité pourvue d'éperon[1] et comme dans le plupart des cas (81 %) l'embryon a

[1] Cette ligne est plus proche de l'extrémité éperonnée de l'œuf mais ne l'atteint pas. L'embryon de *S. japonicum* au contraire, sort par une fente située dans le pôle de l'œuf. (Voir photographie de Hickey dans le travail de Cort.). Chez *Mansoni* la ligne de déhiscence coupe obliquement l'équateur de la coque. Lutz, *Mem. Inst. Oswaldo Cruz*, 1919, p. 130.

son rostre tourné vers l'extrémité arrondie[1] on comprend le plus grand pourcentage de sorties avec l'extrémité caudale en avant.

Quand l'embryon sort de l'œuf à reculons il arrive quelquefois qu'il ne réussit pas à se dégager et il meurt emprisonné entre les lèvres de la fente ovulaire.

Au contraire de ce que Smith décrit chez *S. japonicum*[2], la déhiscence de *S. haematobium* se fait grâces à l'action des *miracidia*. L'eau a sans doute une influence nette, mais cette influence est celle qu'elle exerce sur l'embryon en le rendant plus actif. Il nous a semblé que les eaux calcaires ont une action plus accentuée que celles des terrains granitiques et on assiste souvent à la sortie des embryons sans ajouter de l'eau. Conor a vérifié que la température de l'eau a une grande influence. La sortie des embryons qui se fait seulement au bout de 5 à 15′ dans l'eau froide est, au contraire, presque instantanée quand on emploi de l'eau chaude (de 30° à 40°). Pendant le mois de Janvier nous avons provoqué une sortie rapide des embryons en employant de l'eau a 30°; le nombre de déhiscences était alors presque nul avec de l'eau froide.

A. Conor dit que les œufs conservés dans l'urine pendant 72 heures ne donnent plus de *miracidia*.

Nous avons vu des œufs d'un ancien cas conservés pendant 120 heures dans l'urine, dans l'obscurité, donner des *miracidia* quand on y a mêlé de l'eau. Les *miracidia* étaient cependant très faibles, leurs mouvements très lents, et ils ne réussissaient pas à pénétrer chez *Planorbis metidjensis*[3].

Les *miracidia* ont des dimensions variables selon leur degré de contraction. Ils mesurent de 145 à 170 μ. Quand ils sortent de l'œuf ils sont piriformes, l'extrémité céphalique étant la plus large. Quand ils se déplacent ils se montrent allongés et légèrement rétrécis dans leur partie moyenne.

Par leur forme, leur mouvement et la disposition de leurs cils, les *miracidia* rappelent quelques *Triconymphides*. (Fig. 5).

Chez les exemplaires vivants on remarque une différentiation nette entre une zone périphérique, plus claire, et une zone intérieure remplie de cellules ayant des dimensions et une structure assez variées.

Les cils se disposent en trois groupes. Le premier est formé par les cils qui s'insèrent à partir de l'extrémité bucale. Ils occupent environ le tiers antérieur du corps et ils augmentent graduellement de dimensions d'avant en arrière de sorte que les plus postérieurs sont les plus longs.

---

[1] Conor, *loc. cit.*

[2] A. J. Smith, «Ova of *Schistosomum japonicum*; ova of *S. mansoni*; ova of *Paragonimus westermani*». (*Proc. Path. Soc. Phil.*, 1911. Cité par W. W. Cort, in *op. cit.*).

[3] Augusto Nobre a fait la détermination de mes *Planorbis* comme *P.* (corneus) *metidjensis*. Mr. P. Pallary ayant appris, à l'Institut Pasteur d'Alger, le résultat de mes recherches me fait savoir que le *Planorbis* portugais doit être plutôt le *P. Graëllsi*. C'est un point à éclaircir.

A ces cils succèdent presque sans interruption ceux qui revètent le tiers moyen du parasite. Ils sont tous d'égale longueur.

Finalement ceux de la troisième série, de la série postérieure, sont séparés des précédents par une région dépourvue de cils. Cette zone de l'embryon dépourvue de cils nous semble constante chez tous les

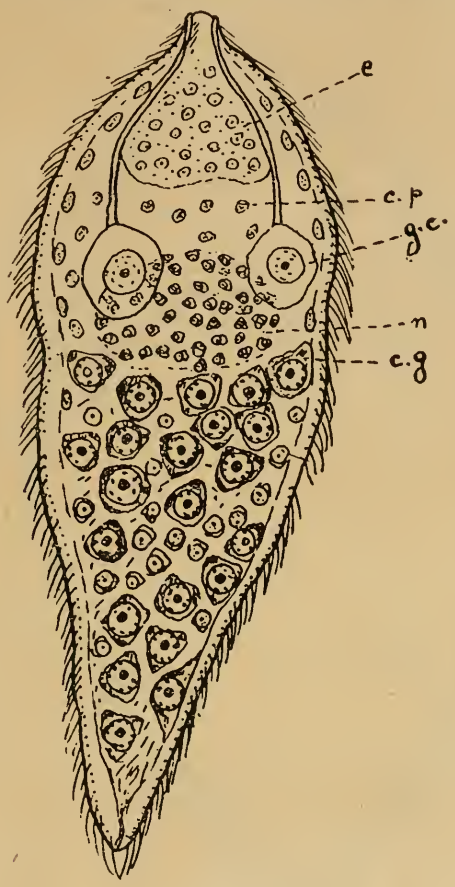


Fig. 5

e. — Enteron; *c. p.* — Cellules du parenchyme ; *c. g.* — Cellules germinales

exemplaires de *S. haematobium,* bien qu'elle ne soit figurée dans les travaux classiques sur les *miracidia* de la Bilharzia urinaire.

Cette disposition, qui contribue à expliquer l'accumulation des excreta dans la zone équatoriale de l'œuf, doit exister plus ou moins apparente chez la *miracidia* des autres Schistosomes. Les figures de l'intéressant travail de Cort (*miracidia* de *S. Japonicum* et *S. mansoni*) me portent à supposer que cette zone sans cils est seulement plus developpée chez *S. haematobium.*

Les cils de la troisième série augmentent de dimensions jusqu'à l'extrémité postérieure où se trouvent les plus longs.

Des préparations colorées par le Giemsa montrent qu'à chaque cil correspond une petite granulation basale, parfaitement ronde, se colorant en rouge vif. Ces granulations se trouvent alignées dans l'épiblaste, à une petite distance de la surface.

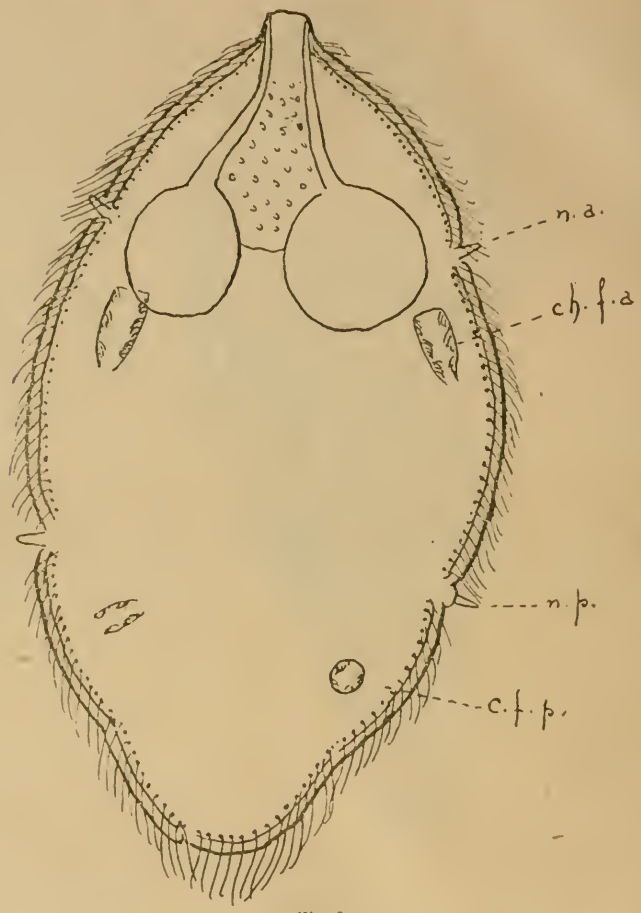


Fig. 6

Dans une figure de Railliet[1] on voit, à la surface du *miracidium,* quatre petites formations qu'il a appellé *cirres.* Ces cirres sont très difficiles d'apercevoir dans presque tous les exemplaires.

Nous les avons vu chez des *miracidia* d'un cas de Bilharziose africaine. (Fig. 6). On trouve une paire (*n. a.*) au niveau du pre-

[1] Réproduite par E. Brumpt dans son *Précis de Parasitologie.*

mier étranglement du corps, c'est-à-dire, dans l'union du tiers antérieur et moyen, et l'autre se trouve située dans le second étranglement, dans l'union des tiers moyen et postérieur. (*n. p.*). Ces derniers cirres, qui sont les plus développés, sont situés précisement dans cette zone dépourvue de cils où on remarque la plus grande accumulation de granulations d'excrétion.

Nous croyons que ces petits appendices dans les conditions normales sont invaginés, et ceci explique qu'ils aient passé inaperçus à la plupart des observateurs.

William Cort ne figure que la paire antérieure qu'il désigne sous le nom de canaux antérieurs (*anterior ducts*) chez les *miracidia* de *S. mansoni* et *S. japonicum*, et il décrit, chez les mêmes espèces, un pore excréteur dans le tiers postérieur du corps.

Comme dans la substance vitelline on trouve des globules. Cort assure que ces globules sont sécrétés par les papilles antérieures. «The internal relations of these ducts were not clear, but extrusion from them of the oil globules was observed both in *S. Japonicum* and *S. Mansoni*»[1]. Je crois que ces globules ne sont que les granulations vitellines, que les réserves nutritives destinées à l'alimentation de l'embryon, comme l'avait déjà supposé Holcomb.

Railliet figure dans la substance vitelline de l'œuf deux amas de petites granulations, l'un en rapport avec la première paire de cirres et le second, plus important, au niveau des cirres postérieurs. Nous avons également vu ces amas de granulations d'excrétion à ces endroits et ceci nous porte à considérer ces cirres comme les tubes excréteurs du système nephridial.

La structure des *miracidia* est bien mise en évidence dans dès exemplaires colorés par le Giemsa, par le carmin aluné ou, *intravitum*, par une solution de rouge neutre.

On voit tout d'abord (fig. 5) que le rudimentaire œsophage est côtoyé par les deux tubes excréteurs des cellules glandulaires (*cephalic glands* de Cort).

Les extrémités saillantes de ces deux tubes constituent deux papilles situées de chaque côté de l'orifice bucal. L'œsophage se dilate postérieurement formant un sac à contenu granuleux, dont les parois sont constituées par de très nombreuses petites cellules, ayant 2 à 2,5 μ de diamètre.

C'est le sac digestif (*e.*) destiné à disparaître dès que le *miracidium* pénètre dans le mollusque. De chaque côté de cette poche on voit les tubes qui vont se terminer, plus en arrière, dans les cellules glandulaires (*g. c.*). Celles-ci sont deux cellules volumineuses d'au moins 25 μ. Selon Cort, les glandes céphaliques de *S. mansoni* sont plus grandes en proportion avec la longueur du *miracidium* que celles des deux autres espèces humaines. Si les proportions des figures de Cort sont exactes on peut assurer que des trois

---

[1] W. W. Cort., p. 516.

Schistosomes humains c'est le *S. haematobium* qui a des cellules glandulaires plus petites.

Le noyau de ces cellules est assez grand et il ne se colore pas par le rouge neutre ni par la plupart des matières colorantes. Le cytoplasme de ces cellules ne prend pas également les matières colorantes ordinaires. De tous les éléments des *miracidia* ces cellules sont les plus faciles d'apercevoir à l'état frais, même quand les embryons sont altérés.

Dans le *miracidum* on peut distinguer nettement deux régions. Dans la région antérieure existent: l'*enteron* (*e.*), les cellules glandulaires (*g. c.*), et des cellules (*c. p.*) à petit noyau et à cytoplasme rudimentaire, de 3 μ de diamètre (*cellules du parenchyme*). Quelques-unes de ces cellules se trouvent alignées sous l'épiblaste. (Fig. 5).

Dans cette zone se trouvent des petites cellules formant un amas considérable (*n.*), sensiblement elliptique, dont le bord postérieur est en contact avec la zone postérieure. Cort, qui figure cette agglomération cellulaire, n'accepte pas, et à juste raison, l'opinion de Holcomb qui la considére l'estomac de l'embryon. Il interprète cette formation[1] comme étant le système nerveux du *miracidium*.

La région postérieure, plus longue, est celle où on trouve les éléments plus importants pour l'avenir de l'espèce, les *cellules germinales* (*c. g.*, fig. 5). Dans cette zone on peut distinguer deux sortes de cellules: les unes plus petites, à cytoplasma réduit et à petit caryosome, et les autres ayant un noyau volumineux à gros caryosome et un cytoplasme abondant. Ces dernières cellules, qui se colorent très bien par les matières colorantes, surtout par le carmin aluné et par le vert de methyle, sont disposées en deux groupes, chacun desquels a un nombre sensiblement égal d'éléments (13 à 15) et dont un occupe toujours l'extrémité postérieure de l'embryon.

Ces cellules germinales mesurent 12 à 13 μ. Leur noyau est très volumineux (9 μ), il a un gros caryosome central et il est très riche en chromatine; celle-ci se dispose sous la forme d'un certain nombre de grains sous la membrane nucléaire.

Chez *S. haematobium* tout l'endoplaste est rempli de cellules, de sorte qu'on ne peut distinguer les canaux du système excréteur. Si, comme Cort le figure, les embryons de *S. mansoni* et *japonicum* ont les cellules germinales situées dans une cavité à l'intérieur du parasite, ils s'éloignent beaucoup de ceux de *S. haematobium*. Nous croyons cependant que les figures de Cort sont trop schématiques. En effet les glandes céphaliques y sont représentées avec de petits noyaux et une grande masse cytoplasmique[2], les cellules germinales

---

[1] Les cellules qui composent cette formation ont une affinité evidente pour le carmin.

[2] Dans la description Cort dit (p. 511): «The cephalic glands are unicellular, with large nuclei».

sont accumulées exclusivement dans une cavité centrale, et leurs noyaux sont très petits et sans structure apparente, et, finalement, il ne figure que les cellules germinales.

Le système excréteur du *miracidium* du *S. haematobium* se compose de deux paires de néphridies. Cort figure et décrit avec de très grands détails ce système chez *S. japonicum.*

Je confesse n'avoir pu voir (fig. 6) que les chambres flagellées (*flame cels* des auteurs anglais) et les pores excréteurs.

Les néphridies sont très faciles à étudier chez les *miracidia* traités par une solution de ferrocyanure de potassium [1]. Dans ces conditions les *miracidia* restent complètement immobiles, leurs cils étant paralysés, mais les cils des chambres flagellées continuent à s'agiter.

De ces chambres, les antérieures (*ch. f. a.*) sont plus longues et elles semblent être revêtues de cils disposés en trois faisceaux. Comme nous l'avons dit nous n'avons pu suivre le trajet depuis l'ouverture externe (*nephridiopore*) jusqu'à la chambre flagellée (*nephrostome*).

W. Cort admet que les néphridies du *miracidium* de *S. mansoni* s'éloignent par leur position de ceux de *S. haematobium* et *japonicum,* car ils sont perpendiculaires à la surface du parasite.

D'après ce que nous avons vu chez *haematobium* nous croyons que l'orientation des néphridies n'est pas fixe, de sorte que, selon les circonstances, on les voit de face ou de profil.

Quant aux orifices de sortie ou système excréteur nous supposons qu'ils sont cinq. Deux antérieurs correspondant aux cirres antérieurs de Railliet (*n. a.*), aux *anterior duct* de Cort, deux moyens (*n. p.*) correspondent aux cirres postérieurs de Railliet, aux *excretory pore* de Cort et, finalement, dans l'extrémité postérieure on voit, chez quelques exemplaires, un orifice communiquant par un petit tube étroit avec une ampoule.

Cette disposition des ouvertures du système excréteur explique l'accumulation des excreta du métabolisme miracidien dans les endroits que nous avons mentionné. Nous devons encore dire que la figure de Loos, souvent reproduite dans les traités classiques, représente le système excréteur d'une toute autre façon.

Chez l'embryon de *S. haematobium* tout l'endoblaste est rempli de cellules, de sorte qu'on ne peut pas distinguer les canaux du système excréteur.

Le *miracidium* n'est pas, précisément, analogue à l'embryon des autres animaux, c'est une forme spéciale permettant la pénétration de la masse germinale du ver chez le mollusque hôte intermédiaire.

Une fois realisée cette pénétration le *miracidium* perd tous ces

---

[1] Dans ces conditions les cirres de Railliet, les tube excréteurs selon nous, deviennent apparents.

organes et il reste réduit seulement à la masse des éléments germinatifs (sporocyste), qui se résout en des amas moruliformes, chacun desquels donne lieu à la formation de nouveaux sporocystes qui, à leur tour, sont le point de départ d'un grand nombre de formes larvaires — les cercaires.

Le *Schistosoma* offre un intéressant exemple de polyembryonie [1] qui s'éloigne de la polyembryonie classique car entre la formation de multiples embryons, au dépens des petites morules, et l'œuf dont ils proviennent s'interpose une forme embryonnaire.

Loos a supposé qu'il a des sporocystes mâles et des sporocystes femelles, et ce doit être ainsi à cause de la polyembryonie. En effet chez un Chalcidien (*Lithomastix gelechia*), Silvestri a vu [2] que les œufs fécondés donnent naissance à des femelles et les œufs non fécondés exclusivement à des mâles.

Ces faits doivent expliquer bien des particularités de la biologie des Schistosomes.

---

[1] Robert Dollfus, «Continuité de la lignée des cellules germinales chez les Trématodes *Digenea*». (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*. Séance du 13 Janvier 1919).

[2] Cit. in M. Caullery : *Le Parasitisme et la Symbiose*. Paris, 1922.

AS «GITTERFÄSERN» E O SEU COMPORTAMENTO NOS BLASTOMAS

Revista sintética e observações pessoais sôbre 88 casos

POR

RUI DE LEMOS

PREFÁCIO

Apresentando à Academia das Sciências de Lisboa o trabalho do Dr. Rui de Lemos, intitulado *As Gitterfäsern e o seu comportamento nos Blastomas,* é meu objectivo prestar homenagem àquele que foi o meu primeiro discípulo em Portugal, assim como pôr à luz e ao alcance dos estudiosos um trabalho scientífico que, não sendo já recentíssimo, conserva todavia um valor indiscutível.

Quem quiser ocupar-se do estudo das *Gitterfäsern* nos blastomas achará no trabalho de Rui de Lemos uma massa de observações coligidas com amor, com consciência e com sciência. Quem quiser dedicar-se à investigação sôbre estes elementos histológicos, tanto em órgãos normais como patológicos, terá um precioso auxílio na revista sintética que, na sua memória, precede as pesquisas originais, revista que lhe poupará grandes fadigas. Foi precisamente neste sentido que o Autor orientou os seus esforços, alcançando completamente o seu objectivo.

Não chegou a publicar êste valioso trabalho, que serviu ao seu doutoramento e que, indubitàvelmente, constituíu uma das melhores teses apresentadas à Faculdade de Medicina da Universidade de Lisboa. O seu espírito honesto de autocrítica temeu que fôsse demasiado exíguo um estudo baseado em milhares de preparações feitas sôbre 88 casos, porque o problema era difícil; raro exemplo de rectidão scientífica, a destacar entre tantos exemplos cotidianos de leviandade e de vaidade!

Rui de Lemos quis completar o seu trabalho depois de doutorado, mas a sua vida militar, passada nas colónias e na guerra, as contingências das obrigações clínicas e os seus deveres de assistente

universitário obrigaram-no a protelar sucessivamente a execução do desejado trabalho. A morte, cruel e implacável, destruiu de vez todos os projectos e todas as esperanças, levando-o aos 32 anos de idade.

Foi uma grande perda para a Faculdade de Medicina de Lisboa. Rui de Lemos, dotado de um vivacíssimo espírito de observador, de um espírito subtil de investigação e de crítica, tam capaz de apreciar um trabalho scientífico, como uma obra literária ou musical, ou uma expressão de arte figurada, tinha uma alma cheia de bondade. Na carreira universitária a sua mentalidade e a sua justa ambição podiam aspirar as mais altas vitórias. Da sua curta vida e de tanta esperança para a sciência nada ficou senão êste trabalho, a saüdade de quem o conheceu, o afecto de amigo e o orgulho de mestre com que eu evoco, nestas páginas, a sua grata memória.

Lisboa, 23 de Novembro de 1921.

Emilio Enrico Franco

Director do Instituto de Patologia Geral e Anatomia Patológica da Faculdade de Medicina de Lisboa.

INTRODUÇÃO

Freqüentes vezes nestes últimos anos a atenção dos histologistas tem sido chamada para o estudo das últimas e mais delicadas fibras do tecido conjuntivo, tanto nos órgãos normais, como naqueles em que os variados processos patológicos produziram os fenómenos reaccionais que lhes são próprios.

No emtanto, porque o assunto admite ainda as investigações de muitos, foi-me sugerida a idea, aproveitando o grande material existente nos Laboratórios da Clínica Bastos, e outro que pelas várias clínicas pudesse respigar, de retomar mais uma vez eu o estudo das *Gitterfäsern* nos tumores benignos e malignos.

Com dificuldades de vária ordem topei na preparação dos elementos para o meu trabalho, sendo certamente a principal o custoso recolher de dados bibliográficos esparsos pelos arquivos e revistas, muitos dos quais para maior desajuda não existiam nas bibliotecas dos estabelecimentos scientíficos de Lisboa.

Justamente da míngua de trabalhos de conjunto sôbre o assunto, visto que um só existe, e êsse de 1909, inferi eu a conveniência, senão a necessidade, de preceder o relato das minhas observações pessoais de um rápido exame das obras e dos resultados a que chegaram os que, antes de mim, do argumento se occuparam; e, assim, tenho a pretensão de poupar àqueles que quiserem dedicar a sua atenção a estudos desta ordem o muito tempo e trabalho que despendi lendo longos artigos, que tantíssimas vezes só muito ligeiramente tocavam o assunto que me interessava, e donde tirava, por conseqüência, exígua contribuïção para o meu estudo; foi também na mesma ordem de ideas que um tanto mais alonguei as minhas considerações sôbre a técnica.

O carácter de obrigatoriedade e de urgência que para êste trabalho implicou a sua aplicação a uma prova académica foi a causa de não existirem, na série dos casos que estudei, tumores mixtos, blastomas raros, cuja eventual aquisição não pude esperar; é ainda a razão por que não pude inserir, na presente tese, figuras que esclarecessem as minhas descrições; do mesmo modo tive de deixar de lado certas questões que, conquanto só indirectamente se ligassem ao assunto principal, mereceriam, para sua completa elucidação, ser de mais perto estudadas. A estas e outras deficiências conto eu obviar noutro trabalho que sôbre o mesmo assunto pròximamente publicarei.

Mas, agora que falei das dificuldades, passo gostosamente a referir as facilidades e auxílios que à amabilidade de muitos fiquei

devendo; e, se quisesse proporcionar o tamanho dêste prefácio ao meu agradecimento, êle viria acrescer desmesuradamente, absorvendo e afogando toda a minha tese. A cabeça da lista daqueles a quem devo a minha gratidão cumpre-me colocar os Ex.mos Srs. Drs. Henrique Bastos e Prof. Enrico Emilio Franco: o primeiro, pondo para a execução dos meus trabalhos os seus Laboratórios à minha disposição, proporcionou-me, com os meios materiais de os realizar, ainda o salutar exemplo da sua infatigável actividade e o seu grande amor ao trabalho; o segundo, que inspirou e seguiu os trabalhos preparatórios da presente tese, é o mestre a quem devo todos os meus conhecimentos de anatomia patológica, que só por culpa do discípulo não são maiores.

Não me esquecerei de mencionar aqui o Prof. Celestino da Costa, que, com o pôr-me à disposição a Biblioteca do Instituto de Histologia da Faculdade, por vezes se dignou ainda dar-me sábios conselhos sôbre questões de histologia que tive de versar.

A todos que, fornecendo-me peças das suas Clínicas, ou de qualquer outro modo me auxiliaram na factura desta tese, daqui lhes faço todos os meus agradecimentos; e, mencionando-os, receio só deixar por lapso alguém em esquecimento. São êles os Srs.:

Dr. Bastos Lopes, Prof. Cabeça, Dr. Lanzarini, Dr. Natal Garcia, Prof. Azevedo Neves, Prof. Augusto de Vasconcelos, Dr. Henrique Parreira, Dr. João Pais de Vasconcelos, Prof. Francisco Gentil, Dr. Alves da Costa, Dr. António Flores.

E, terminando, as minhas homenagens vão para o meu digno Presidente de tese, Prof. Belo Morais, em cujo serviço e sob cuja sábia direcção passei os sempre saüdosos tempos da minha iniciação clínica.

As Gitterfäsern

Na sua conhecida comunicação «Ueber die Sternzellen der Saugetierleber» revelou von Kupffer (1) pela primeira vez, em 1876, a existência dumas células especiais, colocadas entre as trabéculas hepáticas e em íntima correlação com os capilares intra-lobulares.

Mas, nos fígados tratados pelos métodos de impregnação de que Kupffer se serviu, e de que adiante falarei, o cloreto de ouro não impregnou sòmente estes elementos celulares, que pela sua forma mereceram o nome de células estreladas e que depois de longas controvérsias se assentou considerar como elementos endoteliais capazes de fagocitar e pertencentes à parede dos capilares intra-lobulares; no interior do lóbulo hepático, onde os processos vulgares de coloração não revelam fibras conjuntivas senão escassas na zona marginal, em que são dependência do sistema conectivo peri-lobular, e as que formam a chamada adventícia da veia central, a impregnação metálica mostrou estes dois sistemas reünidos por uma finíssima e compacta rêde de fibrilhas, que, de desigual espessura, umas rectas, outras de percurso flexuoso, entrecruzando-se em todos os sentidos, encerram nas suas malhas irregulares os capilares hepáticos e os elementos parenquimatosos.

Êste sistema fibrilhar, já mencionado por Henle (3) em trabalhos de 1875, foi contudo nìtidamente indicado por Kupffer no ano seguinte e a figura da sua segunda memória, em 1899, ficou clássica e aparece estampada em quási todos os livros de histologia. Clássica ficou também a denominação que êste histologista lhe deu: sistema das *Gitterfäsern;* efectivamente qualquer das traduções literais do vocábulo alemão (em francês *fibres en treillis* ou *grillagées;* em italiano *fibre a gratticciata*) não conseguiu impor-se ao uso que ficou de empregar a clássica denominação alemã.

Se no emtanto no trabalho de Kupffer a descrição e o estudo das *Gitterfäsern* era incidental numa obra cujo fim era o conhecimento das células estreladas, forçosamente incidental mesmo, pois, como o autor confessa, as preparações em que a impregnação das células estreladas era perfeita eram exatamente aquelas em que a demonstração do sistema das *Gitterfäsern* era mais defeituosa e irregular; assim continuou a ser nos trabalhos de Rothe (4), ainda sôbre as células estreladas; no de Disse (5) sôbre as bainhas linfáticas dos capilares lobulares; nos de Muira (6) e Oppel, aparecendo sòmente em 1890 a comunicação de Oppel (7) em que já o autor determinadamente estuda o comportamento das *Gitterfäsern* no fígado e baço humanos.

Depois dêste, e quási sempre com o auxílio do método das im-

pregnações de metais pesados, muitos trabalhos têm aparecido em que tem sido estudada a disposição do sistema das *Gitterfäsern*, não já sòmente no fígado, mas na maior parte dos órgãos; tem-se procurado surprender a participação dêle nos mais vulgares processos patológicos, nas infecções como nas neoplasias, e, principalmente, nos processos de esclerose; finalmente, conhecidas as reacções físicas e químicas das *Gitterfäsern*, assim como a evolução que sofrem sob a acção dos estímulos principalmente de ordem patológica, tem-se procurado chegar à concepção firme da natureza dêste tecido, para poder ser definitivamente, ou encorporado numa das já catalogadas espécies de tecido conjuntivo, ou considerado tecido conjuntivo dum género especial sem semelhante na histologia animal.

É uma rápida revista dêstes trabalhos que agora pretendo ir fazer, para que daí se possa sem custo inferir qual a soma de conhecimentos certos que possuímos, quais as ideas dominantes na sciência sôbre êste ponto de histologia normal, e, feitas indispensáveis considerações sôbre a questão da técnica, se poderá estudar mais proficuamente a disposição das *Gitterfäsern* no estroma dos tumores, objecto e fim principal dêste trabalho.

Antes de entrar pròpriamente no exame e escolha dos diferentes métodos, que as longas experiências de tantos observadores puseram á nossa disposição, com o fim de pôr em evidência o retículo das *Gitterfäsern*, seja-me lícito, antecipando assim em parte o estudo das propriedades de tal retículo, dizer sucintamente quais as suas reacções em presença dos vulgares agentes da coloração do tecido conjuntivo colagéneo e elástico, determinando desta maneira o critério com que num tecido se identificam e caracterizam as fibras do sistema *Gitterfäsern*.

Dum modo geral, os reagentes corantes mais comuns do tecido conjuntivo, a picrofucsina de van-Gieson, o anil de carmim de Ramon y Cajal, o azul de metilena de Mallory, etc...., deixam as *Gitterfäsern*, ou absolutamente não coradas ou, quando muito, aumentada a concentração do corante ou o tempo da sua acção, muito fraca e inconstantemente tingidas.

Considerações perfeitamente análogas se poderiam fazer a respeito da acção dos reagentes corantes específicos da elastina sôbre as fibras reticuladas do sistema das *Gitterfäsern*.

Por isso, só métodos especiais, na sua maioria de impregnação argêntica ou áurea, puderam revelar ao histologista surprendido a esplêndida riqueza de fibras existentes no estroma de certos órgãos ou tecidos normais e patológicos, riqueza que sem êles ficaria totalmente ignorada.

As imagens obtidas pelos primeiros histologistas que dêste assunto se ocuparam foram-no com o auxílio de cloreto de ouro.

Assim Henle (3), assim Kupffer (1) e Rothe (4) conseguiram ver, ainda que mal, as primeiras imagens do estroma fibrilar do fígado.

Estes métodos, que Kupffer usava, tratando cortes obtidos por congelação com um soluto de ácido crómico, passando-os daí para cloreto de ouro a 1:1000 (Cl. Au. 1 parte. Cl. 1 parte. O H^2 dest. 1000 partes) durante 48 horas, ao fim das quais o corte deveria ficar violeta, o que, por razões desconhecidas, nem sempre acontecia, se mal e inconstantemente impregnavam as células de Kupffer, ainda eram muito menos convenientes para demonstração das *Gitterfäsern*.

Um avanço notável se produziu então com o emprego dos sais de prata em vez dos de ouro. O método de Böhm e a modificação dêle por Oppel permitiram os primeiros trabalhos especiais sôbre as *Gitterfäsern* do fígado e do baço.

Em ambos estes processos a impregnação das *Gitterfäsern*, que ficavam negras, fazia-se por meio de nitrato de prata e era precedido do tratamento das peças por soluções fortes de ácido crómico (Böhm) e bicromato de potássio a 10 por cento (Oppel). Ainda êste último autor preferiu incluir em parafina, por obter assim maior facilidade em conseguir cortes mais delgados.

É então que Maresch, em 1905, num seu trabalho sôbre as *Gitterfäsern* do fígado, adapta o processo de impregnação argêntica proposto por Bielschowsky para a demonstração das neurofibrilhas, ao estudo das finas fibras reticuladas do tecido conjuntivo. A importância capital que o emprêgo do processo Bielschowsky teve para o conhecimento das mais finas e delicadas minúcias das últimas ramificações do tecido conjuntivo prova-a o facto de que em todos os notáveis trabalhos sôbre as *Gitterfäsern*, daí para diante, se usou sempre êsse processo de impregnação, modificado por Maresch ou por outros histologistas.

Assim, fica ao histólogo alemão todo o mérito de ter feito dar um passo enorme a um género de estudos que, só com o auxílio e uso dos velhos processos de Böhm e Oppel, nunca poderia chegar aos notabilíssimos resultados que, nas mãos do mesmo Maresch, como nas mãos doutros ilustres experimentadores, os métodos de Bielschowsky, adrede modificados, produziram.

Na sua comunicação, conta-nos êle como, averiguada a pouca electividade do método Kupffer, a freqüente falha de impregnação com o processo de Oppel e a insuficiência do método de Mallory-Ribbert para corar as mais delgadas ramificações conjuntivas, foi levado a procurar um processo novo de impregnação das *Gitterfäsern*. Foi nesta ocasião que, tendo tido ensejo de verificar, como já outros observadores o tinham feito, que o método de Bielschowsky proposto para a demonstração das neurofibrilhas era tam pouco electivo que muitos elementos, como a nevróglia e a adventícia de certos vasos sangüíneos, ennegreciam nas preparações tratadas com êsse método, e que por outro lado muitas fibras, tidas e descritas no fígado como fibras nervosas por vários autores, como

por exemplo Allegra, mais não eram que ramificações de tecidos conjuntivos, como também Wolf (11) havia demonstrado, teve a idea de aproveitar o método, convenientemente modificado, não já para demonstração das fibras nervosas, mas do sistema das Gitterfäsern.

Dêste processo, ainda que dêle não me servi para as minhas preparações, porque foi usado com êxito por Herxheimer (12), Kon (13), Schmidt (14), Rösslo (16), Rüssakoff (15), etc., em trabalhos que ficaram clássicos, parece-me conveniente estampar aqui as regras pormenorizadas do seu emprêgo, primeiramente tais como Maresch as propôs, depois com as mínimas modificações que o uso aconselhou a alguns experimentadores[1]:

I. Fixação em solução aquosa de formol a 10 por cento;

II. Cortes feitos pelo micrótomo de congelação;

III. Tratamento dos cortes pelo nitrato de prata em solução a 2 por cento durante 12 a 24 horas;

IV. Passagem para um soluto de óxido de prata em amónia durante 10 minutos (esta solução, sempre feita na ocasião de empregar-se, obtém-se do seguinte modo: num soluto de nitrato de prata a 2 por cento uma gota de soda cáustica a 40 por cento produz um precipitado castanho escuro, que se dissolve pela junção cautelosa dum certo número de gotas de amónia, tendo o cuidado de que não venha a haver excesso de amoníaco, que poderia vir a comprometer fortemente o bom êxito da impregnação);

V. Lavagem rápida em água destilada;

VI. Redução em soluto de formol a 20 por cento;

VII. Tratamento dos cortes durante uns 10 minutos num banho de cloreto de ouro (água destilada 10 centímetros cúbicos, com 2 a 3 gotas de cloreto de ouro e outro tanto de ácido acético);

VIII. Passagem para um soluto de hipossulfito de sódio a 5 por cento, onde deverão ficar meio minuto;

IX. Copiosa lavagem em água;

X. Alcoóis; carbolxylol, bálsamo do Canadá.

Rüssakoff (15), no seu trabalho sôbre as *Gitterfäsern* do pulmão, a que mais de uma vez terei de me referir, emprega o método de Bielschowsky-Maresch, mas incluindo as peças em parafina: e a duração do banho áureo achou conveniente encurtá-la, reduzindo-a a 5 minutos.

Kon (13) pôs também ao método algumas observações, donde infere normas especiais do seu emprêgo. Assim, a fixação, prefere prolongá-la a mais de 48 horas, para que dêste modo as células hepáticas corem mais fortemente o seu protoplasma de amarelo e o seu núcleo de negro e possam bem patentear as suas relações com o retículo das *Gitterfäsern*, que se apresenta perfeitamente negro. Pelo contrário, uma muito longa permanência das peças no soluto de formol prejudicaria fortemente a impregnação. Ainda reco-

---

[1] Extraído do livro de técnica histológica de Carazzi e Levi.

menda que a lavagem em água (vide acima V) não seja feita durante mais de um quarto de minuto, e que a redução em formol (VI) não exceda o tempo de 15 a 30 minutos.

Desta arte se obtinham preparações em que as *Gitterfäsern*, fortemente coradas de negro, se distinguiam perfeitamente dos grossos feixes colagéneos que a impregnação deixava dum tom pardo mais ou menos escuro; os núcleos, negros, destacavam-se bem do protoplasma amarelado, emquanto os glóbulos rubros ficavam descorados ou igualmente com um tom amarelado muito fraco.

Da excelência da modificação de Maresch ao método de Bielschowsky, e da beleza e nitidez das figuras com êle obtidas, falam todos os autores que o usaram; nem tal afirmação era mester que fôsse pròpriamente enunciada, pois só de nítidas preparações se podiam fazer as delicadas e minuciosas descrições que, de tantos tecidos normais ou patológicos, Herxheimer e Maresch, Schmidt e Kon, Rössle, Yoschida e Rüssakoff nos deixaram.

Tenho pressa de falar, anunciando já que o vou fazer demoradamente, doutra modificação ao método de Bielschowsky, com vista a torná-lo próprio para a demonstração do retículo das *Gitterfäsern*, modificação esta proposta por Levi.

Se o processo de Bielschowsky-Maresch é o de que de preferência se serviram os autores germânicos que dêste argumento se ocuparam, o de Bielschowsky-Levi é o que os italianos Romano (19), Licini (20), Martelli (21), Barbacci (22) e os seus discípulos, Livini (25), etc., as mais das vezes empregaram nos seus estudos sôbre o sistema das *Gitterfäsern*.

Segue-se o programa das manipulações a pares tais como originàriamente foram indicadas por Levi (Carazzi e Levi):

I. Fixação em líquido de Zenker ou melhor de Flemming;

II. Cortes desparafinados (20 a 30 micra de espessura) impregnam-se num soluto de nitrato de prata a 2 por cento durante 24 horas; esta impregnação, não sendo necessária, é no emtanto útil;

III. Tratamento com a solução de prata amoniacal, preparada na ocasião, como Bielschowsky ensinou, durante 15 a 30 minutos. (Esta solução obtém-se juntando a 5 centímetros cúbicos de soluto de nitrato de prata a 20 por cento, 5 gotas de soda cáustica a 40 por cento; o precipitado de óxido de prata, assim obtido, é dissolvido em amónia líquida, de tal sorte que não fique havendo um excesso de amoníaco, para o que se deixa sempre um pouco de precipitado por dissolver). Diluïção do líquido em 20 centímetros cúbicos de água destilada e filtração;

IV. Lavagem rápida em água destilada;

V. Redução num soluto de formol a 5 por cento durante 10 minutos;

VI. Nova lavagem por 2 minutos, desta vez em água comum.

VII. Tratamento dos cortes por uma solução de cloreto de ouro a 2 por mil durante 2 horas e mais;

VIII. Passagem para um soluto aquoso a 5 por cento de hiposulfito de sódio, onde devem ficar os cortes 10 a 15 minutos;

IX. Prolongada lavagem em água *fontis*, 12 a 24 horas;

X. Alcoóis, xilol e bálsamo.

Numerosíssimas pequenas modificações têm sido feitas e propostas por vários autores; entre elas devo primeiro referir-me à de Barbacci (22). O professor de Siena faz todas as passagens com os cortes ainda não desparafinados, pretendendo assim fazer uma notável economia de tempo e de reagentes; com a precaução de fazer demorar, diz Barbacci, a acção dos reagentes um pouco mais do que se recomenda na original modificação de Levi, obtêm-se resultados perfeitamente bons.

Foi do modo de Barbacci que eu usei sempre na preparação das minhas peças; e posso afirmar que, além das vantagens reconhecidas pelo anatomopatologista italiano, tem ainda o processo a de evitar que ao vidro das lamelas se fixem os precipitados espelhentos, inevitáveis quando da redução do óxido de prata pelo formol; e, se é verdade que o facto pouca importância tem para a nitidez e perfeição da preparação, não é menos certo que é inconveniente obterem-se cortes fixados em vidros, que pela sua difícil limpeza ficam sempre cobertos de precipitados amarelados e prateados do mais desagradável efeito.

Examinando agora cada um dos tempos do processo de per si, irei apontando as observações e pequenas mudanças que a prática tem aconselhado aos vários experimentadores que dêle têm usado; e neste capítulo meterei também as minhas notas pessoais.

Quanto a fixações, os histologistas não se têm limitado a usar as recomendadas por Levi; e as fixações em alcool, sublimado, formol tem sido experimentadas por vários e sido objecto das mais disparatadas opiniões. Assim o formol a 10 por cento, com que Barbacci e os discípulos, Snessarew (27) e outros, obtiveram esplêndidos resultados, que sempre preferiram e que por conseqüência implicitamente acharam ser o melhor fixador, vai descendo no agrado através de vários histologistas até chegar a Comolli (30), que, nos seus estudos sôbre o conectivo da glândula suprarenal, e a Insabato, nos seus trabalhos sôbre o tecido conjuntivo do útero humano, declararam ser êle para a impregnação argentica de Bielschowsky exactamente o pior dos fixadores, emquanto consideram a melhor fixação a feita com o líquido de Flemming.

Por mim, devo confessar que, tendo usado, na maioria dos meus casos, a fixação em formol, obtive quási sempre resultados que em perfeição e delicadeza dificilmente poderiam ser excedidos, e, se para alguns casos abro excepção a algumas impregnações defeituosas, será necessário lembrar que todos os processos impregnativos são sempre de si mais ou menos inconstantes e que, mesmo nas mãos do mais hábil histologista, os mesmos reagentes e perfeitamente a mesma técnica poderão produzir resultados óptimos a par de resultados detestáveis.

Sôbre o alcool há felizmente uma maior uniformidade de opiniões; a fixação pelo alcool é considerada por todos os autores como menos conveniente ou, mesmo, como francamente má; as *Gitterfäsern* aparecem impregnadas de tal sorte que já não figuram linhas cheias, mas linhas interrompidas formadas de granulações colocadas em fieira; mas, se dêstes aspectos se tiram ilações sôbre a formação e desenvolvimento das Gitterfäsern e se conclui, como faz Martelli (21) e outros, que talvez as Gitterfäsern se formem, como foi descrito para as fibras elásticas, pela disposição em linha de granulações da sua substância formativa especial, as imagens de impregnação granulosa das *Gitterfäsern* passariam a ser consideradas como evidenciando verdadeiras figuras existentes, ao mesmo tempo que o alcool, longe de continuar a ser tido como um mau fixador para o efeito, ficaria ao contrário estimado como óptimo meio de demonstração de delicados pormenores do sistema reticulado das *Gitterfäsern*.

Tratei pelo método de Bielschowsky-Levi muito poucas preparações fixadas em alcool, e as figuras obtidas, se bem que inferiores às fixadas em formol, são no emtanto a maior parte das vezes aproveitáveis.

Igualmente aproveitei, para os meus trabalhos alguns, poucos, tumores fixados em Zenker. Não tive melhores resultados com o líquido de Zenker dos que alcancei usualmente com o formol a 10 por cento; pelo contrário, as figuras obtidas, muito cheias de precipitações e com o retículo pardo e pouco nítido, são evidentemente as piores da minha série.

É, contudo, tam exíguo o número de peças fixadas em Zenker que impregnei pelo método de Bielschowsky-Levi, que com elas não penso contestar a opinião de todos os autores que consideram para o efeito a fixação de Zenker como muito conveniente e própria.

A fixação dos tecidos em Flemming é, segundo o consenso unânime de quantos sôbre o assunto escreveram, óptima, e com ela se obtêm os mais delicados e finos retículos.

Muitos outros modos de fixação têm sido usados com maior ou menor êxito pelos vários autores e que eu me contentarei em mencionar: os líquidos de Müller, Orth, Foá, Telliesnisky, uma solução com a seguinte composição:

Ácido tricloracético à 25 por cento	10 partes
Alcool ordinário.	15 »
Formalina	3 »
Tintura de iodo	2 »

e ainda outros têm sido propostos e experimentados pelos vários histologistas, em geral com resultados satisfatórios.

O que eu contudo em parte alguma vi indicado é que se pudessem tratar pelo método de Bielschowsky-Levi peças conservadas nos líquidos de Kaiserling. A notável vantagem que haveria em apro-

veitar peças numerosas e interessantes, conservadas num museu, dispensa absolutamente o ser encarecida. As minhas primeiras experiências neste sentido foram coroadas do melhor êxito; as imagens obtidas de peças conservadas em líquido de Kaiserling foram, em geral, magníficas e não inferiores às das fixadas em formol, e de tal modo que grande parte dos tumores da minha série pessoal de experiências estavam fixados e conservados nos líquidos de Kaiserling.

A propósito, farei ainda notar que, ao contrário da opinião de Kon (13), a que atrás já me referi, obtive esplêndidas preparações de peças longamente metidas em formalina a 10 por cento.

Terminando, direi que tem sido recomendado que, para se poderem utilizar peças fixadas em substâncias impróprias para o bom êxito da impregnação, se faça preceder a acção dos sais de prata sôbre os cortes dum tratamento por certos líquidos.

Assim Martelli (21) diz poderem-se obter imagens sofríveis com peças fixadas em alcool ou sublimado se, antes da impregnação argêntica, elas são mantidas por algumas horas em formalina a 10 por cento ou em líquido fixador de Orth.

Assim Beccari (32), numa muito recente comunicação à Academia Fisiocrítica de Florença (Fevereiro de 1913), preferindo a fixação no líquido de Flemming, recomenda que se façam sofrer os cortes de peças fixadas noutros fixadores, ou mesmo as fixadas em Flemming, uma prévia impregnação com o mesmo líquido de Flemming durante uma hora.

Continuando agora o exame do processo de Bielschowsky-Levi, o tratamento dos cortes (que melhor é que sejam delgados e não de 20–30 micra) com o soluto de nitrato de prata a 2 por cento, durante 24 horas (vide acima o programa pormenorizado do processo, n.º II) está realmente tam longe de ser indispensável que muitos o não fazem; por mim pude encurtá-lo ou prolongá-lo por três dias e mais sem que o resultado final tivesse parecido ter ficado por isso prejudicado.

A parte verdadeiramente importante e delicada é certamente a impregnação pelo soluto amoniacal de prata; logo, por conselho de quási todos os autores, a solução de NO^3 Ag. a 20 por cento, considerada muito concentrada, tem sido de preferência usada a 10 por cento; foi desta última solução que eu, firmemente disposto a seguir estritamente o *modus faciendi* de Barbacci, me servi sempre. Das soluções de soda cáustica devem-se, diz Beccari, preferir as que tenham sido feitas bastante tempo antes do seu emprêgo. Não tenta o aludido autor dar qualquer explicação da vantagem das soluções velhas sôbre as novas; no emtanto, que me lembre, a única modificação que num soluto de ONaH se podem dar com o tempo é a sua progressiva transformação em carbonato pelo gás carbónico da atmosfera.

Juntando, nas proporções indicadas, a 5^{cc} de soluto de nitrato 5 gotas de lixívia de soda, produz-se um abundante e pesado preci-

pitado castanho escuro de óxido de prata, que enegrece à luz; sôbre êste a amónia deve ser deitada prudentemente, gota a gota, tendo o cuidado de deixar um pouco de óxido não dissolvido para que com certeza o amoníaco empregado não seja em excesso; a cada gota que se junta deve-se agitar vigorosamente o tubo, tomando conta que o líquido se esclarece quási sùbitamente, o que expõe o preparador inexperiente a juntar o excesso de amoníaco, que o obrigará a inutilizar o reagente.

Se, de entre os compostos de prata, foi escolhido o óxido de prata em solução amoniacal, foi porque se provou que êste corpo, exactamente, é o que mais fàcilmente se deixa reduzir; ainda o seu emprêgo para vários fins veio a mostrar que a quantidade de nitrato não transformado existente no soluto não é quantidade indiferente para a mais ou menos rápida redução, facilitando-a nìtidamente o seu excesso, emquanto é bastante conveniente que não fique alcali não decomposto.

Daqui, e da consideração que, usando solutos tão concentrados de 10 e 20 por cento de nitrato, assim como fortes lixívias de soda a 40 por cento, empregando o alcali em gotas, se inferiu que a quantidade de nitrato não combinado não era fàcilmente estimável, que por isso dumas vezes se obtinham solutos que consideràvelmente diferiam doutros pelo simples facto, por exemplo, de ter sido feito com mais uma gota de alcali; por isso ainda Beccari usa solutos de nitrato de prata a 5 por cento, e os alcalinos a 2 por cento, juntando 4 centímetros cúbicos daquele a 2 centímetros cúbicos dêste, permitindo-se ainda usar às vezes soluções mais diluídas.

O professor Snossarew (27, 28) de S. Petersburgo, que usa o método de Bielschowsky-Levi com certas modificações pessoais, dissolve o precipitado, separado por decantação, em amoníaco, juntando depois ou não as duas soluções, o que, em conformidade com o que acima foi dito, não deve ser indiferente (o mesmo autor usa soluto de nitrato de prata a 10 por cento ou mais fraco e o solut normal de soda).

Schleumer de Viena costuma, até, antes de dissolver o óxido de prata em amoníaco, lavá-lo cuidadosamente em água destilada.

Passando sem reparos a redução do formol e as lavagens (IV e VI), deixei em geral prolongar-se o banho de cloreto de ouro por duas horas; apesar da permissão de Levi para o aumentar, julgo ter reconhecido que uma longa acção do sal de ouro cora muito fortemente demais os elementos celulares e até as fibras colagéneas; reduzi mesmo a duração do banho áureo a hora e meia e uma hora sem que me tivesse de censurar por isso depois.

Evidentemente esta parte do processo, não sendo necessária senão para que, corando o fundo de violeta, as *Gitterfäsern* mais nìtidamente se desenhassem, não admira que certos autores reduzam consideràvelmente a duração do banho de ouro; assim Beccari recomenda dois a cinco minutos de tratamento pelo soluto a 2 por mil.

Snessarew substituí o ouro pela platina com bons resultados.

A subseqüente redução com hiposulfito de sódio não é indispensável e por isso muitos a suprimiram.

As últimas manipulações, lavagens, desidratação e montagem não merecem nenhuma nota especial; apenas os cortes que, segundo a técnica de Barbacci, eu fiz atravessar todos os reagentes soltos e parafinados, tive sempre que os pegar à lamela e deixar secar quando os tirava do banho (IX), passando-os depois imediatamente para o xilol, onde, ao mesmo tempo, se libertavam da parafina e se diafanizavam.

Depois de tantas passagens os cortes aparecem naturalmente bastante enrugados; não há inconveniente em estendê-los em água quente [1].

A propósito de cada uma das reacções do processo de Bielschowsky-Levi, falei de modificações propostas por vários autores; juntas às que pertencem ao mesmo histologista formam processos completos que são pois simples variantes do método de Levi.

O primeiro é o de Barbacci, em que mais adiante terei necessidade de falar ainda; o de Beccari, que faz preceder o tratamento argêntico por uma impregnação ósmica durante uma hora, preparando o soluto amoniacal de prata como acima foi dito, e diminuindo a duração do banho áureo; o de Snessarew (27), cuja parte característica reside no tratamento dos cortes de peças fixadas em formol a 10 por cento e obtidos pelo micrótomo de congelação por uma solução de alúmen de ferro amoniacal (*ammonium ferro-sulfuricum*) $(NH^4)^2 F^2 (SO^4)^4$ cristalizado) de 2,5–10 por cento, depois do que se segue a impregnação argêntea do modo ligeiramente modificado que acima já descrevi. Com êste método o professor russo afirma ter obtido uma coloração electiva (negra) das *Gitterfäsern*, bem distinguível da das fibras colagéneas (parda) e da dos nervos (pouco corados ou nada).

Finalmente, vários propuseram e usaram (Ciaccio (33), Alagna (34), etc.) um processo de impregnação argêntea, que não é mais do que uma pequena modificação do processo de Levaditi para a coloração do *Treponema pallidum* nos tecidos; os resultados, em geral, satisfatórios, parece, contudo, serem inferiores aos obtidos com o método de Bielschowsky.

Todos estes processos de impregnação, se é certo que coram mais ou menos electivamente o retículo das *Gitterfäsern*, essa electividade está longe de ser perfeita; assim, no processo de Bielschowsky-Levi com as modificações de Barbacci, de que me servi, certas fibras elásticas, como as fibras nervosas, aparecem perfeitamente negras; a côr menos negra e ligeiramente violeta que tomam os feixes colagéneos não é suficiente para os distinguir das *Git-*

---

[1] Tive ocasião depois de ver num trabalho alemão uma observação idêntica.

terfäsern, Torna-se pois sempre necessário fazer o estudo comparativo entre as preparações obtidas pelo método de impregnação e as coradas com os reagentes vulgares do tecido colagéneo e o elástico.

É conselho de todos os autores o fazer-se a leitura das preparações de Bielschowsky-Levi com o maior cuidado e circunspecção, pois há vários aspectos capazes de induzir em êrro o observador não prevenido; fibras colocadas de tal sorte que parecem penetrar numa célula ou num grupo de células, mas que, afinal, estão num plano óptico diferente, outras vezes sombras de hematias, ou mesmo células só com os contornos corados, simulam fàcilmente, juntando-se às vizinhas, um delicado retículo; ainda fibras musculares, ou outras, cortadas de certa maneira e rodeadas de tecido conjuntivo, podem com facilidade ser tomadas por células rodeadas de fibras reticuladas, etc.

Seja-me permitido aqui frisar qual a técnica que usei na impregnação das minhas peças antes de falar dum método recente de impregnação metálica; vou mesmo escrevê-lo em guisa de programa, deixando agora todas as observações que já ficaram feitas.

I. Fixação das peças em formol ou líquido de Kaiserling; raras vezes em líquido Zenker;

II. Tratamento dos cortes soltos e parafinados segundo o método de Barbacci, isto é:

a) Soluto de NO^3 Ag. a 2 por cento — 24 horas;

b) Lavagem rápida em água destilada;

c) Soluto amoniacal de $O\ Ag^2$, obtido dissolvendo em amónia o precipitado formado pela junção de 5 gotas de NaOH a 40 por cento a 5 cc. de NO^3 Ag. a 10 por cento. Diluir com 20 cc. de água destilada e filtrar — durante 20 a 30 minutos;

d) Lavagem rápida em água destilada;

e) Redução pelo formol a 5 por cento — 10 minutos;

f) Lavagem em água *fontis* — 2 minutos;

g) Soluto de ClAu a 2 por mil — 2 horas;

h) Soluto de hipossulfito de sódio a 5 por cento — 15 minutos;

i) Lavagem em água *fontis* -- cêrca de 12 horas;

j) Montar em lamela e secar na estufa;

k) Desparafinação e diafanização em xilol;

l) Montagem em bálsamo de Canadá.

Tendo tido ocasião de ver preparações impregnadas no Instituto de Barbacci e por êste conferidas, pude verificar, cotejando-as com as feitas por mim, que plenamente consegui obter os bons resultados que o emprêgo do método pode dar; apenas na montagem dos cortes havia diferença, pois, emquanto no Instituto de Siena êles são montados com gelatina glicerinada, eu servi-me para esse fim constantemente de bálsamo de Canadá.

Numa recente comunicação o professor Timofejew (35), de Kasan, partindo do facto de que o azul de metilena de Ehrlich corava muito bem as *Gitterfäsern* do fígado, propõe um método de coloração das *Gitterfäsern* aplicável ao fígado como aos demais órgãos, de que o

mesmo Timofejew, como a sua discípula Sr.ª Strumow-Trubin (36), se serviram em notáveis e importantes estudos.

Cortes obtidos por congelação são tratados por um tempo que pode ser de 15 minutos até 24 horas no soluto seguinte:

Metilenblau rectificado, de Ehrlich, 1 grama;

Soro fisiológico, 2:000–4:000 gramas;

Lavagem por 24 horas em soro fisiológico e passagem para solução de purato de amónia (0,1 grama de purato com 800–1:200 gramas de soro fisiológico), onde ficam 1–24 horas.

A diferenciação pode seguir-se ao microscópio vendo a mudança do tom azulado das fibras para violeta.

Os cortes depois de corados montam-se na seguinte mistura: soluto concentrado de picrato de amónio, 35 cc.; glicerina, 50 cc.; água destilada, 50 cc.

Com êste método as *Gitterfäsern* ficam violetas, o tecido colagéneo muito fracamente ou nada corado, fibras musculares e elásticas completamente descoradas. Células fracamente azuis ou acinzentadas, núcleos tintos de azul mais forte, e, assim, o retículo violeta destaca-se bem dos outros elementos. Quando os núcleos se coram pouco, usa Timofejew, depois da diferenciação, corar os cortes com picrocarmim de Hoyer, com que o tecido colagéneo fica vermelho, ou pelo método de Ramon y Cajal; de ambas as maneiras as *Gitterfäsern* conservam-se violetas.

Não tenho nenhuma impressão pessoal dêste método, que não tive ensejo de experimentar.

Em último lugar, recordarei que, como Oppel fez, o retículo das *Gitterfäsern* pode ser estudado pelos processos de pincelagem, digestão artificial, etc., como é corrente fazer-se para o retículo adenóide.

Se foi no fígado que o sistema das *Gitterfäsern* primeiramente foi descrito, se àquela glândula cabe a primazia na riqueza e finura do sistema reticulado do seu estroma, não é de admirar que tenha sido principalmente no fígado que os estudos da disposição das *Gitterfäsern* tenham sido levados mais longe, e que seja sôbre a morfologia normal e patológica das *Gitterfäsern* do fígado, que se tenha principalmente pretendido edificar um conceito geral do significação de tal sistema.

E, no emtanto, a observação de Rüssakoff, feita em 1909, de que, apesar duma já tam notável quantidade de contribuïções e estudos, havia ainda muitos pontos, alguns dos quais de primacial importância, que estavam bem longe de se poder considerar definitivamente estudados e interpretados, subsiste ainda hoje verdadeira, mau grado a grande soma de trabalhos notáveis sôbre o assunto que depois disso têm sido publicados, entre os quais avultam os produzidos por Barbacci e os seus discípulos.

A primeira descrição das *Gitterfäsern* do fígado foi feita, como já mais de uma vez foi dito, por Kupffer; e êste histologista distin-

guiu nìtidamente, logo de princípio, dois grandes grupos de fibras no interior do lóbulo hepático; umas, relativamente fortes, espessas, atravessavam o lóbulo em sentido radiado da veia central à periferia, limitando as trabéculas das células hepáticas, confundindo-se dum lado com a adventícia da veia central, doutro com o aparelho conjuntivo do espaço inter-lobular; outras, mais delgadas, estavam em mais íntima relação com os capilares hemáticos, aos quais, com os seus múltiplos entrecruzamentos e divisões, formavam como que uma bainha reticulada.

Que estas duas espécies de fibras, as fortes, radiadas, a que, por isso, chamou *Radiarfäsern*, e as outras, a que, igualmente, pela sua disposição, chamou *Umspinnendfäsern*, fôssem idênticas ou não, nunca constituíu ponto de dúvida para Kupffer, que na sua análoga reacção à impregnação metálica, como na sua evidente derivação umas das outras, achou razão suficiente para a sua completa identificação. Foi esta primeira descrição que a maior parte dos autores, entre os quais os modernos Herxheimer (12), Schmidt (14), Maresch (9) e Kon (13), aceitou e seguiu. Mas, porque as *Radiarfäsern* e as *Umspinnend* vàriamente se dividem e cortam, é natural que tivesse havido várias interpretações e diferentes sistematizações do retículo das *Gitterfäsern* no fígado, conforme era admitida ou recusada a independência das duas espécies de fibras de Kupffer, conforme a predominância era concedida às *Radiarfäsern* ou às *Umspinnend*.

Henle (3) e His (37), por exemplo, que antes de Kupffer tinham mencionado as *Gitterfäsern* do fígado, chegaram depois a concluir que o retículo era formado à custa de fibrilhas perivasculares, que, além de muito se dividirem em volta do vaso, lançavam ainda fibras anastomóticas que, cruzando as trabéculas parenquimatosas, iam ligar entre si os retículos pericapilares vizinhos.

Disse (5), na sua notável comunicação sôbre os condutos linfáticos do fígado dos vertebrados, fala do estroma do fígado. Sabe-se que êle descreveu, em volta dos capilares intralobulares, espaços linfáticos fechados, formando bainhas aos capilares; estes espaços teriam uma parede externa especial, formada por uma membrana amorfa sôbre a qual assentaria uma rêde de fibrilhas de diferente espessura e direcção e estariam ainda as células estreladas descritas tempos antes por Kupffer. E, concluindo desta descrição, o autor explica que o estroma da glândula proviria, não das rêdes da parede do capilar, mas das descritas na parede das bainhas perivasculares, imediatamente em contacto com a célula hepática e até, mesmo, a ela ligada pela substância cimentar que entre si une as células hepáticas, por um sistema de fibras anastomóticas que ligavam umas às outras as bainhas linfáticas vizinhas.

Mac-Gallavry (38) e Oppel (7), entre outros, aceitaram êste modo de formação do estroma hepático; êste último autor, nomeadamente, descreve as redes *Umspinnend* que a impregnação argêntea deva ver na parede dos vasos hemáticos e na dos vasos linfáticos.

Eberth (39), Muira (6), e Boll (40) contam-se no número dos autores que concedem principal importância para a formação do estroma às fibras que compõem as rêdes pericelulares emquanto a parede dos vasos se cobriria de elementos reticulados, que não seriam senão ramificações das fibras que rodeiam as trabéculas hepáticas.

Rüssakoff (15) estabelece algumas opiniões pessoais novas e interessantes. Em primeiro lugar observa que as fibrilhas do sistema das *Gitterfäsern* não merecem bem êste nome, visto que, examinadas cuidadosamente, todas elas, mesmo as mais ténues, se deixam ver formadas pela juxtaposição de fibras elementares; depois, considera as *Gitterfäsern* não como simples fibras, mas como pontos e linhas espessadas da membrana que as mantém unidas. E, assim, tendo chegado ao convencimento da existência de tais membranas, pelo exame directo das preparações normais, pela constatação de que as fibras pericelulares não deixam de ficar entre si unidas quando, por processos mecânicos artificiais ou patológicos, as células da trabécula lobular foram afastadas, e ainda recordando o facto geral de que as fibras do tecido conjuntivo estão sempre reünidas por uma substância fundamental, Rüssakoff reconhece de novo a tam contestada existência da membrana própria ou basilar mencionada em todas as glândulas e cuja realidade as antigas descrições de Wagner (42), Henle (3) e outros não tinham logrado estabelecer no fígado.

Com o auxílio do método corante de Timofejew pôde a Sr.ª Strumow-Trubin (36), em 1910, estudar de novo a disposição das *Gitterfäsern* do fígado; no seu trabalho encontrei a catalogação de três espécies de fibrilhas: as *Radiarfäsern*, *Umspinnend* e separadamente destas, fibras anastomóticas (*Verbindungsfäsern*) unindo através das trabéculas celulares as rêdes pericapilares vizinhas; o lóbulo hepático, segundo Strumow-Trubin, seria completamente rodeado por uma rêde de fortes fibras donde saïriam as fibrilhas pericapilares, e destas as fibras unitivas ou anastomóticas, sendo pois o estroma uma complicada rêde em cujas malhas de vária espessura e direcção se alojariam as células hepáticas ou os capilares sangüíneos. Estudando as *Gitterfäsern*, que, como a Rüssakoff, se lhe afiguraram serem formadas por fibrilhas juxtapostas, nos diferentes animais, provou, como Oppel já havia feito, por exemplo, que emquanto o gato é o tipo de vertebrados em que as *Radiarfäsern* são fortes e espessas, o cão representa o tipo contrário em que, predominando as *Umspinnend*, as fibras radiadas são mais fracas e nem sempre se seguem da veia central à periferia do lóbulo. Daqui se infere que os diferentes elementos formativos do estroma hepático se unem e conjugam de vária forma nos diferentes animais.

Pontos de importância óbvia tentou resolver a discípula de Timofejew, como as das relações das *Gitterfäsern* com o tecido colagéneo peri e intralobular, com as bainhas linfáticas perivasculares e ainda com as células estreladas de Kupffer. Injectando os

espaços linfáticos e os vasos com gelatinas coradas de várias maneiras ou com solutos de prata redutíveis, mais uma vez não encontrou a parede externa e amorfa das bainhas linfáticas pericapilares, nem, por conseqüência, o seu retículo; colocou as *Sternzellen*, como Kupffer, na parede do capilar, sem nenhuma relação com as *Gitterfäsern*, que estão por fora delas; e todas as tentativas no sentido de provar a derivação das *Gitterfäsern* das células estreladas, feitas em fígados adultos ou embrionários, resultaram negativas, ao contrário do que a Kon aconteceu. Mas, adiante terei ensejo de mais demoradamente falar nas descrições de Kon das *Gitterfäsern* embrionárias. Mais nìtidamente, do que com o processo de Bielschowsky-Maresch, permitiu-lhe o azul de metilena, aplicado da maneira proposta por Timofejew, ver a passagem das fibras reticuladas intralobulares para os grossos feixes colagéneos da adventícia da veia central e do espaço interlobular; as *Gitterfäsern*, coradas fortemente de violeta e finamente destacadas do fundo, gradualmente iam empalidecendo, tornando-se mais espessas, até se confundirem com as fibras colagéneas de côr violeta-pálido intra ou perilobulares, sendo que na periferia do órgão as *Gitterfäsern* entravam directamente em conexão com a cápsula de Glisson, semelhantemente ao que acontece nas outras glândulas e no baço.

Recusando-se a aceitar o modo de ver de Rüssakoff sôbre a existência das membranas, de que as *Gitterfäsern* seriam simples espessamentos, Strumow-Trubin não considerou as rêdes pericelulares independentes, fazendo-as derivar das rêdes pericapilares, únicas primitivas que admite.

Em resumo, vê-se que, como disse no princípio, a sistematização proposta por Kupffer é a que, com pequenas variações, se manteve e ficou e que os modos de ver se destinguem essencialmente pelo facto de admitir que as *Radiarfäsern* e as *Umspinnend* são dois sistemas independentes, como Davidoff e Böhm (43) expressamente pensaram, ou que sendo distintos se unem e anastomozam para a formação do estroma hepático, ou que, ainda, só as *Radiarfäsern* têm existência autónoma, sendo as *Umspinnend* delas derivadas, ou que pelo contrário as *Radiarfäsern* é que derivam das rêdes pericapilares, origem de todo o estroma conjuntivo do lóbulo hepático. E é esta última opinião a que em verdade é aceita pela maior parte dos mais modernos autores.

Se me demorei um pouco mais na descrição das *Gitterfäsern* do fígado, foi porque, sendo neste órgão que o retículo é mais nítido e abundante, conhecendo-o se fica fazendo uma regular idea da disposição geral do sistema das *Gitterfäsern* dalguns outros órgãos; reservo para mais tarde os pormenores que porventura sejam necessários para o bom entendimento do estroma dos tumores que estejam situados em tal determinado órgão.

Nas glândulas os processos impregnativos vieram mostrar pela primeira vez, ou pelo menos demonstrar mais nìtidamente, certas particularidades de estrutura; assim, as membranas basilares, or-

dinàriamente consideradas amorfas, deixam entrever a sua estrutura finamente reticulda, emquanto os ácinos cortados perpendicularmente mostram apenas um anel negro que os envolve, aspecto das membranas basílares impregnadas de prata; se ao campo da preparação vem um ácino cortado obliquamente, a pretensa homogeneidade desaparece, para dar lugar a figuras formadas dum delicado retículo, encerrado na massa duma substância fundamental, cuja abundância varia de glândula para glândula. A estrutura reticulada das membranas basilares, bem como a sua relação com as túnicas próprias dos órgãos glandulares têm sido, regularmente, encontradas nos rins, no pâncreas e glândulas salivares, nos ovários, nas glândulas mucosas dos brônquios. Mesmo no fígado, como acima ficou dito, há quem interprete do mesmo modo certos aspectos das *Gitterfäsern*, observando apenas que a substância fundamental da membrana própria é relativamente muito menos abundante do que nas outras glândulas.

Fora das vítreas glandulares o retículo continua-se e contrai íntimas relações com as *Gitterfäsern* que rodeiam os vasos do estroma. Assim nos rins os retículos perivasculares lançam sôbre os *tubuli*, como sôbre as cápsulas de Bowmann, fibrilhas que, dividindo-se e anastomozando-se, constroem além das membranas próprias um retículo tam apertado e abundante que dificilmente o desenho o reproduz.

No pâncreas também as *Gitterfäsern*, separando-se dos feixes colagéneos do estroma, formam, em volta dos ácinos, arcadas delicadas, disposição esta pouco diferente da do retículo que rodeia os ilhotes de Langerhans. Uma particularidade notável e importante para a compreensão do sistema das *Gitterfäsern* em certos tumores epiteliais é mencionada pelo italiano Cesare Piazza (48), que viu a entrada de delicadas fibrilhas dentro do ácino até às células centro acinosas, o que igualmente acontecia, se bem que muito mais raramente, nos ilhotes Langerhans. São de comparar-se a estes resultados os de Livini (25) sôbre o tecido conjuntivo das tiroídea e paratiroídea; o tecido conjuntivo fibrilhar não se limita a rodear os ácinos, penetra dentro dêles, de tal sorte que Livini descreve as células paratiroídeas separadas umas das outras por um sistema de delicadas fibrilhas; descrições semelhantes foram feitas no ovário por Hörmann (44) e na cápsula supra-renal por Comolli (30).

A descripção do sistema das *Gitterfäsern* na parede dos vasos foi principalmente feita nestes últimos tempos em trabalhos da Escola de Siena. D'Antona (45) e Razzaboni (46), nos seus estudos sôbre as lesões aórticas e sôbre as varizes, estabeleceram com precisão as relações evidentes com o sistema muscular e elástico, verdadeiros elementos funcionais dos vasos; a sua abundância ou a sua ausência, dependente da quantidade de fibras elásticas ou musculares, a sua disposição tendente a formar como que bainhas reticuladas à volta do músculo ou da lâmina elástica constituem dum modo muito geral a súmula dos resultados daqueles autores, obtidos na aorta e

nas veias normais. Já anteriormente as *Gitterfäsern* do músculo liso do útero tinham sido impregnadas, mostrando-se em tôrno dos feixes e das fibras, em linhas longitudinais ligadas entre si por fibras anastomóticas perpendiculares. Idênticos aspectos obteve Neuber (49), impregnando o músculo cardíaco; segundo êste autor o retículo das *Gitterfäsern* formado de fibras fortemente onduladas que correm ao longo dos fechos e de fibras *Umspinnend,* cuja direcção cortam, não é menos abundante e nítido que no fígado e orgãos linfóides.

Rêdes de *Gitterfäsern* foram descritas ainda por Rüssakoff, sob o epitélio alveolar do pulmão; estas rêdes seriam formadas de fibras que penetram na parede alveolar com os capilares, e doutras fibras (*Spiralfäsern*) acompanhando de preferência os feixos elásticos; e os capilares possuïriam ainda uma camada de fibras circulares, imediata continuação da camada subendotelial das artérias.

A aplicação dos métodos de Bielschowsky, como o de Timofejew, permitiram a demonstração nítida do retículo do baço e dos gânglios linfáticos; assim Rössle e Yoschida, Ciaccio (33) e outros puderam descrever a disposição das fibras do retículo do baço nos folículos, na polpa e à roda dos vasos, nos folículos e nos seios ganglionares; assim, Alagna (34) fez o estudo retículo-adenóide da amígdala palatina, etc.

Em 1903, descreveu Renaut (50) delicados retículos conjuntivos no epíplon de certos animais e em outros órgãos; êste retículo, a que êle chamou «la tramule du tissu conjonctif», posto em evidência pelo azul de metilena de Zachariades, tem, nas suas reacções corantes, como na sua morfologia, uma tal semelhança de aspecto com as *Gitterfäsern*, que não duvido em identificar completamente os dois sistemas.

Do que foi dito se infere que o retículo das *Gitterfäsern* se encontra sempre, mais ou menos desenvolvido, em todos os órgãos; em todos êles as *Gitterfäsern* se reconhecem acompanhando os grossos feixes colagéneos, ou, independentes, formando retículos. Em toda a parte, também, a conexão com a adventícia dos vasos é óbvia, sendo que em alguns órgãos o retículo parece provir todo êle da parede vascular, emquanto noutros da interferência das *Gitterfäsern* de várias origens é que resulta o sistema reticulado do órgão.

Encetando o exame das perturbações que na sua disposição e aspecto o sistema das *Gitterfäsern* sofre em presença dos vários processos patológicos, avançarei dizendo desde já que dêle é que saem principalmente os elementos com os quais se poderá determinar em que capítulo da Anatomia Geral se deva colocar o sistema das *Gitterfäsern* e reconhecer o papel que, na Fisiologia, êle tem de desempenhar.

Se nós examinarmos, por exemplo, a porção de parênquima hepático que está em volta de um tumor, com facilidade observare-

mos, mormente se êste teve um rápido crescimento, uma modificação especial das suas *Gitterfäsern;* normalmente onduladas, as *Gitterfäsern,* correm direitas, concêntricamente ao tumor, ao mesmo tempo que há uma evidente diminuïção na sua espessura; o mesmo acontece sempre que há lesões que tendem a aumentar o volume do lóbulo hepático, estase crónica, angiectasias de certas septicémias, etc.

Correspondentemente, apresentam as *Gitterfäsern* um fortíssimo espessamento e enrugamento em casos de atrofia do lóbulo hepático, sendo contudo de notar-se que estes dois elementos, o desdobramento ou o adelgaçamento da fibra, por um lado, e o seu espessamento e maiores sinuosidades de trajecto, por outro, nem sempre concorrem em partes iguais na modificação do retículo, havendo casos em que o desdobramento prima a diminuïção de espessura, como, por exemplo, na estase difusa do fígado, e outros em que idênticamente a fibra reticulada se adapta à diminuïção do percurso a seguir, principalmente espessando-se, emquanto as ondulações se fazem pouco mais freqüentes e apertadas do que normalmente.

Exemplos desta ordem se podem também encontrar no pulmão, onde as *Gitterfäsern* se enrolam e engrossam à volta dum lóbulo atelectasiado, adelgaçando-se num pulmão enfisematoso.

Mostram estes fenómenos ìntimamente que as *Gitterfäsern* são elementos eminentemente distensíveis, mas, como sempre, pode o limite de distensibilidade ser excedido, dando origem a verdadeiros fenómenos de atrofia, e, mais simplesmente, a fracturas e soluções de continuïdade das fibras, como às vezes sói ver-se na periferia de tumores de rápido crescimento.

Outra propriedade interessante das *Gitterfäsern* é a sua grande resistência aos agentes que atacam, mais ou menos ràpidamente, o elemento parenquimatoso, e exemplos dela se encontram em todos os órgãos. Em inflamações agudas, purulentas, em necroses de origem infecciosa ou tóxica do fígado ou dos rins, nas placas de ateroma, inclusivamente, até, no seio de granulomas tuberculosos ou sifilíticos completamente degenerados, o retículo das *Gitterfäsern* deixa-se ainda impregnar e conserva um aspecto pouco diferente do normal.

Às vezes, contudo, esta resistência pode fenecer em casos de fortíssimas infecções ou intoxicações; é assim que Kon refere em casos de dissociação do lóbulo hepático de origem septicémica, uma atrofia e degeneração das *Gitterfäsern,* demonstrada pela defeituosa e parcial impregnação, às vezes granulosa, do retículo. Desta variabilidade de comportamento e de resistência das *Gitterfäsern* tirou Kon a razão da diferente consistência do órgão conforme a lesão; se o retículo se conserva, conserva-se a consistência; se o retículo degenera e desaparece, diminui a dureza do fígado.

Há muito tempo já que vários observadores tinham notado que, em indivíduos cujas artérias escleróticas tinham produzido, em todos os órgãos, as sabidas modificações, o fígado se mostrava muito

menos atingido que êles pelo processo, apresentando-se sòmente duro, e sem quaisquer fenómenos de cirrose. Entre êsses observadores contava-se Barbacci, que, depois de ter examinado, sem resultado, o tecido conjuntivo, pertinazmente normal, do que êle chamava *il fegato duro arteriosclerotico*, se lembrou de procurar se as modificações de consistência do fígado na artério-esclerose generalizada poderiam assentar em qualquer modificação do retículo das *Gitterfäsern;* desta vez as pesquisas do ilustre anátomo-patologista foram coroadas do maior êxito, visto que pôde demonstrar uma correspondência entre o endurecimento do fígado e o aumento do sistema das *Gitterfäsern.*

Os dois processos de hipertrofia e hiperplasia concorriam de maneira variável para o fenómeno, de tal sorte que Barbacci pôde distinguir um tipo hiperplástico, um tipo hipertrófico, conforme a predominância dum ou outro processo, e um tipo mixto, concedendo, contudo, que esta divisão era um tanto teórica, visto que o tipo mixto era o que sempre ou quási sempre se encontrava. Estudos posteriores de Barbacci permitiram demonstrar que um processo idéntico se desenhava nas outras vísceras: no rim, no pâncreas, onde é vulgar o aparecimento de lesões de esclerose subseqüentes a lesões arteriais, era por fenómenos de hiperplasia e hipertrofia das *Gitterfäsern* que começavam os processos de cirrose da víscera. Mas, para daqui se chegar à verdadeira esclerose visceral, era necessário mostrar como nascia o tecido colagéneo e determinar as possíveis relações dêste com as *Gitterfäsern;* estas relações ficaram esclarecidas, quando se mostrou que o tecido formativo das *Gitterfäsern* se podia transformar em verdadeiro tecido colagéneo.

Esta transformação, esta metaplasia das *Gitterfäsern,* estava, a êste tempo já, descrita por Rössle e aceita pelos seus discípulos, desde que êste autor, em 1907, numa comunicação à Sociedade Alemã de Patologia, descreveu os dois fenómenos, que reputou característicos do fígado diabético: um era o aparecimento de gotas gordurosas no protoplasma das células estreladas, outro a formação dumas bandas especiais na parede dos capilares intra-lobulares.

Deixando o relato da deposição gordurosa nas células de Kupffer, que não interessa ao caso, vou seguir a descrição das bandas perivasculares.

Estas bandas ou faixas são, segundo Rössle, já evidentes em cortes não corados, como cordões brilhantes e refringentes, correndo ao longo da parede do capilar, e têm a sua origem na veia central ou no tecido colagéneo da cápsula de Glisson. Colocadas junto das células hepáticas, mas pertencentes às paredes do capilar, envolvem-nas nas suas voltas contorcidas e fortes, e por vezes figuram ser prolongamentos directos das células estreladas. Identificando estas fibras, afirma provirem duma transformação das *Gitterfäsern,* transformação que, diz textualmente, não pode ser mais còmodamente denominada que *Metaplasie zu kollagenem Bindegewebe,* visto que as fibrilhas, que nìtidamente se vêem formar

essas bandas, apresentam já as reacções de tecido colagéneo, avermelhando, por exemplo, mais ou menos fortemente, com a picrofucsina.

E, no ano seguinte, nova comunïcação, em que Rössle estuda a metaplasia das *Gitterfäsern* na hipertrofia simples do fígado. Esta *wahre* hipertrofia é uma hipertrofia difusa, independente de verdadeiros fenómenos de cirrose, e que aparece nas pessoas que trabalham muito, assim como nos grandes bebedores de cerveja; jornaleiros, carregadores e quejandos formam a maior parte dos indivíduos atingidos de hipertrofia simples do seu fígado; a coexistência repetida da hipertrofia cardíaca dos rins, e a morte freqüente por insuficiência aguda do miocárdio, a mesma etiologia do processo faz-me pensar que, pelo menos, em alguns casos, se deverão comparar alguns fígados com *wahre* hipertrofia aos fígados duros artério-escleróticos de Barbacci.

Seja como fôr, os fenómenos de espessamento e enrolamento das *Gitterfäsern*, e, aqui e ali, a transformação, mais ou menos completa, do tecido conjuntivo intralobular em verdadeiro retículo colagéneo, constituem as modificações que o professor alemão encontrou nos seus fígados, com hipertrofia simples ou verdadeira, especialmente localizada nos lóbulos, sede de fenómenos de hipertrofia parenquimatosa.

Estabelecida, assim, para Rössle a prioridade na descrição da metaplasia colagénea das *Gitterfäsern*, prioridade aliás reconhecida e apontada por Barbacci, e recordado que êste último histologista, observando vários órgãos, pôde afirmar que a hipertrofia, seguida mais tarde de metaplasia, das *Gitterfäsern*, estava sempre no início dos processos de verdadeira esclerose, estudos de diferentes histologistas têm vindo verificando em diferentes tecidos ou órgãos a exactidão das vistas de Rössle e Barbacci. Mas, antes que dêles dê conta, desejo frisar bem que os aumentos de consistência, sem lesões escleróticas verdadeiras, e fundados em fenómenos de hipertrofia e hiperplasia das *Gitterfäsern*, não são de modo nenhum privilégio exclusivo da glândula hepática. Certos endurecimentos do rim, sem outras lesões de nefrite intersticial, o endurecimento do pulmão em algumas estases crónicas (Rüssakoff), o aumento de consistência dalgumas glândulas linfáticas nos sifilíticos (Rössle) reconhecem a mesma patogenia averiguada.

D'Antona (45) estabelece, depois de fazer o estudo circunstanciado das *Gitterfäsern* da parede arterial, surpreendendo as relações íntimas destas com as lâminas elásticas e as fibras musculares, que os processos de artério-esclerose sofrem a evolução já descrita, sendo que a metaplasia colagénea nem sempre se chega a efectuar pela intervenção fortuita, se bem que freqüente, de fenómenos degenerativos.

Nas veias é Razzaboni (46) quem descreve como os fenómenos das transformações varicosas graduais correspondem a lesões das *Gitterfäsern* da parede vasal, lesões que, principiando pela hiperplasia, principalmente a hipertrofia em muito maior grau, vão con-

duzindo até uma verdadeira esclerose por metaplasia colagénea, para, só nos últimos estados, as modificações progressivas das *Gitterfäsern* darem lugar a lesões atróficas e de degenerescência granulosa das mesmas.

Nos órgãos adenóides Rössle e Yoschida (17) dão conta de aspectos idénticos na modificação das *Gitterfasern* em hipertrofias e aumentos de consistência dos gânglios linfáticos.

E, para acabar como principiei, falando do fígado, direi como na cirrose, a par das lesões características, as *Gitterfäsern* se conservam em geral na sua disposição normal, apresentando sòmente os conhecidos fenómenos de hiperplasia e metaplasia, a que já tantas vezes me referi; sòmente nos lóbulos, sede do fenómeno de regeneração parenquimatosa, a rêde das *Gitterfäsern* sofre profundas modificações destrutivas.

Quási ocioso é dizer que factores de ordem mecânica, como a diminuïção do volume do lóbulo, a estase crónica e outras circunstâncias próprias às cirroses intervêm na formação final do retículo das *Gitterfäsern*. E, aproveitando o ensejo, mencionarei a observação de Barbacci, de que, sendo, ao contrário das outras vísceras, o fígado artério-esclerose um fígado, em geral, não cirroso, deve essa excepção ser atribuída ao facto de a glândula hepática usufruir duas vascularizações diferentes, reagindo êste órgão às lesões arteriais apenas com modificações do seu tecido reticulado e não do seu estroma colagéneo.

Nos tumores tem sido estudado igualmente o comportamento das *Gitterfäsern;* mas dêsse argumento terei tempo de adiante me ocupar bem mais de espaço.

Os primeiros observadores que viram e descreveram o retículo das *Gitterfäsern* ou não indicaram a sua natureza, ou, sem maior exame, o consideraram formado por tecido colagéneo (Fränkel (51). Mas esta opinião não pôde manter-se por muito tempo e desfez-se logo que foi demonstrado que as *Gitterfäsern* não mereciam ser tidas como fibras colagéneas, pela boa e simples razão de que fervidas com água não davam absolutamente ou davam ligeiros vestígios de cola.

Além desta fundamental diferença, outras havia entre as fibras colagéneas e as *Gitterfäsern*: a fraca ou nula coloração destas pelos reagentes corantes vulgares do tecido colagéneo, a que atrás me referi, certas particularidades morfológicas, como a possibilidade de formarem anastomoses com as fibrilhas derivadas da ramificação da mesma fibra primária (Braun (52), fibra esta mais espessa que a soma das ramificações secundárias, tudo isto constituía um grupo de particularidades que distinguem as *Gitterfäsern* do tecido colagéneo.

Disse já atrás como as reacções corantes separaram as *Gitterfäsern* do tecido elástico e como os específicos corantes da elastina são incapazes de evidenciar o retículo precolagéneo; quanto a diferenciar as *Gitterfäsern* das fibras elásticas, simplesmente, por

caracteres morfológicos, é difícil e mesmo, quási sempre, impossível, como tive ocasião de me convencer ràpidamente.

Assente pois que as *Gitterfäsern* não eram, nem fibras colagéneas, nem elásticas, natural pareceu que, com as primeiras e felizes aplicações do método de Bielschowsky à demonstração do retículo dos órgãos linfáticos, assim assemelhado em aspecto às *Gitterfäsern* do fígado, se tentasse aproximar e identificar as *Gitterfäsern* dos vários órgãos com aquilo que era conhecido sob o nome do tecido reticulado e se encontrava condensado no baço e órgãos linfóides ou esparso em vários outros órgãos. O primeiro autor que falou das *Gitterfäsern* dum órgão linfático foi, como já por mais de uma vez foi dito, Oppel; mas fê-lo categòricamente, declarando que, com o dar o mesmo nome de *Gitterfäsern* ao retículo intralobular do fígado e ao delicado retículo do baço, não quisera significar e afirmar a identidade dos dois tecidos, mas que apenas tivera a idea de, por simplicidade, usar do mesmo nome para dois tecidos que, impregnados pelo método argênteo, apresentavam idênticos caracteres. Depois de Oppel, porém, começou a falar-se correntemente de *Gitterfäsern* do baço ou dos gânglios.

Pareceria à primeira vista que, demonstrado, ou, pelo menos, aceito o princípio de que as *Gitterfäsern* e o fino retículo adenóide são tecidos idênticos e da mesma natureza, estariam completamente determinadas todas as propriedades e a estrutura íntima do sistema das *Gitterfäsern;* assim, na verdade, teria acontecido, se se possuísse o conhecimento elementar e perfeito do tecido linfóide.

Mas, sabe-se como a concepção do retículo dos gânglios linfáticos e baço tem variado e como têm sido longas e vivas as controvérsias, que o assunto tem provocado. Duas são, como é sabido, as opiniões sôbre a estrutura do tecido reticulado: uma considera-o formado de fibras, sôbre as quais estão assentes células infiltrando-as; outra, pelo contrário, dá-o como formado de células ramificadas, cujos prolongamentos se uniram, constituindo uma rêde mais ou menos espessa. De ambos os lados da questão se vêem nomes ilustres e honrados na sciência; a opinião geral tende, contudo, hoje para a hipótese celular. As partes primitivamente protoplásmicas dos prolongamentos celulares iriam sofrendo transformações de ordem química que, afastando-as da substância do protoplasma, as conduziriam ao estado de retículo não colagéneo do gânglio linfático ou baço adultos.

Esta evolução, feita, assim, à custa dos corpos celulares, tinha por efeito o progressivo rareamento de núcleos do retículo, de tal sorte que, em muitos pontos, o seu total desaparecimento dava razão aos que admitem no retículo fibras, simplesmente, entrecruzando-se de vária forma, e sôbre elas maior ou menor quantidade de elementos celulares.

Noutros retículos que não pròpriamente adenóides, como no da medula dos ossos compridos, tem sido observada uma evolução idêntica e confirmativa.

Vieram estas considerações a propósito, porque se têm procurado os elementos colagéneos pertencentes ao sistema das *Gitterfäsern* do fígado e porque não sendo em alguns casos encontradas células que como tal se pudessem considerar, muitos autores se negam a admitir a identidade das *Gitterfäsern* e do tecido adenóide; entre êles, recentemente, a Sr.ª Strumow-Trubin, nas conclusões do seu já apontado trabalho sôbre o fígado, está de acôrdo em que o tecido adenóide é o que mais se aproxima do das *Gitterfäsern*, mas, dêste o distingue por possuir os elementos celulares fundamentais, que nas *Gitterfäsern* não encontrara. Se progressivamente e com o correr dos tempos o número de núcleos existente vai, como acima disse, minguando, necessário se tornou que estudos fôssem feitos sôbre fígados, em épocas recuadas da vida; foi o que Kon fez, estudando o desenvolvimento das *Gitterfäsern* nos fígados embrionários; as descrições dêste autor sôbre as evidentes relações das *Gitterfäsern* com o endotélio dos capilares são perfeitamente decisivas.

As fibras aparecem já no quarto mês da vida intra-uterina, e são, diz Kon, primeiramente evidentes no meio do lóbulo e não têm relação com a veia central, ou com a cápsula; a sua impregnação faz-se granulosa nos fígados de quatro meses, tornando-se linear aos seis meses, e, já nesta época, é nítido, por um lado, o aparecimento de grãos e linhas de impregnação no protoplasma das células estreladas, principalmente nos seus prolongamentos, e, por outro, a existência de formações fibrilares, ou no interior, ou na superfície dos corpos celulares em toda a sua extensão, ou apenas em parte.

Estes aspectos mantêm-se parcialmente até os nove meses, época em que a disposição do retículo é idêntica à do adulto, e depois perde-se a evidência da íntima relação existente entre as *Gitterfäsern* e as células estreladas. E daqui, conclui Kon, se infere que é extremamente verosímil o crer-se que as *Gitterfäsern* provêm da imediata transformação dos prolongamentos e da camada superficial das células endoteliais dos capilares intralobulares. Nítidas impregnações dos prolongamentos das células endoteliais e a sua passagem gradual para as *Gitterfäsern,* observou ainda Kon, em abono do seu modo de pensar, em dois tumores, um cavernoma hepático, e um nódulo metástico dum tumor hipernefróide.

Strumow-Trubin, menos feliz que Kon, confessa que sempre que pretendeu achar relações entre as células de Kupffer e as *Gitterfäsern* obteve apenas resultados negativos.

Rössle e Yoschida descreveram nos gânglios células formadoras das *Gitterfäsern,* que mais não eram do que as células do retículo que consideraram idênticas aos elementos endoteliais dos vasos linfáticos, como aos fibroblastos e aos elementos epitelióides (tuberculose).

Apesar de continuar litigioso êste ponto, a opinião de quási todos não hesita em meter o sistema reticulado das *Gitterfäsern* no grupo dos tecidos reticulados em geral; daí a justificação de ter eu

já, também, por várias vezes, falado correntemente do *Gitterfäsern* dos gânglios e do baço.

Da génese das *Gitterfäsern* falarei ràpidamente, visto que não há observações especiais a fazer e o modo de nascimento do sistema reticulado é o descrito a propósito das fibras conjuntivas em geral; certamente que o ponto não está definitivamente assente pelos histologistas e a questão de saber se as fibras nascem por transformação da substância protoplásmica por diferenciação superficial ou interna, ou se têm origem na modificação fibrilhar dum produto intercelular, constitui ponto ainda hoje discutido e controverso.

Certo é que, demonstrado que a substância intercelular é um produto da actividade da célula, ou que mesmo não é mais do que uma diferenciação (creoplasma, hialoplasma) da parte mais afastada dos núcleos do sincício que forma o mesênquima embrionário e original, a questão perdeu parte importante do seu interêsse. E as descrições vão-se assemelhando às que Kon fez a respeito das células estreladas do fígado; assim, Laguesse (53), estudando a génese da cápsula e do tecido próprio do baço dos seláceos, determina a formação tangencial, ou mesmo interna, da substância amorfa, ainda não colagénea, que mais tarde se dividirá em fibrilhas e evolucionará de tal sorte que apresentará depois completas as reacções do tecido colagéneo; o mesmo trabalho interessa no ponto em que marca a formação fibrilhar precolagénea da túnica própria do baço, disposição que foi encontrada, como atrás disse, nas membranas próprias dos órgãos glandulares. Livini (25) estudou a mesma questão da origem das fibras colagéneas com o auxílio do método de Bielschowsky-Levi, e chegou a obter imagens donde inferiu a nascença no interior das células dos elementos que mais tarde constituïrão as fibras conjuntivas colagéneas vulgares.

Êste facto, de as reacções químicas de substâncias não colagéneas, que as fibras conjuntivas, como as substâncias fundamentais donde provêm, apresentam, ligadas às transformações metaplásicas que em condições fisiológicas fazem mudar as *Gitterfäsern* em fibras colagéneas, faz ver que esta mesma metaplasia constitue um princípio geral de formação de tecido colagéneo, precoce e inicial nas mais partes do tecido conjuntivo, não chegando a dar-se no tecido reticulado dum gânglio linfático, ou dum fígado. O tecido colagéneo apresenta sempre um estadio precolagéneo, que se manterá ou não conforme o órgão ou tecido considerado.

É justamente essa propriedade fundamental de se transformar em tecido colagéneo, que constitui a propriedade mais característica das *Gitterfäsern;* as outras tiram-se da sua distensibilidade, da sua notável resistência aos meios químicos usuais, como aos processos patológicos agudos mais destrutivos, a sua acção hiperplásica e hipertrófica no início dos processos de esclerose visceral.

Por intermédio das variações patológicas desta espécie, nas *Gitterfäsern,* se têm inferido razões para estabelecer-lhes um pa-

pel fisiológico; assim, como exemplo, nas veias varicosas a hiperplasia do sistema reticulado que rodeia e abraça a fibra muscular da parede vasal, oferecendo um mais forte ponto de apoio à acção muscular, permite-lhe o aumento da energia que combate com maior ou menor eficácia a insuficiência das válvulas e a estase do sangue no canal; considerações de idêntica espécie se tiraram do estudo das *Gitterfäsern* nas doenças do miocárdio e das paredes arteriais.

Estabelecidas, assim, perfunctòriamente as principais características das *Gitterfäsern,* permitir-me hei, em conclusão do que até aqui tenho dito, servir-me indistintamente de vários nomes: *Gitterfäsern,* tecido reticulado, trâmula conjuntiva, tecido precolagéneo, denominações que têm sido usadas pelos vários autores e a que eu não juntei qualquer outro que pretendesse ser tradução portuguesa de *Gitterfäsern.*

*

* *

Na falta de elementos certos e definitivos sôbre a essência do processo blastomatoso, com problemáticas hipóteses etiológicas, em posse duma terapêutica provadamente insuficiente, as mais das vezes, não é de estranhar que quási todos os esforços dos oncologistas se tenham exercido no campo histológico, buscando surpreender ao microscópio os delicados pormenores que um dia possam trazer, com a sua interpretação, a explicação clara e luminosa dos aspectos mórbidos que, neste capítulo da Patologia, ora se nos afiguram estranhos e incompreensíveis, quando comparados com outros e comuns processos patológicos.

Ao recordar a tremenda complexidade das insuficientes classificações de tumores que têm sido produzidas, fundadas sôbre características histológicas, não posso deixar de supor que se, nos processos comuns infecciosos, por serem desconhecidos os seus agentes causais, tivéssemos de nos limitar ao estudo macro e microscópico das lesões, todos os sistemas e todas as classificações das doenças infecciosas seriam tam confusas e incompletas como são actualmente as dos tumores.

A esta investigação cuidada e minuciosa dos elementos tumorais não podia escapar o estroma, e lembrar aqui como, de várias maneiras, o seu estudo pode assumir uma grande importância, é certamente quási ocioso. Com efeito, se êle umas vezes não representa mais do que a reacção banal e não específica do tecido ou órgão lesado à invasão neoplásica, modificações estas que, contudo, têm podido ser consideradas até como causa provocadora do processo tumoral, outras vezes testemunha a sobrevivência de propriedades mais ou menos alteradas que, dos elementos normais, a célula neoplásica herdou e conservou.

É a disposição das *Gitterfäsern,* elemento eventual e contingente no estroma dos tumores, que pretendo agora ir estudar;

como as outras partes do estroma, elas ver-se hão derivar do tecido preexistente ao do tumor ou ser produzidas pelas próprias células neoplásicas e, assim, as relações delas com os elementos celulares do tumor poderão variar de um caso a outro, variabilidade que, pela introdução doutras circunstâncias, poderá, como adiante direi, estender-se entre largos limites. Mas porque estudos desta ordem foram já feitos por vários, vou referir ràpidamente o que sôbre o assunto tem sido observado.

E o primeiro, Maresch, aquele que, em 1905, tendo visto as delicadas imagens obtidas com o seu método de impregnação, pôde presumir que êste poderia orientar perfeitamente o estudo da distribuïção das fibrilhas conjuntivas no estroma dos tumores.

Depois, os autores que estudaram o comportamento das *Gitterfäsern* nos variados processos patológicos de um órgão dedicaram um capítulo às neoplasias; assim, Kon (13) afirmou o desaparecimento das *Gitterfäsern* nos cancros primitivos do fígado, precedidos ou não de cirrose atrófica; em seguida mostrou que o mesmo não acontecia nos tumores de crescimento infiltrante, nos quais as *Gitterfäsern* subsistiam, deixando apenas entrever em certos pontos os fenómenos reaccionais ou degenerativos, semelhantes aos que já mencionei, existindo na periferia dos nódulos limitados, sendo que raras vezes se viam fibrilhas no interior dos ninhos celulares epiteliais, fibrilhas que, quando existiam, apenas os atravessavam como pontes. Pelo contrário, no caso de uma metastase dum tumor hipernefróide, notou Kon a existência de fibrilhas, que considerou independentes das *Gitterfäsern* do fígado e derivadas, como na cápsula supra-renal não patológica, do endotélio dos capilares próprios.

Rüssakoff (15), em carcinomas secundários do pulmão que teve ensejo de estudar, viu, em nódulos subpleurais, a sua limitação por uma linha, que aparecia negra nas preparações impregnadas com o processo de Bielschowsky-Levi; semelhantemente à disposição das vítreas glandulares, essas linhas negras pôde-as o autor considerar como cortes de membranas envolvendo os nódulos. Ainda como as vítreas, essas membranas descreveu-as Rüssakoff formadas por uma substância fundamental e por um retículo de fibrilhas em conexão com as *Gitterfäsern* do restante estroma; quando o tumor, crescendo, avançava invadindo os alvéolos, era então à custa das suas paredes que se formavam as membranas fibrilhares, que, também nêste caso limitavam os ninhos epiteliais.

Acidentalmente, vários autores tiveram ocasião de contribuir para o conhecimento das *Gitterfäsern* nos tumores; entre estes, Herxheimer (12), Dialti (56), Costantini (58), Rössle e Yoschida, etc. Mas, o estudo sistemático do assunto aparece pela primeira vez no trabalho de Righetti e continua-se com Haruzo-Kuru (59), Licini, Martelli e Romano. Dum modo geral, todos estes trabalhos chegaram a conclusões semelhantes; a escassez ou a completa ausência de fibrilhas reticuladas a dentro das formações epiteliais,

a quantidade maior ou menor, mas quási sempre notável, delas nos tumores sarcomatosos, são os resultados que nas conclusões dos trabalhos acima mencionados, com poquenas variantes, se encontram.

Daqui se tem procurado inferir um novo carácter diferencial entre os tumores epiteliais e sarcomatosos, podendo servir para o diagnóstico daqueles casos em que a distinção entre um cancro e um sarcoma se faz dificilmente, ou é de todo impossível, com a ajuda dos conhecidos e clássicos meios diferenciais. A medida do valor dêste carácter distintivo do aspecto do retículo das *Gitterfäsern* é que tem sido vàriamente estimada pelos diferentes autores; mas a razão da variedade nas opiniões sôbre o assunto dá-la hei mais tarde, depois de fazer o relato das minhas observações pessoais, ao mesmo tempo que irei fazendo a comparação dos meus resultados com os que outros autores obtiveram.

De várias proveniências obtive o número relativamente elevado dos tumores que vi; a maior parte saíu da Clínica Bastos e do Instituto de Anatomia Patológica da Faculdade de Medicina, e os outros das várias Clínicas onde puderam ceder-me as peças das suas operações.

Quási todos êles foram, também, obtidos por operação cirúrgica, e, assim, ficaram em geral reduzidas ao mínimo as modificações do tecido devidas à putrefacção.

Quanto à técnica seguida, fiz, além das impregnações argênteas pelo método de Bielschowsky-Levi-Barbacci, colorações sistemáticas com: hematoxilina-eosina, para a compreensão geral do tumor: van-Gieson, com coloração nuclear com hematoxilina férrica de Weigert, e método de Mallory-Ribbert para o tecido conjuntivo; fucselina de Weigert, com coloração nuclear carmínica, para as fibras elásticas.

Com estes métodos comparativos indispensáveis, é em geral possível distinguirem-se as *Gitterfäsern* dos outros elementos confundíveis, fibras elásticas, fibras colagéneas e nervosas, notando-se que as diferenças morfológicas entre as fibras elásticas e as precolagéneas me parecem incapazes de as fazer distinguir, pois muitas vezes vi *Gitterfäsern* que arremedavam perfeitamente na forma e aspecto as fibras elásticas; quanto à coloração de Mallory-Ribbert estou bem convencido que evidenceia fibras que merecem já o qualificativo de fibras precolagéneas, assim como, observando com atenção, o retículo das *Gitterfäsern*, aparece francamente amarelado nas colorações de van-Gieson intensas, o que vem mais uma vez demonstrar que, perante os reagentes *corantes* do tecido conjuntivo, a diferença entre a substância precolagénea e colagénea não é essencial mas uma simples questão de grau.

Tumores conjuntivos

Antes de relatar os resultados do exame dos tumores conjuntivos que estudei, vou escrever a sua lista, figurando com as iniciais (*K*) ou (*F*) os fixadores *Kaiserling* e *formalina* que usei, e por extenso os outros raros métodos de fixação de que eventualmente me servi:

Sarcoma linfomatóide do estômago	(F)
Sarcoma linfomatóide do intestino	(K)
Sarcoma linfomatóide do intestino	(F)
Sarcoma globo-celular da nádega	(K)
Sarcoma globo-celular do fígado	(K)
Sarcoma globo-celular do testículo	(F)
Sarcoma globo-celular do testículo	(K)
Sarcoma fuso-celular do baço	(F)
Sarcoma fuso-celular da parótida	(F)
Sarcoma fuso-celular do pénis	(F)
Sarcoma fuso-celular do peito	(K)
Sarcoma fuso-celular do recto, margem do ânus	(K)
Sarcoma fuso-celular melânico do recto	(K)
Sarcoma fibromatóide do pescoço	(F)
Sarcoma polimorfo do braço	(K)
Sarcoma polimorfo da laringe	(K)
Sarcoma giganto-celular da tíbia	(F)
Sarcoma giganto-celular das partes moles da perna	(F)
Sarcoma melânico alveolar	(F)
Fibroma do rino-faríngе	(F)
Fibroma da medula raquidiana	(F)
Fibromioma do útero	(F)
Fibromioma do útero	(F)
Fibromioma do útero	(F)
Fibromioma do útero	(F)
Fibromioma do útero	(Alcool)
Fibromioma mole edematoso do útero	(F)
4 fibro-adenomas da mama	(F)
Fibroma teleangectásico da mama	(K)

Porque os sarcomas linfomatóides são tumores que mais ou menos arremedam, na disposição e estrutura dos seus elementos, o aspecto dum tecido normal, qual é o adenóide, e visto que, justamente, é neste que se encontra uma mais rica e ramificada rêde precolagénea, pareceu-me oportuno começar por tumores desta espécie o exame do estroma reticulado dos blastomas.

Através da massa dum sarcoma linfomatóide, as impregnações argênteas mostram um intrincado entrecruzamento de fibrilhas que, no seu conjunto, formam figuras cuja descrição sistemática se torna

difícil, sendo que, no emtanto, a analogia com o tecido reticulado normal persiste visível; à volta dos vasos, quási sempre abundantes, dispõe-se, em geral, o retículo, formado pelo encontro de fibras radiadas partidas da sua adventícia, e doutras, normais a estas, concêntricas, com a parede vascular, em malhas mais ou menos apertadas, mais ou menos irregulares; em ligação com êste sistema perivascular, estende-se por todo o tumor uma vasta rêde, em cujas malhas, maiores ou menores, e formadas umas sòmente por delicadas *Gitterfäsern*, outras por fibras que já sofreram, mais ou menos completamente, uma metaplasia colagénea, estão encerradas as células tumorais linfocitóides, umas vezes muitas em cada malha, outras uma única.

Se os elementos celulares neoplásicos, essencialmente semelhantes aos correspondentes elementos normais do tecido adenóide, dividindo-se como estes nas duas categorias, os elementos linfocitóides e os chamados de tipo endotelial, dêstes, contudo, por vezes se separam em formas atípicas, também da comparação dos retículos dum gânglio e dum sarcoma linfomatóide saíram apontadas algumas diferenças nítidas. Righétti conclui das suas preparações que no estroma tumoral há, em relação com o tecido adenóide normal, uma profunda atipia na disposição irregular das fibras formadoras das malhas. Em verdade, examinando a sua figura, verifica-se que, com efeito, aquelas malhas irregulares e espessas, se se podem encontrar em certos pontos de gânglios normais, não têm, contudo, a disposição clássica do retículo adenóide; mas, em compensação, pude eu ver, em linfocitomas, retículos, de tam delgada estrutura e de tal forma construídos, que nada encontrei que os distinguisse dum retículo adenóide normal. Do exame da parede dos vasos conclui, também, que a disposição que Ciaccio descreveu, característica dos vasos do tecido adenóide, qual é a existência dum apertado retículo a que o endotélio está encostado pela face interna (*manicotto periteliale*) e doutra rêde muito mais longa à volta dêste (*plesso avventiziale*), se encontra só algumas vezes no estroma dos sarcomas linfomatóides. Desta variabilidade de aspectos do retículo nos diferentes pontos do mesmo tumor, ou em diferentes tumores, umas vezes irregulares e em metaplasia colagénea, outras delicado e abundante, e até outras sem formar verdadeiras malhas, reduzido a simples fibras isoladas como num centro germinativo dum folículo ganglionar, se infere, feita a comparação com baços e gânglios impregnados pelo método de Bielschowsky-Levi, que não é fácil assentar em que sentido se acentuam as diferenças entre as *Gitterfäsern* do tumor e dos tecidos normais comparáveis. Esta comparação dos dois sistemas torna-se, ainda, tanto mais difícil quanto é certo que a êste estroma reticulado se vem juntar aquele que evidentemente pertence ao tecido do órgão invadido pela neoplasia; assim, nos sarcomas desta espécie, que vi, e provenientes do trato digestivo, freqüentemente observei a comparticipação do sistema conjuntivo dos músculos invadidos, ou sob a forma de simples fibri-

lhas que, separando-se das outras, iam, isoladamente, insinuar-se entre as células linfocitóides, ou como verdadeiros retalhos, que alongavam sôbre o tumor as suas longas e finíssimas malhas.

Implicitamente aceitei já a idea de considerar o retículo como estroma próprio e formado à custa das células neoplásicas; a relação íntima das *Gitterfäsern* com o corpo celular, o facto do aparecer dos retículos nestes tumores ricos em células do tipo linfocítico, a distinção possível do estroma, que, pela sua estrutura, fàcilmente se pode fazer filiar no estroma do órgão em que assenta a neoplasia, e, principalmente, a comparação com os tecidos adenóidês, em que o retículo se provin de elementos de que há os representantes nos tumores linfomatóides, tudo isto me parece confirmá-la.

A relação do retículo precolagéneo do tipo adenóide e a célula redonda do tipo linfocítico é talvez de ordem muito mais geral do que parece. No estroma dos vários tumores que observei, cancros do pâncreas e da mama, fibromas moles, etc., tive ensejo de encontrar algumas vezes retículos que simulavam perfeitamente os retículos adenóides, que estavam sempre em relação com uma infiltração parvicelular, em geral, perivascular. A interpretação destas infiltrações pode ser vária e prende-se com uma das questões mais obscuras e controversas da histologia patológica, qual é a da origem e natureza dos elementos linfomatóides que infiltram os tecidos inflamados. Aspectos reticulados em infiltrações parvicelulares mencionou-os Rüssakoff no pulmão e considerou-os, em conformidade com a teoria de Ribbert, como hiperplasias dos núcleos adenóides, normalmente esparsos pelas vísceras, com especialidade no pulmão.

Por agora, e reconhecendo que a questão requereria estudos especiais e que seria por exemplo interessante, limitando-se ao estudo do retículo, ver como em algumas destas infiltrações as *Gitterfäsern* evolucionam, e se porventura pela sua transformação colagénea vão tomar parte nos processos de cicatrização, contento-me em notar a coincidência entre o retículo adenóide e as infiltrações parvicelulares, infiltrações que certamente nem sempre merecem a mesma interpretação.

Assim, em conclusão, se pode afirmar que o retículo é abundante no estroma dos sarcomas linfomatóides, e que conserva quási sempre caracteres que o aproximam do retículo dos órgãos adenóides.

*

* *

Nos outros sarcomas de células redondas a disposição das *Gitterfäsern* assume igualmente, as mais das vezes, o aspecto dum retículo, que do mesmo modo é bastante variável, considerado, quer em pontos do mesmo tumor, quer em tumores diferentes. Observando cortes impregnados dum sarcoma globo-celular de rápido

crescimento do testículo, encontrei no seu estroma uma abundância enorme de *Gitterfäsern*.

Partidas da adventícia dos vasos, simples capilares, conservando contudo, em geral, o seu endotélio, as fibras reticuladas formavam uma intricada e delicadíssima rêde, englobando em número variado os elementos tumorais redondos; em ligação com as *Gitterfäsern* de origem adventicial, e formando como que novos centros de origem das *Gitterfäsern*, havia, espalhados no tumor, curtos feixes colagéneos que, dissociando-se e perdendo a reacção colagénea, iam anastomozar-se e confundir-se com elas.

Esta disposição de duplo centro de organização do retículo precolagéneo, o peritelial ou vascular e o derivado do tecido colagéneo espalhado no tumor, é geral, e pode observar-se em quási todos os blastomas. Esta necessidade de existência de tecido colagéneo para a organização do precolagéneo tinha sido observada nos tecidos normais, e os feixes colagéneos desta espécie designava-os Snessarew por *Trager* das *Gitterfäsern*. O sentido da derivação dos dois tecidos faz-se, provàvelmente, do precolagéneo para o colagéneo, e o aspecto dissociado do feixe, resolvendo-se em *Gitterfäsern*, deve antes ser tomado como uma condensação com metaplasia colagénea da rêde das *Gitterfäsern*. Demais, há a notar-se a existência constante de *Gitterfäsern* dentro de feixes colagéneos, e é possível que estes possam ser considerados verdadeiros produtores de *Gitterfäsern*, não por evolução, por assim dizer, retrógrada do seu tecido colagéneo, o que aliás está descrito em certos processos inflamatórios, mas por trazerem consigo as células formadoras de *Gitterfäsern*. Estes feixes colagéneos, por vezes, podem ser considerados como restos do órgão invadido, e, nesse caso, a sua participação no estroma reticulado pode fazer relembrar que processos de reacção do estroma preexistente se fazem, nestes casos como noutros, começando por processos hiperplásicos das suas *Gitterfäsern*.

Deixando agora estas considerações, que, repito, se podem applicar duma maneira geral a todos os tumores, averiguei nos sarcomas globo-celulares, que vi, que a riqueza do seu retículo precolagéneo pode variar bastante, até em tumores do mesmo órgão, mas que, em geral, se conserva abundante, excepto talvez em algumas espécies a que mais adiante me referirei.

Passando ao estudo dos sarcomas fuso-celulares, devo recordar serem estes tumores formados por elementos que se assemelham a células normais mais especializadas nas suas funções do que o indiferente elemento redondo, e que a propriedade que as células neoplásicas possuem de formarem fibras pode bem ser tida como sobrevivência duma propriedade das células normais que delas mais se aproximam, como são certos elementos fusiformes que se produzem em processos inflamatórios.

As descrições correntes do sistema das *Gitterfäsern* nos sarcomas fuso-celulares são em geral concordes em o julgar muito me-

nos rico que nos de células redondas, ao mesmo tempo que as descrevem correndo paralelamente umas às outras e à direcção dos feixes sem nunca formarem entre si verdadeiras rêdes. Por mim, nos vários sarcomas desta espécie, que tive ensejo de examinar, encontrei uma certa variabilidade na riqueza do estroma precolagéneo. Num sarcoma do braço, por exemplo, a impregnação pelo processo de Bielschoswky-Levi, além de mostrar a nítida divisão em fascículos separados por fibras provindas da adventícia dos vasos, revelava entre as células uma multidão de delicadas fibrilhas, em íntima relação com os corpos celulares, que pareciam tocar tangencialmente, confundindo-se nos pontos de contacto com a zona periférica da célula, corada, como as *Gitterfäsern*, de negro; se é certo que nos feixes, vistos longitudinalmente, em geral, corriam paralelamente à sua direcção, não é menos certo que elas trocavam freqüentemente entre si anastomoses, que vinham afinal a produzir o aspecto de malhas alongadas e irregulares. Ainda freqüente era o ver-se as *Gitterfäsern* dissociar-se em fibras mais delgadas, tornarem-se a juntar mais longe, entrançando-se de tal sorte, que nos feixes cortados perpendicularmente elas simulavam um delicadíssimo e abundante retículo colocado nos espaços intercelulares.

À medida que fui examinando sarcomas, em que se ia acentuando a tendência à formação de tecido fibroso, verifiquei ir paralelamente diminuindo a riqueza em tecido precolagéneo. Num sarcoma fusocelular de elementos muito pequenos e com estroma colagéneo muito desenvolvido toda e qualquer descrição do retículo me foi impossível, tamanha era a abundância do estroma e tamanha a dificuldade de fazer a destrinça das *Gitterfäsern*.

Aspecto idêntico encontrei nos sarcomas fibromatóides, como nos próprios fibromas. E a êste respeito fiquei com a impressão de que qualquer comparação entre as preparações impregnadas e as coradas com a mistura de van-Gieson, para o diagnóstico entre as *Gitterfäsern* e o tecido colagéneo, é absolutamente ilusória, pela enorme quantidade dêste que esconde e mascara aquelas; nestes casos, é mester contentarmo-nos com as diferenças de coloração obtidas com a impregnação argêntea. A disposição das *Gitterfäsern* nestes tumores é, pois, difícil de apreender-se, conseguindo-se, contudo, observar que elas, acompanhando os feixes colagéneos, correm ao longo das células fusiformes, tomando parte nas figuras que o tecido conjuntivo comum forma nos fibromas. Devo aqui frisar que a diminuïção na quantidade das *Gitterfäsern* é real nestes tumores, mas que, em certos casos em que condições mecânicas dissociam os feixes colagéneos, o tecido reticulado torna-se visível e aparece mais abundante do que se poderia prever; é o que pude observar num fibroma telangiectásico, onde grandes hemorragias infiltravam a massa do tumor, e em fibromas moles que o edema distendia.

Mas, em sarcomas em que não há grande abundância, o retículo das *Gitterfäsern* apresenta-se por vezes em bem menor quantidade.

Assim num sarcoma fuso-celular da margem do ânus, em que a disposição perivasal dos elementos neoplásicos era perfeitamente nítida, havia uma abundante substância intercelular que a impregnação deixava granulosa, deixando ver só em alguns pontos as *Gitterfäsern,* dispondo se sensìvelmente como indiquei no sarcoma do braço, emquanto o sistema perivasal era abundante e se dispunha à volta dos vasos em elegantes arcadas. Num sarcoma da parótida muito degenerado onde a substância intercelular abundante raro apresentava um vago aspecto fibrilhar que não avermelhava com o van-Gieson, a impregnação argêntea revelava escassas fibras irregulares, contorcidas e por vezes granulosas; a pobreza do tumor em tecido reticulado podia, é certo, ser levada à conta de fenómeno de degenerescência, mas nos casos acima apontados, como noutros, essa razão não pode ser apresentada.

Quanto a disposição e ordem dos elementos tumorais se vai tornando menos regular, vai-se tornando a descrição do retículo cada vez mais difícil. Pode contudo dizer-se que o estroma precolagéneo é, as mais das vezes, duma riqueza formidável; e a sua interferência com a rêde de tecido colagéneo forma o complicadíssimo retículo dêstes tumores. A inutilidade de qualquer tentativa de sistematização do estroma, pela extrema variabilidade própria, e a que vem juntar-se a variável influência do estroma do órgão invadido pela neoplasia, pareceu-me óbvia, depois que examinei vários sarcomas fusocelulares e polimorfos.

Em sarcomas giganto-celulares, as células gigantes estavam em geral rodeadas de fortes fibrilhas precolagéneas, reforçadas por outras, colagéneas, que as envolviam; no emtanto esta disposição não é de modo nenhum constante, pois que vi muitas células gigantes, das que estão eventualmente esparsas nos sarcomas comuns, sem estarem rodeadas do tal anel fibrilhar, emquanto ela era principalmente evidente num sarcoma de origem óssea. Talvez que o grande desenvolvimento do estroma, como a própria existência de células gigantes, que êle envolve, não sejam mais que as testemunhas do difícil e custoso desenvolver do blastoma num órgão talmente resistente que, obrigando o tumor a formas de resistência, vai por seu turno opondo ao seu aumento a excepcional formação de tecidos conjuntivos fibrilhares.

É nos sarcomas menos vulgares que se encontram, no emtanto, as formas em que a formação das *Gitterfäsern* é exígua ou completamente ausente. Assim, no grupo dos mielomas como nos sarcomas de elementos de natureza mal averiguada (tumores de *Plasmazellen*, e outros), a quantidade das *Gitterfäsern* é das mais variáveis. Nos sarcomas chamados alveolares, a dentro dos grupos celulares sarcomatosos, não há, em geral, segundo o testemunho de vários autores, uma verdadeira rêde precolagénea, e até, às vezes, a observação mais cuidadosa não consegue distinguir a mais delicada fibrilha entre as células sarcomatosas; eu vi um único tumor alveolar da perna, em que era fácil observar a entrada de fibras que, par-

tidas do forte tecido colagéneo da parede dos alvéolos, iam insinuar-se entre as células blastomatosas.

Quanto ao retículo das *Gitterfäsern* existente nos tumores conjuntivos benignos ou adultos não tive ensejo de observar e estudar, a não ser nos fibromas, a cujo sistema precolagéneo já acima me referi, e nos miomas, em que pude constatar que o tipo geral do aparelho reticulado se assemelha mais ou menos ao normal; em todos os outros posso apenas repetir as observações dos vários autores, e é que nos conectivomas benignos a quantidade de *Gitterfäsern* é em geral escassa e acompanha sem discrepância o sistema colagéneo do tumor.

Do que foi dito se pode pois concluir que nos sarcomas fusocelulares, como nos de células redondas, o retículo das *Gitterfäsern*, se bem que podendo variar entre largos limites e até mesmo faltar por completo, é em geral abundante e desenha-se em malhas, que, extraordinàriamente variáveis em tamanho, encerram no seu interior as células sarcomatosas, às vezes em grupos, outras isoladamente.

*

* *

São periteliomas aqueles tumores que, provenientes da evolução neoplásica dos vasos, são formados de células de várias formas, mas em geral fusiformes ou de aspecto cilíndrico e que, normalmente implantadas na parede vascular, irradiam para a periferia, conservando-se separadas da cavidade do vaso por uma camada endotelial íntegra, ou, pelo menos, não neoplásica.

A priori, e recordando a íntima relação das *Gitterfäsern* com a adventícia dos vasos e com aquelas formações perivasculares mal definidas a que se dá o nome de peritélio, antolha-se-nos de capital importância o estudo da sua disposição nestes tumores, cujos elementos celulares derivam da aberração blastomatosa dos elementos periteliais, produtores normais de *Gitterfäsern*; assim se pôde prever que nos periteliomas escasso ou nulo deveria ser o retículo precolagéneo, pela perturbação de propriedades que o processo tumoral teria produzido nas células dos peritélios. Realmente a observação veio, duma maneira geral, a confirmar a previsão de alguns, se bem que igualmente nestes tumores se possa assinalar uma certa variabilidade na riqueza do retículo dum tumor a outro.

Foram sete os periteliomas que tive ensejo de estudar, tumores de vários órgãos, cuja distribuïção é a seguinte:

Peritelioma do rim . . . . . (F)
Peritelioma da mama . . . . . (F)
Peritelioma da dura-mater . . . . . (F)
Peritelioma do testículo . . . . . (Zenker)
Peritelioma do fígado . . . . . (Zenker)
Peritelioma do pulmão (metastase do antecedente) . . . (Zenker)
Peritelioma do fígado . . . . . (K)

Nestes blastomas o derivadas da parede vascular e mais determinadamente da zona que está colocada entre a camada endotelial e as células neoplásicas, divergem, insinuando-se entre os elementos periteliomatosos, delicadas fibrilhas, em geral isoladas, formando, em certos casos, com fibras concêntricas ao vaso, raras e finíssimas arcadas. Esta disposição encontrei-a eu tanto nos periteliomas, cujos elementos divergiam à volta dum vaso central, como naqueles em que as células se dispunham como que em alvéolos, cobertos na periferia pela camada endotelial; neste último caso, é evidente que as *Gitterfäsern* visíveis (muito poucas) tenderiam a convergir para o centro do alvéolo, séde, em geral, de fenómenos degenerativos.

Êste aspecto das *Gitterfäsern* nos periteliomas é perfeitamente comparável ao que vários autores descreveram nos tumores vasculares benignos, nos angiomas.

Em dois dos periteliomas que vi, ofereceu-me o retículo precolagéneo aspectos especiais e diferentes dos que acabei de referir. Um dêles, peritelioma da mama, era formado por elementos poligonais de protoplasma transparente, fortemente apertados uns contra os outros, dispostos radialmente à volta de vasos; neste tumor, assim afastado do aspecto geral dos periteliomas e de certo modo arremedando uma formação de tipo hipernoróide, não pude descortinar o mais leve vestígio de formações fibrilhares entre as células. Devo acrescentar que nele se dava, o que aliás é freqüente nos blastomas desta espécie, uma notável degenerescência hialina da parede dos vasos.

É ocasião de lembrar, sem querer de modo nenhum estabelecer definitivamente relações de causa e efeito entre a degenerescência dos vasos e a ausência de fibrilhas, que as *Gitterfäsern* tiram a sua origem dos elementos periteliais como dos endoteliais, elementos até possìvelmente da mesma natureza, e que, por conseqüência, num tumor em que os peritélios se tornaram incapazes, por transformação blastomatosa, de fazer fibras e os endoteliais se encontram degenerados, não é talvez extraordinário não se verem quaisquer formações fibrilhares.

Outro peritelioma em que o aparelho precolagéneo se me mostrou diferentemente organizado, foi um do rim, em que, ao contrário do caso antecedente, era abundante a quantidade de *Gitterfäsern* nele existentes. No ponto em que a disposição dos elementos à volta do vaso era evidente dispunham-se arcadas fibrilhares como as que acima descrevi; noutros, em que o tumor se apresentava como cordões de elementos mais ou menos fusiformes limitados dum lado e doutro por vasos providos de endotélio, com uma disposição, pois, semelhante à dos tumores de Grawitz, as *Gitterfäsern* então eram abundantes e apresentavam-se como fibras anastomóticas, que, insinuando-se entre as células, iam estabelecer ligação entre dois capilares vizinhos e paralelos.

Assim, como resultado do exame dos sete periteliomas, posso tirar a conclusão de que, nestes tumores, o tecido precolagéneo é em

geral escasso, oferecendo uma certa variabilidade, senão na sua disposição pelo menos na quantidade, que pode ir desde a ausência total até relativa abundância.

É também esta a conclusão a que os vários autores chegaram estudando o retículo dos blastomas periteliomatosos.

*
* *

Diferente é já a opinião dos patologistas sôbre o retículo precolagéneo dos endoteliomas, e até Martelli, confrontando, sob êste ponto de vista, os periteliomas e os endoteliomas, compara os primeiros aos cancros e os segundos aos sarcomas, querendo assim significar que, emquanto naqueles o tecido precolagéneo é escasso ou está ausente, nestes a riqueza das *Gitterfäsern* é comparável à usual nos sarcomas. Vi muito poucos endoteliomas, mas foram suficientes para me convencer de que a fórmula de Martelli é por demais simplista e que nem sempre se pode verificar. Se em alguns dos tumores desta espécie eu pude, por exemplo, constatar que da adventícia, empurrada para fora pela proliferação anormal do endotélio vascular, continuavam a irradiar delicadas fibrilhas precolagéneas, que por vezes o sistema era rico e formava verdadeiros retículos pela interferência das *Gitterfäsern* provenientes dos vasos não neoplásicos, do tecido conjuntivo do estroma preexistente, e finalmente de fibrilhas existentes entre o endotélio blastomatoso, também observei um endotelioma dum rim em que o tumor avançava em cordões compactos por entre um estroma fibroso, cheio de fibras colagéneas e *Gitterfäsern,* afastando-as, aparecia sem que fibrilhas algumas penetrassem entre os elementos tumorais, ainda que por vezes atravessassem os cordões celulares como pontes.

Porque vi sòmente três endoteliomas dos vasos hemáticos, um das partes moles da perna (F), outro do rim (F) e outro do paladar (Zenker), não posso, de tam exíguo número, tirar conclusões gerais; posso apenas avançar, como fiz já, que também nos endoteliomas o retículo das *Gitterfäsern* parece pouco disposto a seguir fórmulas certas e constantes.

Finalmente, num linfoendotelioma quístico psamomatoso (K) dos centros nervosos não vi o menor vestígio de formação fibrilhar entre as células neoplásicas.

Terminando assim o rápido relato do que vi nos tumores conjuntivos sôbre a descrição e riqueza do retículo das *Gitterfäsern* é tempo de passar ao exame do estroma dos tumores epiteliais.

*
* *

Nos tumores a que me vou referir não encontraremos, em geral, fibras conjuntivas dentro das formações epiteliais. Todas as que

existem na massa do blastoma pertencem ao estroma e nunca se poderão fazer derivar, como nos sarcomas, dos próprios elementos celulares neoplásicos.

Seguindo a mesma norma adoptada quando tratei dos tumores conjuntivos, vou escrever a lista dos tumores epiteliais que observei, valendo ainda as iniciais postas à frente dos tumores o nome do fixador usado:

Cancro malpigiano do lábio	(F)
Cancro malpigiano do prepúcio	(F)
Cancro malpigiano da língua	(K)
Cancro malpigiano do pénis	(Alcool)
Cancro malpigiano do colo uterino	(K)
Cancro de células basais da pele	(Alcool)
Cancro de células basais do colo uterino	(F)
Adenoma da mama.	(F)
Adenoma edematoso da mama	(F)
4 fibro-adenomas da mama	(F)
Adeno-carcinoma da mama	(F)
Epitelioma simples da mama	(K)
Epitelioma quístico da mama	(F)
Adeno-carcinoma das glândulas pilóricas	(F)
Cancro glandular do estômago.	(K)
Cancro glandular do estômago.	(F)
Adeno-carcinoma da próstata	(F)
Carcinoma glandular da próstata.	(F)
5 epiteliomas uterinos.	(K)
Epitelioma vegetante uterino.	(K)
Adeno-carcinoma da glândula submaxilar	(K)
2 carcinomas infiltrados do pâncreas	(K)
Cancro papilomatoso da parótida.	(F)
Cancro primitivo do fígado	(K)
Cancro biliar do fígado	(K)
Adenoma da glândula tiroídea	(F)
Adenoma suprarenal	(F)
Hipernefroma do rim	(Regaud)
Hipernefroma do rim	(F)
Epitelioma papilomatoso da bexiga	(F)
Epitelioma infiltrante da bexiga.	(F)
Epitelioma papilomatoso da bexiga	(F)
Epitelioma papilomatoso da bexiga	(Zenker)
Epitelioma papilomatoso da bexiga	(Formol)

Querendo começar pelo estudo dos tumores dos revestimentos pavimentosos, deveria descrever o sistema das *Gitterfäsern* nos papilomas e naquelas lesões de hiperplasia epitelial e conjuntiva que tantas vezes precede o nascimento do epitelioma, como a leucoplasia e outras, e a que caberia o nome comum de lesões pre-

cancerosas; não pude fazer estudos especiais sôbre o assunto; só fortuitamente tive de observar uma peça tirada duma língua cancerosa, mas em zona não blastomatosa e que apresentava, com a proliferação epitelial, com a exageração da disposição papilar e a inflamação fibrosa do córion, as lesões usuais do estadio precanceroso dum epitelioma da língua; nessa peça o que era principalmente de notar-se era a grande quantidade de fibras colagéneas e precolagéneas existentes no córion, sendo freqüente observar-se delicados retículos precolagéneos em zonas infiltradas perivasculares, e por toda a parte verdadeiros tufos de fibrilhas. Semelhantemente à disposição que é normal o epitélio conservava-se isolado do córion por uma membrana basilar nìtidamente fibrilhar e constante.

Nos casos em que a proliferação atípica do epitélio, a sua corneificação anormal e irregular, a invasão das zonas sub-epiteliais pelos cordões epiteliais transformou já o processo hiperplástico num verdadeiro processo blastomatoso, a disposição das *Gitterfäsern* é essencialmente a mesma; a reacção intensa do estroma separa ainda as formações parenquimatosas por membranas, senão sempre delicadas e precolagéneas, pelo menos por membranas fibrilhares mais ou menos colagéneas.

Assim, os cordões epiteliais compactos penetram os tecidos separados, sem que dentro dêles seja possível observar, em geral, a entrada de fibrilhas conjuntivas nem, com maioria de razão, se possa encontrar qualquer formação reticulada.

Esta última proposição não é talvez tam redundante como à primeira vista pode parecer, porque, se, principalmente nos cancros, que muito longe se infiltraram pelos tecidos, é possível encontrarem-se curtas fibras que da membrana separadora tendem a penetrar as formações epiteliais, são elas sempre curtíssimas e irregulares, nunca excedendo a periferia, e não podendo nunca formar figuras que, sequer de longe, assemelhem retículos. Também nos cancros infiltrados é vulgar verem-se fibras anastomóticas que, passando como pontes sôbre os cordões epiteliais, ligam entre si duas paredes alveolares vizinhas. Ainda os aspectos periféricos dos globos córneos dêstes tumores, impregnando-se de negro com a prata, semelham fibras dispostas circular e concêntricamente, perdidas no meio das massas epiteliais; um exame um pouco mais detido mostra imediatamente a verdadeira natureza destas pretensas fibras circulares.

Em dois tumores de celulas basilares que pude estudar, um do colo do útero, outro da pele da virilha, não encontrei ainda a penetração das abundantes *Gitterfäsern* do estroma no seio dos elementos blastomatosos.

Nos vários papilomas da bexiga que vi, todos eles malignos, as formações papilomatosas conservavam-se sempre rigorosamente separadas do seu eixo conjuntivo e vascular por uma membrana basilar, cuja constituïção fibrilhar a impregnação de Bielschowsky-Levi punha sempre fàcilmente em evidência.

A intensa proliferação epitelial, abafando o sistema conjuntivo, deixando-o limitado às vezes a delicadas fibras, restos da adventícia dos vasos axiais, produz aspectos que poderiam impor-se como prova da existência de fibrilhas dentro das massas parenquimatosas.

Factos desta ordem tornam-se mais freqüentes ainda ao examinar tumores que tendiam a enfiltrar-se e a perder em grande parte a forma papilomatosa; aí, por exemplo, vi muitas vezes no meio de massas compactas e irregulares de células epiteliais um sistema de fibras paralelas circulares, vestígio evidente da formação axial da disposição papilar perdida. Ainda nestes tumores infiltrantes as massas epiteliais tendem a conservar-se isoladas, separando-se dos tecidos circunjacentes, não já por membranas delicadas e precolagéneas, mas por fortes e espessas formações fibrosas.

Descrições idênticas, o que por conseqüência seriam ociosas, teria agora de fazer dum epitelioma glandular papilomatoso, derivado da parótida.

Na capítulo dos tumores de origem glandular, terei de começar por falar das *Gitterfäsern* do estroma dos adenomas; e delas só me interessam as que, mais próximas das formações glandulares, tomam parte nas chamadas membranas basilares. Duma maneira geral, a disposição é semelhante à normal; os ácinos como os canais excretores ficam separados do estroma por membranas não diferentes das normais, descritas em todas as glândulas. Num adenoma da mama, em que o edema tinha dissociado as fibras, a disposição fibrilhar da membrana basilar dos ácinos neoformados, fibras que provinham de outras periacinosas, que, tendo perdido a sua disposição usual concêntrica à cavidade glandular, por efeito do edema intersticial, se dispunham normalmente à membrana basilar, unindo-a, assim, nìtidamente ao restante estroma, era das mais evidentes. No emtanto, por vezes, pode-se encontrar um tal ou qual espessamento da membrana dos adenomas, comparada com as das respectivas glândulas normais, espessamento que corresponde a uma parcial metaplasia colagénea das *Gitterfäsern* da vítrea glandular; mas à medida que se vai fazendo a transformação carcinomatosa do adenoma, é que se vê o gradual espessamento e condensação da membrana basilar à volta dos ácinos que proliferam atìpicamente. Êste facto vi-o eu em todos os adeno-carcinomas que observei; pude comparar as glândulas simplesmente adenomatosas com os alvéolos irregulares do carcinoma constituído, seguindo os termos de passagem duns aos outros.

Se no epitelioma completamente constituído, alveolar ou de aspecto glandular, como no epitelioma cilíndrico típico do intestino ou estômago (*adenoma destruens*) não se encontra já, por via de regra, uma membrana basilar, mas uma simples membrana fibrosa limitante, deve depreender-se da evolução das vítreas nos tumores das glândulas que, à proliferação dos epitélios, o estroma opõe as suas costumadas e não específicas reacções, à hiperplasia e hipertrofia das *Gitterfäsern*, a que precocemente se vem juntar a metaplasia

colagénea, e, por conseqüência, a vítrea transforma-se, confunde-se com o outro tecido colagéneo com que compartilha as reacções que ainda pode opor à invasão do neoplasma.

Assim, nos carcinomas alveolares e nos tumores infiltrantes as formações epiteliais não estão separadas do estroma por um sistema regular de fibrilhas precolagéneas, mas por formações irregulares fibrosas, em cujo seio existirão eventuais *Gitterfäsern* não organizadas em figuras especiais.

Desta irregularidade das camadas limitantes dos ninhos epiteliais nasce a possibilidade freqüente de entrarem, como já acima descrevi nos epiteliomas pavimentosos infiltrados, escassas e irregulares fibrilhas nas partes mais superficiais das formações epiteliais, o que nunca pude descortinar nos adenomas da mama, da próstata e doutras glândulas.

À medida que o crescimento infiltrante do epitelioma se torna mais tumultuoso e irregular, torna-se também o estroma mais e mais incapaz de limitar as células neoplásicas, aproximando-se desta arte dos tumores chamados medulares, em que vários autores descreveram abundantes fibras colagéneas e precolagéneas, insinuando-se entre as células, isto é, formando alvéolos contendo células isoladas, produzindo aspectos como os que descrevi nos sarcomas.

Resumindo o que sôbre as *Gitterfäsern* nos epiteliomas foi descrito nas linhas precedentes, pode assentar-se em que, nos tumores benignos, como nos malignos que se não afastam muito do tipo normal correspondente, as formações epiteliais ficam separadas do seu estroma por membranas limitantes fibrilhares, que se distinguem só em certos casos das vítreas normais por fenómenos hiperplásicos e parcialmente metaplásicos das suas *Gitterfäsern*; quando, pelo contrário, o tumor pelo seu crescimento assume formas nìtidamente atípicas, a separação entre os epitélios faz-se por membranas fibrosas mais ou menos espessas, mais ou menos irregulares.

É nestas últimas formas que se podem então encontrar fibras curtas e irregulares parecendo estar dentro dos ninhos epiteliais, mas que em todo o caso não têm a íntima relação com as células parenquimatosas que fàcilmente se podem observar nos tumores sarcomatosos.

Para terminar, vou relatar, separadamente dos outros, o caso de alguns, poucos, tumores especiais que podem merecer, talvez, que neles demoremos um pouco a nossa atenção.

É o primeiro um tumor raro, cancro primitivo da célula hepática, em que o aspecto variável dum ponto ao outro do tumor o tornava uma peça verdadeiramente preciosa, por mostrar a transformação gradual da formação normal em cancro atípico.

Para tomar em consideração agora dois dos estadios da lesão, tive ensejo de observar que nos pontos em que o tumor era um epitelioma ainda trabecular, em que só diferenças no tamanho e aspecto das células, a organização menos regularmente radiada das trabéculas, que tendiam muitas vezes, a meio do lóbulo, a formar

figuras arredondadas, como que acinosas (tendência para a formação do adeno-carcinoma acinoso), diferençavam o tumor do tecido normal, as *Gitterfäsern* sofriam uma diminuïção global nítida no seu número; principalmente as *Umspinnend* eram em grande parte desaparecidas, o que de certo modo se relacionava com a atipia do sistema capilar intralobular; as *Radiarfäsern* subsistiam em parte, mas eram objecto de evidentes fenómenos de hipertrofia e de metaplasia colagénea, emquanto a sua disposição se diferençava da normal no mesmo sentido do das trabéculas celulares neoplásicas.

Nos outros pontos em que o tumor era formado de massas de células monstruosamente irregulares, massas a que fenómenos de degenerescência escavavam o centro, e que estavam apertadas por espessíssimas zonas fibrosas de cirrose, aí já não se encontrava, dentro das massas celulares, o mínimo vestígio de formações fibrilhares. Esta observação concorda com as, já apontadas, descrições de Kon sôbre os tumores não infiltrados do fígado.

Noutro tumor hepático de origem biliar, pude observar, com fenómenos de cirrose do tecido hepático não canceroso, as mesmas transformações hiperplásicas, hipertróficas e metaplásicas das suas *Gitterfäsern,* emquanto os nódulos e acinos blastomatosos eram limitados por formações fibrilhares reticulares e colagéneas que se organizavam num estroma riquíssimo em fibras.

Só para contrastar com estes exemplos, recordo aqui um sarcoma do fígado que vi, em que o estroma reticulado era abundantíssimo, disposto entre as células neoplásicas; à volta dos nódulos sarcomatosos, as *Gitterfäsern* dos lóbulos hepáticos vizinhos, empurradas pelo tumor, tomavam uma disposição concêntrica e paralela à circunferência do tumor, ao mesmo tempo que sensìvelmente diminuíam a sua espessura e as suas sinuosidades normais.

Estudei um adenoma supra-renal em que a disposição dos elementos, semelhante á da camada cortical da glândula, pouco se afastava da normal; sôbre o estroma nada de especial tenho a dizer, a não ser que observei um certo espessamento das paredes alveolares, excepto nos casos de grande distensão dos elementos adenomatosos; não pude ver se havia penetração de fibrilhas dentro das formações epiteliais, talvez por inconveniente fixação com formol, tida para o caso como a pior das fixações.

Num hipernefroma, as células grandes, poligonais, fortemente apertadas umas contra as outras, dispunham-se radialmente à volta dos vasos; entre elas não vi nenhuma fibrilha, apenas os contornos celulares estavam fortemente impregnados de negro.

Vou fazer muito breves considerações sôbre as metastases dos tumores. Estudei uns nove gânglios com metastases cancerosas e um nódulo sub-cutâneo provindo dum epitelioma ovárico. Neste último, que apresentava a estrutura nítida do carcinoma glandular, não vi fibras que penetrassem ou formassem retículos dentro dos alvéolos carcinomatosos, havendo contudo bastantes fibras, que pas-

savam como pontes sôbre as formações blastomatosas, ligando os alvéolos vizinhos.

Quanto às metastases ganglionares que vi, ficou-me, do seu exame, a impressão, aliás conforme à dos autores que do assunto se ocuparam, da extrema variabilidade de reacção do tecido do gânglio à invasão do neoplasma. A facilidade de o tumor provocar a rápida transformação do retículo adenóide em tecido colagéneo é grande, de modo que, em certos casos, todo o estroma da metastase é fibroso; noutros a transformação não se faz e o tumor aproveita o retículo do gânglio ageitando-o, por exemplo, em membrana fibrilhar à sua volta; noutros ainda o comportamento das *Gitterfäsern* do gânglio é completamente passivo e elas apresentam as transformações de natureza mecânica corrente, que já descrevi; finalmente, a contrastar com estes últimos, o tumor pode provocar uma simples neoformação de *Gitterfäsern* que, comparadas com as normais, se apresentam hiperplasiadas e hipertrofiadas.

Tais são ràpidamente enunciadas as transformações que as *Gitterfäsern* dum gânglio podem suportar pela invasão metastática dum tumor.

*

* *

Dêste rápido exame feito das disposições das *Gitterfäsern* nos vários tumores pode sair imediatamente a constatação de que as mesmas propriedades, as mesmas transformações evolutivas, por efeito de causas análogas, identificam as *Gitterfäsern* do fígado, e dum modo geral de todos os órgãos normais, às existentes nos blastomas. Tomando uma a uma as propriedades das fibras precolagéneas é fácil, recordando o que acima foi descrito, encontrar a prova da identidade que afirmei; assim, a elasticidade das *Gitterfäsern*, verificada tantas vezes no estroma dos tumores que um edema intersticial distendia e dissociava, encontrei-a muitas vezes evidente em adenomas e em fibromas, nos gânglios com metastases, etc.; a sua permanência em zonas de tumor talmente degeneradas que as colorações nucleares deixavam tudo descorado, demonstrada em preparações impregnadas, foi freqüentemente observada, evidenciando-se desta arte mais uma vez a conhecida resistência das *Gitterfäsern* aos agentes degenerativos; do mesmo modo não escasseiaram as ocasiões em que fenómenos degenerativos das fibras colagéneas se acharam no estroma de tumores.

Quanto à metaplasia colagénea, talvez a propriedade mais notável das *Gitterfäsern*, a cada passo a topei na membrana basilar dos adenomas, no estroma dos tumores hepáticos e em muitas mais ocasiões; assim como a metaplasia, como aliás é de costume nos processos inflamatórios, se apresentou quási sempre precedida ou acompanhada de fenómenos hiperplásicos.

Já, quando tratei dos sarcomas, declarei aceitar a proveniência das *Gitterfäsern* das células neoplásicas, considerando-a como a prova

da sobrevivência no elemento blastomatoso duma propriedade da célula normal. Esta opinião, aceita pela grande maioria dos autores, não o é, contudo, por todos, entre os quais Righetti (54); ¿se se aceita que a célula tumoral conserva certas propriedades do elemento normal, porquê não admitir esta?

¿Depois, será necessário recordar que alguns estudos sôbre a génese das fibras conjuntivas se fizeram justamente nas células fusiformes dos sarcomas? Demais, e repetindo o que já disse, ¿como explicar a relação constante entre determinadas formas celulares e determinadas disposições reticulares, como explicar a evidência da relação das fibras, por exemplo, com a camada periférica das celulas, senão admitindo que estas presidem à produção daquelas? Fica assim consideràvelmente aumentado o quadro das células capazes de produzir *Gitterfäsern*, que era limitado aos elementos endoteliais, limitação esta que, por falta de definição exacta do que é um elemento endotelial, era em verdade larga e elástica.

Mas nem todas as fibras precolagéneas neoformadas provêm dos elementos tumorais; é o que acontece no estroma dos tumores epiteliais, em que os fenómenos reaccionais me pareceram, como disse, identificar-se aos conhecidos processos de carácter hiperplásico e hipertrófico, já muitas vezes referidos; é o que acontece igualmente no estroma próprio dum órgão invadido por uma neoplasia conjuntiva.

Se as *Gitterfäsern* dependem da actividade celular, onde maior fôr essa actividade maior será a rêde, diz Romano (19). E, nesta ordem de ideas, em abono da sua opinião e contestando a contrária de Licini (20), Romano previu e encontrou uma rêde mais desenvolvida nos sarcomas de crescimento rápido e impetuoso. Ora, se sôbre o facto não pode recair qualquer argumentação, afigura-se-me, que o princípio de querer medir a actividade da célula pela sua possibilidade de fazer fibras é, talvez, um tanto ilusório, visto que a célula de proliferação mais rápida seria em geral a mais incapaz de fabricar um estroma, pela absorpção de toda a sua actividade em faculdade proliferativa. Para mim, a abundância do retículo está ligada à natureza do elemento celular, e se ela é maior nos tumores globo-celulares, e é justamente essa, as mais das vezes, a forma dos sarcomas de rápido crescimento e grande malignidade, não admira que realmente os sarcomas ràpidamente infectantes sejam tumores com abundante rêde precolagénea. Um tumor sarcomatoso do testículo com grandes metastases nos gânglios lombares e de crescimento muito rápido foi o que me serviu na minha descrição de tipo de sarcoma globo-celular de abundante retículo precolagéneo.

Fundados nos trabalhos de Rössle (18) e os da sua escola, sôbre a influência da quantidade de *Gitterfäsern* na consistência dum órgão, quiseram alguns aplicar a observação aos tumores, o que outros prontamente contestaram com o exemplo dos encefalóides ricos em *Gitterfäsern* e de exígua consistência. Quere-me parecer que as

Gitterfäsern podem fazer aumentar a consistência dum tecido quando se ajuntam ao tecido conjuntivo dum órgão, mas que são incapazes de contrabalançar a influência doutros elementos; aplicada desta maneira a nota de Rössle, o fígado, com as suas muitas *Gitterfäsern*, deveria ser bem mais duro que um osso, que tam poucas tem! Quero eu dizer que a influência do tecido precolagéneo na dureza dum órgão só pode ser avaliada no mesmo e não tomada absolutamente ou comparada em tecidos diferentes uns dos outros, como são os tumores.

Da concepção simplista da riqueza das *Gitterfäsern* nos sarcomas, da sua pobreza ou ausência nos tumores epiteliais, nasceu a idea de aproveitar esta diferença fundamental, como cómodo elemento de diagnóstico entre essas duas espécies de tumores, nos casos difíceis. Afigura-se-me que seria por si só suficiente a descrição que tem vindo a ser feita nestas páginas, para demonstrar como tal idea não é mais que uma esperança ilusória ou pelo menos de restritas aplicações e utilidades. É que, em geral, as dúvidas do patologista não nascem ao tentar discernir um cancro malpigiano da língua de um sarcoma linfomatóide do intestino; ¿que importa que aqui o retículo precolagéneo se disponha num e noutro caso duma forma completamente diversa, se não vem a necessidade de o estudar para se fazer o diagnóstico? É nas formas em que a organização dos cancros se assemelha à dos sarcomas, de tal sorte que ambos usam até as mesmas designações, como acontece nos tumores alveolares, nos medulares, etc., que um critério que os pudesse fazer distinguir era preciso e útil; infelizmente, nestes casos, a analogia dos blastomas é completa e vai até o estroma, sendo umas vezes o sarcoma que se apresenta sem fibras precolagéneas entre os seus elementos, como nos sarcomas alveolares e em certos endoteliomas, outras é o cancro, cujos ninhos celulares contêm poucos elementos, que apresenta com o seu abundante retículo um aspecto perfeitamente análogo ao de um sarcoma.

Num endotelioma renal, a que já me referi, as células dispunham-se em cordões compactos, o que, junto ao seu aspecto francamente epitelióide, o faria perfeitamente assemelhar a um cancro infiltrante, se em certos pontos não fôsse possível perceber a derivação endotelial dos elementos celulares; se tal derivação não fôsse visível, não seria o exame do retículo precolagéneo que faria certamente afastar o diagnóstico fatal do cancro, pois que não era possível ver-se quaisquer fibrilhas entre as células, que permaneciam separadas do estroma por uma formação fibrosa, donde, se se separavam fibras, era para passar como pontes sôbre os cordões endoteliais e nunca para se insinuar entre as células.

Também num peritelioma do rim por muito tempo o diagnóstico hesitou entre hipernefroma e peritelioma; noutro tumor da mesma espécie da mama o aspecto semelhava nìtidamente o de um tumor hipernefróide, tendo sido pelos caracteres celulares que se firmou o diagnóstico de peritelioma; pois bem, igualmente nestes casos, o

exame do estroma não era capaz de esclarecer o assunto. Em primeiro lugar e *a priori*, por um lado a variabilidade de comportamento das *Gitterfäsern* nos periteliomas, por outro a possibilidade de as fibrilhas virem ao contacto dos elementos celulares supra-renais torna evidentemente falaz qualquer tentativa de diagnóstico fundada na relação do retículo e dos elementos celulares. No hipernefroma que vi, cujos elementos se dispunham radialmente à volta dos vasos, como os do peritelioma da mama, nenhuma fibra se podia observar entre as células neoplásicas, escapando-se assim qualquer possibilidade de diagnóstico pelo exame do estroma reticulado.

No emtanto, casos haverá em que o auxílio do estudo do retículo seja útil para firmar um diagnóstico, pelo que a impregnação deverá ser sempre feita nos casos duvidosos.

Haruzo-Kuru (59) considera o método perfeitamente capaz e próprio para fazer a distinção entre os sarcomas e os cancros, e menciona um caso dum tumor mixto condro-sarco-carcinoma, em que pôde, com o estudo do retículo precolagéneo, distinguir as partes umas das outras. Licini (20), igualmente, tem o método por bom e suficiente para destrinçar os tumores conjuntivos dos epiteliais. Romano (19) e Martelli (21) chegam a conclusões que os fazem considerar a dificuldade ou mesmo a impossibilidade de aproveitar o estudo das *Gitterfäsern* nos tumores para diagnóstico entre os sarcomas e os epiteliomas.

Resumindo, e como conclusão do que pude observar e do que colhi das observações dos autores, posso assentar as seguintes proposições:

I.—O método de Bielschowsky-Levi, pelas esplêndidas imagens que dá das mais finas e delicadas fibras conjuntivas, é muito conveniente para o estudo do estroma dos tumores.

II.—Dum modo geral, o retículo das *Gitterfäsern* é abundante nos tumores conjuntivos, escasso ou nulo nos blastomas epiteliais.

III.—A extrema variabilidade do estroma reticulado em tumores da mesma natureza torna-o incaracterístico de uma dada espécie de blastomas.

IV.—Esta variabilidade e o facto de nos sarcomas e carcinomas de aspecto semelhante e confundível a analogia persistir na disposição do estroma, torna o estudo das *Gitterfäsern*, com fim de obter o diagnóstico entre sarcomas e carcinomas, insuficiente, justamente quando dêle haveria mester.

V.—No emtanto, pode, em certos casos, o estudo do estroma reticulado dos tumores trazer dados importantes para o seu diagnóstico; por isso êle não deve nunca deixar de ser feito em casos de diagnóstico difícil.

Julho de 1913.

BIBLIOGRAFIA

1. KUPFFER.— «Ueber die Sternz. d. Säugetiere». (*Archiv f. mikr. Anat.*, Bd. 12, 1876.
2. —— «Ueber die sog. Seternz d. Sauget.». (*Archiv f. mikr. Anat.*, Bd. 54, 1899.
3. HENLE.— «Eingewesidelehre». II Auflage, 1875.
4. ROTHE.— «Ub. die Sternz. d. Leber». *Munchener Diss.*», 1882.
5. DISSE.— «Ub. die Lymphb. d. Säuget». (*Archiv f. mikr. Anat.*, Bd. 36).
6. MUIRA.— *Virchow's Arch.*, Bd. 97.
7. OPPEL.— *Arch. f. mikr. Anat.*, Bd. 34, Taf. 30.
8. —— «Ub. Gitterf. d. menchl. Leber. u. Milz». (*Ant. Anz.*, Bd. 6).
9. MARESCH.— «Ub. die Gitterf. d. Leb. u. die Verwend u. s. w». (*Zentralbl. f. path. Anat.*, Bd. 16, 1905).
10. KRAUSE.— *Kursus d. nor. Hist.*
11. WÖLF.— «Ub. die fib. Strukt. in Leb. d. Frosches». (*Anat. Anz.*, Bd. 2).
12. HERXHEIMER.— «Zur Pathol. d. Gitterf. d. Leber». (*Zentralbl. f. allg. Path. u. path. Anat.*, Bd. 18, 1907).
13. KON.— «Das Gitterf. d. Leb. unt. norm. u. path. Verhaltn». (*Arch. f. Entwicklungsmechanik*, Bd. 25, 1908).
14. SCHMIDT.— «Ub. die Stutzs. d. Leb. u. s. w.». (*Ziegler's Beit.*, Bd. 42).
15. RÜSSAKOFF.— «Ub. die Gitterf. d. Lunge u. s. w.». (*Inaug. Diss.*, Jena 1909).
16. RÖSSLE.— «Ub. die Leb. b. Diabetes». (*Verhandl. d. deutsch. path. Ges.*, 11 Tag., Dresden 1907).
17. —— «Ub. die Met. v. Gitterf. b. wah. Hyp. d. Leb.». (*Verhandl. d. deut. path. Ges.*, 12 Tag., Kiel 1908).
17-A. —— «Ub. das. Gitterf. u. s. w.». (*Sitzungsb. d. Ges. f. Morph. u. Phys. in Munchen*, 1908).
18. —— u. YOSCHIDA.— «Das Gitterf. d. Lymph. u. s. w.». (*Ziegler's Beit.*, Bd. 45, 1909).
19. —— *Il sistema delle Gitterf. con espse. riguardo al loro sviluppo nei tumori*, 1912.
20. LICINI.— *Riforma Med.*, 1911.
21. MARTELLI.— «Studio delle Gitterf. dei tumori». (*Rif. Med.*, nº 1, 1912).

22. Barbacci.— «Il fegato duro arteriosclerotico». (*Lo Sperimentale*, 1909).
23. —— *Pathologica*, Dicembre 1909.
24. —— «Sulla pat. delle Gitterf. in alcuni org. parench.». (*Path.*, 1910).
25. Livini.— «Istogenesi del tess. connett.». (*Monit. zool. ital.* Ann. 20).
26. —— «Le fibre coll. nella paratir. e nella tiroide». (*Anat. Anz.* Bd. 34).
27. Snessarew.— «Ueber die Modif. des Biels. Meth. u. s. w.» (*Anat. An.*, Bd. 36).
28. —— *Anat. Anz.*, Bd. 40.
29. Maximow.— «Experim. unters. u. s. w.». (*Zieglers Beit.*, 1902).
30. Comolli.— «Strutt. del conett. del corpo surrenale». (*Arch. it. di Anat. e Embriol.*, vol VII, 1908).
31. Ebner.— «Ub. die Wand d. Kapill. Milzv.». (*Anat. Anz.*, Bd. 15).
32. Beccari.— *Lo Sperimentale*, 1913.
33. Ciaccio.— «Sulla fina strutt. del tess. aden. etc.». (*Anat. Anz.*, 1907).
34. Alagna.— «Contributo allo studio del ret. aden.». (*Anat. Anz.*, 1908).
35. Timofejew.— «Eine neue Farbungsmeth. d. Stutzgew. in verschied. Organen». (*Anat. Anz.*, Bd. 35).
36. Strumow-Trubin. — «Zur Morph. d. Gitterf. d. Leb.». (*Anat. Anz.*, Bd. 35).
37. His.— «Beit. z. Kennt. d. zum Lymphsystem Gehorig Drusen». (*Zeitschr. f. wissenschaft. Zool.*, Bd. 16).
38. Mac-Gallavry.— «Zur. Anat. d. Leb.». *Sitzungsber. d. K. Akad. Wissenschaft Math-naurw. Klasse*, Bd. 50).
39. Ebertii.— «Unters. ub. d. norm. u. path. Leb». (*Arch. f. path. Anat. u. Phys.*, Bd. 39, 1877).
40. Boll.— «Die Bindsubst. d. Drusen». (*Arch. f. mik. Anat.*, Bd. 15).
41. —— «Unters. ub. d. Bau u. die Entw. d. Gew.». (*Arch. f. mik. Anat.*, Bd. 7).
42. Wagner.— «Beit. zun norm. Baud. Leb.». (*Arch. f. Heilkunde*, Bd. 1).
43. Boehm u. Davidoff.— *Textbook of Histology*, 1900.
44. Hormann.— «Ub. das Bindeg. d. weib. Ovarium». (*Arch. f. Gynak.*, Bd. 62).
45. D'Antona.— *Sul comport. delle Gitterf. dell' intima aort. etc. Patol.*, 1912).
46. Razzaboni.— «Il sistema delle Gitterf. nella parete delle vene varicose». (*Policlinico*, Vol. VIII, 1911).
47. Insabato.— «Sull'evoluzione del connett. nell'utero umano». (*Arch. Ital. di Anat. e Embriol.*, 1909).
48. Cesare Piazza.— «Sulla fina struttura del connett. pancreatico». (*Anat. Anz.*, Bd. 36).

49. E. Neuber.— «Die Gitterf. d. Herzens». (*Ziegler's Beit.*, Bd. 54).
50. Renaut.— «La tramule du tissu conjunctif». (*Arch. d'Anat.*, 1906).
51. Frankel.— «Du tissu conjonct. dans le lob. hepat. de cert. mammifères». (*Compt. rend.* de la Soc. d. biol., Année 44, 1892).
52. Braun.— «Verdaungsorganen (Leber)». (*Merkel Bonnet's Ergbne. d. Ant. u. Entw.*, Bd. 7).
53. Laguesse.— «La genèse des fibres conjonctifs, dans la capsule de la rate des Selaciens». (*Arch. d'Anat.*, 1906).
54. Righetti.— *Intorno alle fibre collagene nei neoplasmi. Sperimentale*, 1908.
55. Bianchi.— «Contributo alla conoscenza della fina distrib. del tess. connet. nello ghiand. interst. dell'ovaio». (*Anat. Anz.*, 1908).
56. Dialti.— «Sul mieloblastoma». (*Arch. delle Sc. med.*, 1910).
57. Mall.— «Retic tissue and its relation to the connect. fibrils». (From the Johns Hopkins Hosp. *Report.*, Vol. I, 1896).
58. Costantini.— *Sul sarcoma primitivo del fegato.* Bologna.
59. Haruso-Kuru.— *Verhandl.* d. deutsch. pathol. Ges., 13° Tagung, Leipzig 1909.
60. Mallory.— «On hitertho und described fibrill. substanz. by connet. tissue cells». (*Journal of Med. Research*, 1903).
61. —— *A contribution to the classification of tumours*, 1905.
62. Prenant.— *Traité de Histologie.*
63. Pignatti.— *Clinica Chirurgica*, Anno XIX.
64. Ribbert.— *Geschwulstlehre*, 3ª Auflage, Vogel, Leipzig.
65. Barbacci.— *Tumoris Vallardi*, Milano.
66. Borst.— *Die Lehre von d. Geschwulste.* Bergman, Wiesbaden, 1902.

OS ESTUDOS DA FÍSICA AGRÍCOLA EM PORTUGAL

POR

Filipe Eduardo de Almeida Figueiredo

A *Física Agrícola* é a sciência que tem por objecto o estudo físico do meio e da maneira como êste actua, pelas suas propriedades físicas, sôbre as plantas.

Êste estudo é de basilar importância em Agronomia, porque, sendo esta sciência a que preside à produção das substâncias orgânicas à custa das substâncias minerais do meio cósmico, o seu estudo tem de iniciar-se, dum lado, pelo conhecimento dos organismos, agentes dessa transformação; doutro lado, pelo conhecimento do meio, terrestre e aéreo, onde êsses organismos vão buscar os elementos que têm de transformar.

Sendo o meio, em que vivem as plantas, o solo e o ar, a Física Agrícola compreende duas partes: o estudo do solo e da sua acção física sôbre as plantas, do que se encarrega a *Agrologia;* e o estudo da atmosfera e da sua acção física sôbre o solo e sôbre as plantas, o que é o objecto da *Meteorologia Agrícola;* uma e outra baseando-se, por seu turno, na *Geologia* e na *Meteorologia geral.*

*

Muito antes da fundação do Instituto Agrícola, já no nosso país muitos homens de sciência se dedicavam a estudos de agricultura. Desde os fins do século XVIII, e principalmente depois da reforma da Universidade de Coimbra, pelo Marquês de Pombal, e da fundação da Academia Real das Sciências, muito numerosas são as obras publicadas e que muito concorreram para o desenvolvimento agrícola do começo do século XIX e para a própria fundação do nosso Instituto.

São conhecidos, pelo menos dos que se dedicam a estes estudos, os nomes de Brotero, Correia da Serra, João Loureiro, José Bonifácio de Andrade e Silva, Mascarenhas Neto, Agostinho Albano da Silveira Pinto, António José das Neves, Francisco Soares Franco, Fragoso de Sequeira, Mendo Trigoso, Coelho de Seabra,

Henriques de Paiva, Neves Portugal, Estêvão Cabral, etc.; mas as obras de agricultura, devidas a estes autores, versam todas sôbre questões gerais, principalmente de economia rural, ou são monografias de culturas, só incidentemente se referindo a questões de terras e de climas.

Como atendendo um pouco mais detidamente a estes assuntos, ou que com êles se prendam mais de perto, podem citar-se [1]:

Descrição económica do território do Alto Douro, por Rebêlo da Fonseca.

Elementos de Agricultura, por Diogo de Carvalho Sampaio, onde há um capítulo sôbre «Conhecimentos astronómicos e meteorológicos necessários à agricultura» e outro sôbre «Terrenos e a sua preparação (1790)».

Observações botânico-meteorológicas, feitas em Tomar, no ano de 1800, por José Veríssimo Álvares da Silva.

Uma memória sôbre a *Agricultura do Algarve* e outra sôbre a *Agricultura da província d'Entre Douro e Minho* (1815), por Constantino Lacerda Lôbo.

Dêste último há também uma *Memória sôbre os meios de suprir a falta dos estrumes* (1791), em cujas 1.ª e 2.ª partes, se ocupa, segundo as suas próprias palavras, «da formaçãs dos princípios que constituem o suco dos vegetais e da preparação do terreno de forma que seja susceptível de conservar aquela humidade proporcionada à natureza de cada planta».

Encontram-se nesta *Memória* várias considerações sôbre a acção da água, do ar e do calor no solo arável, do calor, da electricidade e da luz sôbre as plantas. Refere-se às experiências do abade Nolet sôbre a electro-cultura; trata da diversa natureza das terras, das suas propriedades físicas e dos trabalhos mecânicos que as modificam.

Em todas estas obras, porém, se há elementos e alguns de valor, principalmente na parte em que se referem a factos do nosso país, em nenhuma, contudo, se tratam estes assuntos com a extensão e com a individualidade própria duma sciência já constituída.

É claro que os estudos de *Agrologia* e de *Climatologia agrícola* em Portugal não poderiam começar, sem que o conhecimento geológico do país nem as observações meteorológicas tivessem adquirido entre nós a extensão e a duração indispensáveis.

Com respeito à Meteorologia, temos dêsses antigos tempos as observações feitas em Lisboa e em Mafra em 1784 e 1785; a seguir as efectuadas em Lisboa por Marino Miguel Franzini, de 1816 a 1821, e depois com maior regularidade de 1836 a 1855; as de Coimbra, sob a direcção do professor de Física da Universidade, Lacerda Lobo, entre 1812 e 1821, com mais ou menos regularidade. Nestes mesmos anos, além destas e das de Lisboa, temos também as de

---

[1] A maior parte destas obras encontram-se publicadas nas *Memórias* da nossa Academia.

Penafiel, Lobrigos e Vila Nova de Portimão, pelos médicos António de Almeida e José Nunes Chaves; as de Montalegre (1812 a 1814), pelo médico José dos Santos Dias; e as do Pôrto, feitas por José Bento Lopes em 1792, por um frade em 1818 e por Balbi em 1821.

Mas todas estas observações, além de feitas sem fins agrícolas, pouca confiança podem hoje inspirar, a não ser as de Franzini.

Restam-nos também dêsses tempos umas observações faenológicas sôbre as épocas da floração de diferentes árvores de fruta, efetuadas em Coimbra, Lisboa, Pôrto, Chaves, Montalegre e Vila Nova de Portimão, por Brotero, Nunes Chaves, José dos Santos Dias e outros.

Foi, porém, depois que o Lente de Física da Escola Politécnica Guilherme Pegado fundou o Observatório do Infante D. Luís, como anexo daquela cadeira, que as observações meteorológicas começaram a fazer-se com o máximo rigor e se estenderam por todo o país de modo a adquirirem toda a sua utilidade.

Como é natural, o Observatório dedica-se a fazer observações puramente meteorológicas e a publicá-las, pondo-as assim à disposição de quem pretender servir-se delas nas diversas especialidades a que a Meteorologia tem aplicação.

O Observatório publica os seus *Anais*, onde se acham arquivadas as suas observações e as dos Postos disseminados pelo país e que dêle dependem; Coimbra, Ponta Delgada e actualmente o Pôrto têm Observatórios independentes, que publicam de igual modo os seus *Anais*.

O Observatório do Infante D. Luís publica também diáriamente um *Boletim* com as observações de todos os postos, cartas do tempo e a previsão para o dia seguinte.

Além destas publicações são conhecidos os trabalhos dos seus directores, de entre os quais citarei:

As chuvas em Lisboa (composição da água das chuvas), pelo Prof. Joaquim António da Silva (1859).

La pluie à Lisbonne, por João Carlos de Brito Capêlo (1879).

Subsídios para o estudo do clima de Lisboa (temperatura), pelo Prof. João Maria de Almeida Lima (1905).

Le climat de Lisbonne (contribuition pour le X Congrès International de Geographie de Rome), pelo Prof. João Maria de Almeida Lima (1912).

As chuvas e outros hidrómeteoros em Portugal, pelo Prof. João Maria de Almeida Lima (1913).

*

Pelo que diz respeito aos estudos geológicos pouco temos dêsse tempo. Vários mineralogistas eminentes se contam em Portugal nessa época, mas os seus trabalhos versam exclusivamente sôbre minérios e minas; e pròpriamente sôbre geologia pouco há dêsses tempos, em que esta sciência se encontrava ainda na infância.

Vários estrangeiros, vivendo ou passando no nosso país, fizeram alguns estudos locais e incompletos, como foram Vandelli, Dolomieu, Link, Bowdich, etc.; mais demorados e mais completos trabalhos, abrangendo várias regiões do país, são devidos a Eschwege, Bonnet e Daniel Scharpe, e podem ler-se os dois primeiros nas *Memórias* da Academia Real das Sciências, sendo êsses os únicos trabalhos sôbre geologia que ahi se publicaram até 1850 e que hoje apenas tem um valor histórico. Há também uma *Memória sôbre a geologia da Ilha da Madeira*, por Mousinho de Albuquerque, e em 1848 appareceram umas *Considerações gerais sôbre a constituïção geológica do Alto Douro,* por Rebêlo de Carvalho.

Mas só em 1857, depois da criação dos serviços geológicos oficiais, devida aos esforços de Filipe Folque, director dos trabalhos geodésicos, do Dr. Francisco Pereira da Costa e Izidoro Emílio Baptista, lentes da Escola Politécnica, e do depois insigne geólogo Carlos Ribeiro, é que o estudo da geologia do país tomou um sério desenvolvimento, como o atesta a enorme lista dos notabilíssimos trabalhos publicados por Carlos Ribeiro, Néri Delgado, Paulo Choffat e outros ilustres membros da Comissão dos Trabalhos Geológicos.

De entre essas publicações, citarei a *Carta Geológica de Portugal* e a *Carta hipsométrica,* e o *Relatório acêrca da arborização geral do país,* que é uma descrição geográfico-física do país, que foi publicado em 1868, e onde se encontram observações que têm sido de grande auxílio e larga aplicação em estudos subseqüentes.

*

Só depois de efectuados estes estudos basilares sôbre a Meteorologia e a Geologia de Portugal é que a *Climatologia Agrícola* e a *Agrologia* podiam começar a ser estudadas. E só depois da fundação do nosso Instituto é que estas duas sciências se foram pouco a pouco constituindo no nosso país.

Quando, em 1852, se fundou o Instituto Agrícola de Lisboa, logo estas matérias foram incluídas no quadro dos seus estudos. Criou-se então uma cadeira de — *Elementos de sciências histórico-naturais, elementos de física e meteorologia, química e geologia agrícola.*

É claro que muito pouco desenvolvimento se poderia dar a cada um dêstes assuntos durante o período lectivo; em todo o caso estava chamada a atenção para esta ordem de estudos.

Quando, em 1855, se reformou o Instituto e se lhe anexou a antiga Escola de Veterinária, foram criadas duas cadeiras: a 1.ª em que, sob o título de — *Agricultura geral,* — se compreendiam princípios de *Botânica, Mecânica agrícola, Geologia, Agrologia, Sistemas de cultura* e *Cultura dos cereais,* e a 8.ª, que tinha a seu cargo a *Física e Meteorologia,* a *Química* e a *Fisiologia veterinária.*

Pouco se ganhou com uma tam heterogénea mistura. A 1.ª cadeira era regida pelo Dr. Caetano Beirão e tinha por compêndio o *Manual do Cultivador*, escrito pelo Dr. José Maria Grande, o primeiro director do Instituto.

A 2.ª cadeira foi regida por Ferreira Lapa, para a qual êste professor escreveu o *Compêndio popular de Física e Química*, publicando ao mesmo tempo no *Arquivo Rural* (vol. v) uma notável série de artigos sôbre *Meteorognosia*.

Uma nova reorganização, decretada em 1864, foi mais progressiva; instituíu diversos cursos auxiliares, que eram dados no primeiro ano, entre os quais havia um de Física e Meteorologia, outro de Química e Mineralogia e outro de Botânica e Geologia.

Além disso, na cadeira de Agronomia e Culturas arvenses havia uma parte consagrada à *Agrologia*, que maior explanação ainda tinha na cadeira de Química Agrícola. Esta cadeira, então criada de novo, e onde se agrupava a *Química Agrícola* com a *Tecnologia rural*, passou a ser regida por Ferreira Lapa e compreendia uma parte de *Agrologia*, se bem que a maior atenção era dada ao estudo do solo, sob o ponto de vista químico.

Ferreira Lapa escreveu então a sua importante obra, a *Química Agrícola*, onde, pela primeira vez em Portugal, se tratavam estes assuntos com todo o rigor scientífico, obra que foi publicada pela nossa Academia.

Nesta obra, que servia de compêndio a esta parte da cadeira, ha os seguintes capítulos dedicados à Agrologia:

«Introdução geológica».

«Deduções agronómicas das diversas formações geológicas e sua distribuïção em Portugal».

«Aptidões agrícolas do solo português, segundo as formações de que é derivado».

«Formação dos solos agrícolas e suas propriedades físicas».

«Análise mecânica e análise física das terras».

Estava criada a Agrologia portuguesa e a nova reforma, em 1886, veio trazer-lhe um maior progresso. Os cursos auxiliares, do 1.º ano, eram substituídos pelas matérias do curso dos liceus, que passou a ser exigido por completo para a entrada no Instituto, e encorporaram-se no curso quatro cadeiras especiais, uma das quais foi a de Física, Meteorologia, Mineralogia e Geologia.

A *Química Agrícola* separou-se da *Tecnologia rural*, passando aquela a ser regida pelo prof. Rebêlo da Silva, e aí continuou a fazer-se, como introdução, o estudo físico dos solos aráveis, que se completava na cadeira de Agricultura geral. O prof. Rebêlo da Silva, nesta cadeira, que ainda hoje rege, dedicou-se absorventemente à Química agrícola, seguindo as pisadas do mestre. Tem publicado sucessivamente, sôbre as matérias da sua cadeira, entre outras, as seguintes obras:

Elementos de análise química, aplicada ao estudo das terras, águas e adubos.

Curso de química agrícola (que foi traduzido em espanhol por um professor do Instituto Agrícola de Afonso XII, onde serve de compêndio).

Análises dos solos aráveis.

Estudos agrológicos e classificação de terras.

Relatórios dos serviços das estações químico-agrícolas.

Questões de química-agrícola. Discussão dalgumas experiências culturais.

A cadeira de Física, Meteorologia, Mineralogia e Geografia foi regida até 1890 pelo Prof. Augusto de Figueiredo. Durante os três anos êste professor organizou o seu curso e fez a acquisição do material de demonstração necessário, colecções de minerais e de rochas, instrumentos meteorológicos, etc., e fez durante algum tempo observações meteorológicas no Hôrto Agrícola do Instituto. Sôbre assuntos da Cadeira publicou:

A região inferior de entre Vouga e Mondêgo, em que descreve as terras, o clima e as culturas desta região.

Regas e culturas regadas.

Colecionou grande soma de elementos para uma obra que intitulava *Meteoros e climas*, mas que não chegou a publicar. Escreveu ainda, entre muitos artigos em jornais da especialidade, os seguintes:

«Entre o Tejo e o Mondêgo — Solo e clima».

«Os terrenos do Minho».

«As chuvas e o arvoredo».

«O clima de Lourenço Marques».

Em 1891 deixei eu a Cadeira de Botânica, para que fôra nomeado em 1887, e passei a reger a de Física, Meteorologia e Geologia, que vagara em conseqüência de nova organização dada ao Instituto,, e a qual tenho regido consecutivamente até hoje.

No fim do primeiro ano de regência publiquei um folheto intitulado *A física agrícola no curso agronómico-florestal*, em que apresentava as minhas idéas sôbre o que devia ser esta Cadeira, sua organização e programa.

Não simpatizava com o título da Cadeira, que a fazia supor um conjunto de cousas desconexas; *manta de retalhos*, alguém lhe chamou; e procurei demonstrar que só na aparência havia desconexão, mas que, na realidade, um ponto de vista sintético ligava todos estes assuntos.

De facto, deixando a Física geral para os preparatórios liceais, tanto mais que dessa disciplina pouco poderia versar utilmente, e dedicando-me às outras partes, como de maior importância, notei que tratando a Meteorologia dos fenómenos atmosféricos, e a Geologia dos fenómenos terrestres, elas de facto estudavam as duas partes do meio em que vivem as plantas, e como este estudo, em qualquer das duas partes era feito sob o ponto de vista físico, achei que podiam perfeitamente ser reünidas sob o título geral de *Física agrícola*.

Está de há muito admitido o nome de *Física do globo* para designar a sciência que se ocupa dos fenómenos físicos, que têm como

sede o globo terrestre, nas suas três partes, sólida, líquida e gazosa. Ora sendo isto assim, não poderá decerto deixar de admitir-se este outro título de *Física agrícola* para designar a parte, ou antes, o ponto de vista especial dessa sciência, que considera os fenómenos físicos das três partes, sólida, líquida e gazosa, do globo, na sua influência sôbre a vegetação e as culturas.

Assim, pois, se estabelece a seguinte filiação natural:

Meteorologia	Agrologia	Física agrícola
Geologia		
Geografia física . . .		
Mineralogia	Climatologia agrícola	
Geografia física . . .		

Em 1893, sendo Ministro das Obras Públicas o Dr. Bernardino Machado, e dispondo-se a introduzir algumas modificações na organização do Instituto, expus-lhe as minhas idéas, que êle aceitou plenamente, e a Cadeira passou a denominar-se de Física Agrícola, cuja constituïção racional e positiva resumirei do seguinte modo:

Parte I — Do meio terrestre:

I — Os materiais constituintes da crosta do globo — Minerais e rochas.

II — Da forma externa da crosta do globo e dos agentes que a modificam.

III — Da estructura interna da crosta do globo.

IV — Estudo dos depósitos superficiais da crosta do globo — Agrologia.

Parte II — Do meio aéreo.

I — Os fenómenos atmosféricos e sua acção sôbre o solo e sôbre as plantas.

II — Da previsão do tempo para a agricultura.

III — Climatologia geral.

IV — Climatologia agrícola.

Mas, se há sciência que tenha de ser essencialmente local, é esta de que me ocupo; todo o conjunto de estudos que ela compreende perderá uma grande parte do seu interêsse e da sua utilidade se não tiver como ponto de mira especial a sua inteira aplicação no nosso país.

Embora os estudos geológicos e meteorológicos, com referência a Portugal, não possam ainda considerar-se como completos, contudo já existe grande soma de elementos de valor para poderem servir de base aos nossos estudos. Aos trabalhos da Comissão

Geodésica, da Direcção dos Serviços Geológicos, dos Observatórios meteorológicos e aos do corpo de agrónomos oficiais se deve a já importante soma de conhecimentos que hoje temos acêrca do nosso país.

Com respeito à meteorologia, os trabalhos dos observatórios são-nos da maior utilidade; as suas observações têm, é claro, toda a aplicação à agricultura, mas esta exige, além disso, toda uma série de estudos de ordem especial e de que aqueles estabelecimentos se não podem ocupar por não estarem na sua índole. Há uma parte que aos agrónomos incumbe, é a observação dos fenómenos vegetativos e culturais e a sua confrontação com os elementos meteorológicos.

Ora, de facto, nessa época, em todas as Estações Agronómicas dependentes da Direcção Geral de Agricultura se faziam observações e estudos de meteorologia agrícola, mas êste serviço não estava montado de modo a ter a uniformidade e coesão indispensáveis; eram esforços dispersos e isolados. a que faltava a centralização necessária para que tivessem uma resultante de valor.

O prof. Augusto de Figueiredo, quando regia esta cadeira, tinha feito um apêlo, por intermédio do *Portugal Agrícola*, aos agricultores e assinantes dêste jornal, para responderem a um questionário, por êle publicado, com relação às épocas em que nos diferentes pontos do país se efectuavam os vários fenómenos vegetativos dalgumas das plantas cultivadas, apêlo que, contudo, ficou sem respostas.

No Jardim Botânico de Lisboa algumas observações dêste género se fizeram, e no de Coimbra desde 1885 que se têm feito com toda a regularidade, sob a direcção do Sr. Dr. Julio Henriques, vindo publicadas no *Boletim da Sociedade Broteriana*. Também do Pôrto e da Marinha Grande há algumas destas observações.

E muito anteriormente, de 1870 a 1874, no Horto do Instituto Agrícola e no Jardim Botânico da Ajuda, o antigo chefe de serviço do Instituto, António da Costa Viegas, fizera estas observações. que se encontram coligidas no *Arquivo Rural*.

Mas era preciso criar-se um serviço de Meteorologia agrícola perfeitamente regular, e sôbre êste assunto escrevi alguns artigos no *Portugal Agrícola*, tendo tido a honra e a fortuna de ver secundados os meus esforços nesse sentido pela autoridade scientífica do Sr. Dr. Júlio Henriques.

Animado por êste valioso auxílio, propus em sessão do Conselho Escolar do Instituto para que êste representasse ao Govêrno sôbre a necessidade da criação dêste serviço; sendo dêle incumbidos os agrónomos regionais, as escolas práticas de agricultura e as estações agronómicas.

O Sr. Dr. Bernardino Machado, então Ministro, entusiàsticamente acolheu esta idea, e efectivamente decretou a fundação dêsse serviço. Mas... embaraços burocráticos demoraram a sua execução e a saída do Ministro de todo inutilizou estes esforços.

Passados cinco anos de regência desta cadeira, em 1897, em nova publicação intitulada *A cadeira de Física Agrícola no curso de Agronomia*, explanei as alterações que a prática me levara a introduzir no meu curso, e incluí a lista completa das colecções e de todo o material de ensino, que então possuía, hoje bastante aumentado.

Em resultado dos estudos a que me tenho entregado para a regência da minha cadeira, e, não só com o fim de auxiliar os alunos, como também com um fito de propaganda dêstes estudos, tenho publicado os seguintes trabalhos da especialidade:

Em volume:

A Física Agrícola no curso agronómico-florestal, 1892.

Memória acêrca das chuvas no Minho, 1895.

Apontamentos da Geologia agrícola, 1896.

A cadeira de Física Agrícola no curso de Agronomia. 1897.

A Terra (apontamentos de geologia agrícola), 1908.

As chuvas em Portugal, 1910.

Constituïção positiva da sciência agronómica e programa do curso de Física Agrícola, 1910.

A irradiação solar e sua acção sôbre a terra e sôbre as plantas, 1915.

Em diversas publicações periódicas:

«Meteorologia agrícola» (*Portugal Agrícola*, 1892).

«A meteorologia agrícola» (*Idem*, 1893).

«Estudos da climatologia de Portugal» (*Idem*, 1893).

«Boletins meteorológicos mensais» (*Agricultura Contemporânea*, de 1894, 1895 e 1896).

«A última colheita de trigo» (*Idem*, 1894).

«Solos agrícolas de Portugal» (*Portugal Agrícola*, 1895).

«Os calcáreos portugueses e as vides americanas» (*Agricultura Contemporânea*, 1835).

«Nota acêrca da humidade do solo no campo de experiências do Instituto (*Idem*, 1895).

«A vinha e as influências meteorológicas» (*Idem*, 1895).

«Sôbre a influência da luz na vegetação». (Experiências realizadas no Instituto), (*Idem*, 1895).

«Traços gerais da climatologia de Portugal» (*Idem*, 1895).

«A chuva e a evaporação em Portugal» (*Idem*, 1896).

«Os trigos e a estiagem de 1895–1896» (*Idem*, 1896).

«A temperatura do solo» (*Idem*, 1896).

«A temperatura do ar» (*Idem*, 1896).

«A luz solar» (*Idem*, 1896).

«A energia química da irradiação solar» (*Idem*, 1896).

«Influência do calor e da luz sôbre as plantas» (*Idem*, 1897).

«Previsão do tempo» (*Idem*, 1898).

«Chuvas e sua acção sôbre o solo e sôbre as plantas» (*Idem*, 1899).

«Le sol arable et le climat» (no livro *Le Portugal au point de vue agrícole*, enviado à Exposição de Paris em 1900).

«Resumo meteorológico de Portugal» (*Revista Agronómica*, 1909).

«A temperatura do solo» (*Idem*, 1910).

«Contribuïção para o estudo da influência meteorológica na cultura do trigo em Portugal» (*Boletim da Associação de Agricultura*, 1913).

«A meteorologia agrícola» (*Revista Agronómica*, 1915).

«Capacidade das terras para o ar e para a água» (*Boletim da Associação de Agricultura*, 1918).

«Contribuïção para o estudo da humidade do solo na Tapada da Ajuda» (*Revista Agronómica*, 1918).

«Notas sôbre agrologia — A textura do solo» (*Idem*, 1918).

«Contribuïção para o estudo da influência do clima das culturas» (*Jornal da Academia das Sciências de Lisboa*, 1919),

*

Na antiga instalação do Instituto nada mais podia fazer; nem casa apropriada, nem terreno anexo, onde pudessem fazer-se experiências e observações. Com a mudança, porém, do Instituto para a sua nova séde, na Tapada da Ajuda, tudo mudou; a minha Cadeira está hoje magnificamente instalada, dispondo, além duma ampla sala para as colecções, dum laboratório onde eu e os alunos podemos trabalhar à vontade, e dum campo na Tapada para as experiências de Meteorologia Agrícola, cujos trabalhos desde 1918 acabo de coligir num pequeno opúsculo ultimamente publicado com o título de *Observações e estudos efectuados no Laboratório de Física Agrícola do Instituto Superior de Agronomia.*

Ultimamente, tendo sido creado o Ministério da Agricultura, foi nêle incluída uma Direcção dos Serviços Fisiográficos, que é exactamente a minha Cadeira em acção, tratando de estudar o país sob o duplo ponto de vista da agrologia e da climatologia agrícola.

*

Tendo-se agitado durante anos estas idéas, vários agrónomos têm dirigido os seus estudos nêsse sentido, e numerosos são os trabalhos por êles publicados sôbre estes assuntos.

O Prof. Veríssimo de Almeida, entre a enorme variedade das suas publicações, tem nos jornais de agricultura subsídios de valor para estes estudos. O Visconde de Coruche publicou no antigo *Arquivo Rural* uma série de artigos sôbre *Agrologia*, muito bem escritos, como tudo o que saía da pena de tam esclarecido agrónomo e agricultor. O ilustre engenheiro silvicultor Bernardino de Barros Gomes, que foi o organizador dos nossos serviços florestais, tem as suas obras: *Cartas elementares de Portugal* e *Condições florestais de Portugal*; fez durante alguns anos observações meteorológicas na sua quinta em Alcanhões, e são notáveis os seus estudos para a divisão do país nas diversas regiões agrícolas que êle caracterizou

sob o ponto de vista climatérico, botânico e cultural, trabalho efectuado com tanto critério e com tanta sciência que, tendo sido feito numa época em que os elementos essenciais ainda escasseavam, as observações e estudos posteriores não só o não invalidaram, mas cada vez mais o confirmam. A divisão regional de Barros Gomes é de tal modo racional que é a que tem de ficar.

Os relatórios dos Serviços Agrícolas das diferentes regiões, tanto do continente como das ilhas e mesmo das nossas colónias, contêm numerosos estudos e observações, tanto de Agrologia como de Meteorologia e Climatologia agrícolas, que merecia a pena coligir num trabalho de conjunto que nos daria um estudo do país bastante interessante.

Citarei ainda os estudos agrológicos dos distritos de Lisboa e Santarém, feitos sob a direcção de Ramiro Larcher Marçal, e os trabalhos da Estação Químico-Agrícola de Belém, sob a direcção do mesmo agrónomo e depois sob a de José Joaquim dos Santos.

Nos *Anuários dos Serviços Florestais* encontram-se as observações meteorológicas do pôsto da Serra do Gerez.

Também o distinto silvicultor Carlos de Sousa Pimentel estabeleceu um pôsto meteorológico em S. Pedro de Muel, e outro no interior do Pinhal de Leiria, no talhão n.º 259, no interior da mata, onde se fizeram observações comparadas desde 1884.

Sôbre a agricultura da Ilha da Madeira há um trabalho primoroso de João Francisco Tierno, em que a geologia, a agrologia e a climatologia da ilha estão minuciosamente estudadas.

Um outro agrónomo, João Inácio Teixeira de Meneses Pimentel, publicou em 1915 um estudo, *As regiões pluviométricas do continente português.*

Nos relatórios das comissões encarregadas da instalação dos postos agrários em diversas regiões do país encontram-se estudos agrológicos e climatéricos, muito detalhados, da região duriense e dos distritos de Bragança, Viseu e Aveiro, escritos pelos agrónomos Meneses Pimentel e José Joaquim dos Santos.

Breves considerações sôbre os terrenos em Portugal; população e agricultura, por Gabriel Osório de Barros.

Monografias agrícolas das freguesias:

De Ovar, por João Vasco de Carvalho.

Da Palmeira (distrito de Braga), por Agostinho Correia Pereira.

De Verride (distrito de Coimbra), por Alexandre do Couto de Almeida.

Da Sé (distrito de Faro), por José de Almeida Coelho de Bívar.

De Paço de Sousa (distrito do Pôrto), por Francisco Palma de Vilhena.

De S. Roque (Ilha de S. Miguel), por José Canavarro de Faria e Maia.

De Câmara de Lôbos (Ilha da Madeira), por Alfredo Fraga Gomes.

Em todos estes trabalhos se trata mais ou menos detidamente de solos e climas, e com muito maior extensão nas monografias dos concelhos, publicadas pelo Serviço da Carta Agrícola. Destas estão publicadas as dos concelhos de Beja, Alvito, Vidigueira e Cuba, pelo Sr. Gerardo Pery; e pelo pessoal agronómico da Carta Agrícola as dos concelhos de S. Tiago de Cacém, Aljustrel, Ferreira, Évora, Portel, Moura, Barrancos, Setúbal e Barreiro.

Na *Revista Agronómica* publicou o prof. do Instituto, Bernardo de Oliveira Fragateiro, as observações por êle efectuadas no Pôsto Meteorológico de Cabinda durante o ano de 1905. No mesmo jornal se encontram os relatórios das excursões no interior da nossa Africa, pelo prof. Carlos Eugénio de Melo Geraldes, *De Benguela às terras da borracha*, em 1903, e *De Catumbela ao Alto Zambeze*, em 1905.

Além destas obras, citarei ainda as seguintes, onde os assuntos de que se trata têm maior ou menor extensão:

¿Como há-de ser estudado o clima agrícola?, por D. António Xavier Pereira Coutinho.

Os afolhamentos em clima sêco e quente, por Alfredo Carlos Lecocq.

Da agua, suas origens e acção sôbre os diversos solos, por José Gomes Varela.

Traços gerais de climatologia, por Albino Florido da Cunha Toscano.

Estudos sôbre a agricultura dos distritos de Leiria, Coimbra e Aveiro, por Joaquim Manuel Peixoto.

Memória sôbre a agricultura da Beira, por António Cardoso de Meneses.

Memória sôbre a economia agrícola da região que compreende os distritos de Aveiro, Coimbra e Leiria, pelo Prof. Joaquim Rasteiro.

Sôbre a região duriense, por José Carlos Correia Pinto da Fonseca.

Memória sôbre a agricultura do Algarve, por Francisco de Almeida Bívar Weinholtz.

O Minho rural, por José Justino de Amorim.

Estudos sôbre a agricultura dos distritos de Castelo Branco e Portalegre, por Luís de Barahona Caldeira Castel-Branco.

Os distritos de Lisboa e Santarém, por Carlos de Morais Palmeiro.

Memória económico-agrícola da Beira, por Albano Nogueira Pereira Lôbo.

A Ilha do Faial, por José Nogueira de Freitas.

A região de Manteigas (solo, clima e agricultura), por Augusto Sanches Barjona de Freitas.

Ecologia florestal, por Aires Epifânio de Sant'Ana Miranda.

Notes sur le climat de Praia da Rocha (Algarve). Observações meteorológicas sob a direcção de João Bravo Madail, da Sociedade de Propaganda de Portugal.

Há, dispersos em todos estes trabalhos, elementos valiosos para um estudo bastante completo e minucioso, não só da Agrologia e da Climatologia agrícola, como de tudo o que diz respeito à agricultura do país; falta que alguém, com saber e paciência, se abalance a êsse trabalho sintético. É, realmente, uma pena que, por esta falta, se perca tanta soma de elementos acumulados; ¡e depois dizer-se que não há nada, que nada se sabe, que nada se conhece!

É claro que, sem estes estudos de investigação, nada se pode fazer, mas, depois, torna-se indispensável a síntese, sem a qual nos perderemos embaraçados nas particularidades.

Não só agrónomos se têm ocupado dêstes estudos; esta obra estendeu-se para fora da classe, e podem citar-se trabalhos de valor de pessoas estranhas a ela, como, por exemplo:

Determinação do clima da Europa e sua influência na Agricultura, pelo Visconde de Monte São, lente da Universidade de Coimbra.

Inquérito agrícola à região composta pelos distritos de Lisboa e Santarém, por Paulo de Morais.

A conservação da riqueza nacional, por Ezequiel de Campos.

Novos métodos de cultura, por José Pequito Rebêlo.

*

Os estudos de Física Agrícola estão adquirindo, no Instituto Superior de Agronomia, cada vez maior desenvolvimento, tanto na parte que diz respeito aos assuntos agrológicos, como na que se refere à Meteorologia Agrícola.

ÍNDICE

DOS

ARTIGOS CONTIDOS NO TÔMO III (XXII)

N.º 9 (85) — JANEIRO, 1922

J. M. de Almeida Lima.— Os critérios da verdade — Racionalismo e dogmatismo, p. 1.

Mário Basto Wagner.— Métodos gerais para a determinação da constituïção molecular das substâncias puras e das substâncias misturadas, p. 35.

Enrico Emilio Franco.— Hémo-histioblastes et leurs dérivés monocytiques, lymphocytiques et granulocytiques dans la rate et dans le sang circulant d'enfants atteints de Leishmaniose, p. 45.

Enrico Emilio Franco.— Studi sulle Leishmaniosi — Leishmaniosi viscerale dell' adulto (Kala-Azar), p. 51.

Carlos França.— Quelques observations sur la Bilharziose à «Schistosoma Haematobium», p. 57.

Carlos França et **Machado de Almeida.**— Observations sur la Bilharziose à «Schistosoma Haematobium», p. 65.

N.º 10 (86) — ABRIL, 1922

Pedro José da Cunha.— Reflexões sôbre a teoria dos conjuntos, p. 69.

N.º 11 (87) — JULHO, 1922

Enrico Emilio Franco.— Le alterazioni spleniche nella Leishmaniosi infantile, p. 131.

Carlos França.— Observations sur la Bilharziose à «Schistosoma Haematobium», p. 168.

N.º 12 (88) — JANEIRO, 1923

Rui de Lemos.— As «Gitterfäsern» e o seu comportamento nos blastomas, p. 181.

Filipe Eduardo de Almeida Figueiredo.— Os estudos da física agrícola em Portugal, p. 233.

Tômo XXII

JORNAL DE SCIÊNCIAS

MATEMÁTICAS, FÍSICAS E NATURAIS

PUBLICADO SOB OS AUSPÍCIOS

DA

ACADEMIA DAS SCIÊNCIAS DE LISBOA

TERCEIRA SÉRIE

TÔMO III

(Tômo XXII da colecção)

Janeiro de 1922 a Janeiro de 1923

LISBOA

IMPRENSA NACIONAL

1923

Preço dêste volume: 7$50

A correspondência deve ser dirigida, *franca de porte*, ao Secretário da Redacção do JORNAL DE SCIÊNCIAS MATEMÁTICAS, FÍSICAS E NATURAIS, na Academia das Sciências de Lisboa, Rua do Arco (a Jesus), Lisboa.

COLECÇÃO DÊSTE JORNAL

A colecção dêste *Jornal* publicada até agora compreende os seguintes números:

Primeira série: (Novembro 1866 a Agosto 1888).

Tomos I a XII . . . . . Números 1 a 48

Segunda série: (Março 1889 a Novembro 1916).

Tomos I a VII (XIII a XIX) . . . . . Números 1 a 28 (49 a 76)

Terceira série: (Janeiro 1917 a ...).

Tomos I a III (XX a XXII) . . . . . Números 1 a 12 (77 a 88)

Comissão de redacção

Prof. Dr. João Maria de Almeida Lima, presidente.
Prof. Dr. Baltasar Osório.
Frederico Oom, secretário.

ÚLTIMAS PUBLICAÇÕES

DA

ACADEMIA DAS SCIÊNCIAS DE LISBOA

Memórias da Primeira Classe, tômo VII, parte II . . . . . 5$00
Memórias da Segunda Classe, tômo XIV . . . . . 5$00
Actas das Assembleas Gerais, vol. IV . . . . . 3$00
Actas da Primeira Classe, vol. II . . . . . 1$50
Boletim da Classe de Letras, vol. XV, n.º 1 . . . . . 4$00
Jornal de Sciências Matemáticas, 3.ª série, n.º 12 . . . . . 2$00
Cartas de Afonso de Albuquerque, vol. VI . . . . . 10$00
Portugaliae Monumenta Historica, «Inquisitiones», vol. I, fasc. VI . . . 7$50
V. Almeida de Eça — Normas económicas da colonização portuguesa . . 2$50
J. de Vilhena — D. Pedro V e o seu reinado, vol. I, II e III . . . . . 20$00
Idem, idem, em papel especial . . . . . 25$00
Sousa Viterbo — Dicionário dos Arquitectos, vol. III . . . . . 15$00
Esteves Pereira — Elogio de Jaime Moniz . . . . . 1$50
Esteves Pereira — O Descobrimento do Tibet . . . . . 3$00
Latino Coelho — DEMOSTHENES — A Oração da Coroa, 4.ª edição . . 12$00
J. de Vilhena — Cartas inéditas da Rainha D. Estefânia . . . . . 6$00
Idem, idem, em papel especial . . . . . 8$00

MONUMENTOS DE LITERATURA DRAMÁTICA PORTUGUESA

II — **Aires Vitória** — A Vingança de Agamenon . . . . . 2$50
III — **Jerónimo Ribeiro** — Auto do Físico . . . . . 2$50
IV — Auto das regateiras de Lisboa. . . . . 2$50

COMISSÃO DOS CENTENÁRIOS DE CEUTA E ALBUQUERQUE

António Baião — Alguns ascendentes de Albuquerque. . . . . 6$00
Pedro de Azevedo — Documentos das Chancelarias Reais, tômo I. . . 10$00
V. Guimarães — Marrocos e três Mestres da Ordem de Cristo . . . 6$00
D. Jerónimo de Mascarenhas — Historia de la Ciudad de Ceuta . . . . 7$50
Bernardo Rodrigues — Anais de Arzila, tômo I e II (publicados por David Lopes) . . . . . 24$00
Registos paroquiais da Sé de Tânger (publicados por José Maria Rodrigues e Pedro de Azevedo) . . . . . 12$00

À VENDA NO ARMAZÉM DA ACADEMIA

Rua do Arco, a Jesus, 113 — Lisboa

isboa

AMNH LIBRARY
100125049